دانشگاه کردستان
University of Kurdistan
زانکۆی کوردستان

Structural Control

Base Isolation Systems

By: Kaveh Karami

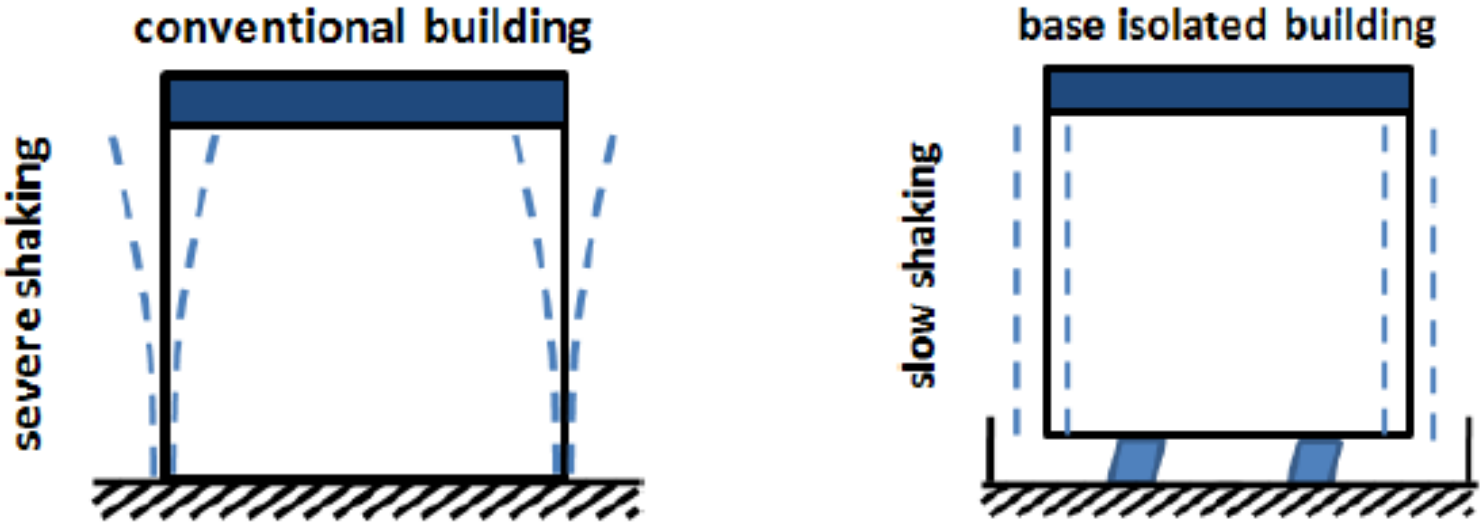
Associate Prof. of Structural Engineering

https://prof.uok.ac.ir/Ka.Karami

❑ مقدمه

به منظور کاهش اثر زلزله در سازه‌ها می‌توان از ابزاری به نام جدایشگر استفاده کرد. این ابزار معمولا در زیر پایه‌های سازه قرار می‌گیرد.

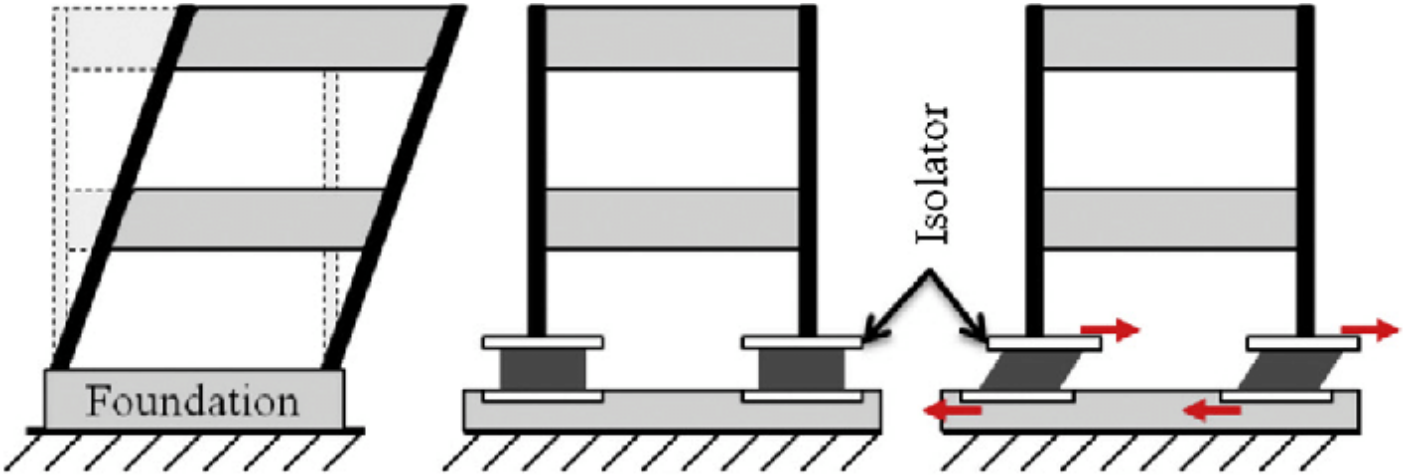
در چین باستان، زیر ساختمان‌های روستایی یک لایه شن قرار داده می‌شد که همان نقش جدایشگر را داشت. این امر باعث کاهش انتقال انرژی به ساختمان می‌شد. در واقع دانه‌های شن نقش غلتک را بازی می‌کردند.



ISBN: 978-84-692-5522-3

محققان بیشترین مطالعات از نظر تئوری و عملی را بر روی این نوع سیستم‌ها انجام داده‌اند. نتایج خوبی در ساختمان‌های 10 تا 15 طبقه حاصل شده است. از نظر اجرایی نصب آن آسان می‌باشد. همچنین برای مقاوم‌سازی سازه‌های موجود (ساختمان‌های تاریخی) راه حل مناسبی است.

❑ مقدمه

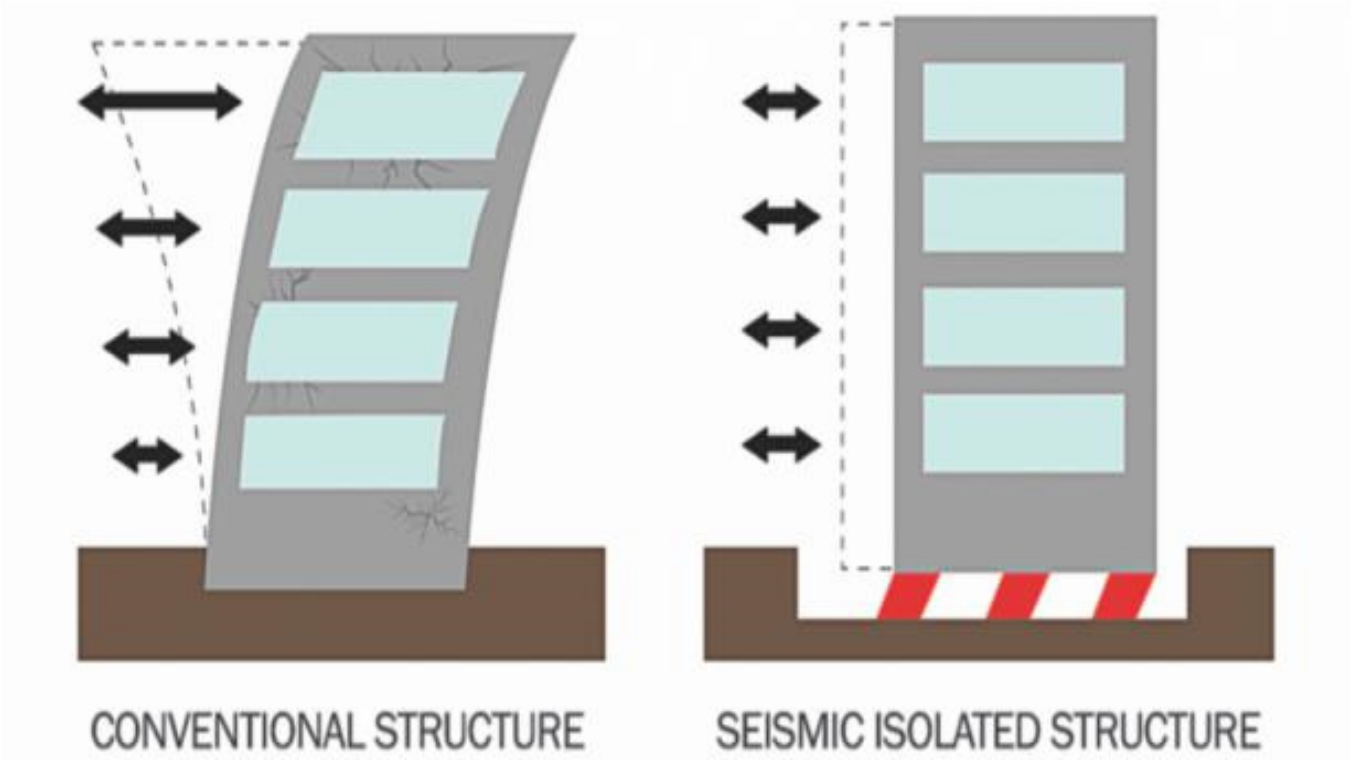


جدایشگرهای پایه، نوعی سیستم کنترلی است که در حین ارتعاش با جدا کردن سازه از شالوده برش پایه ساختمان را کاهش می‌دهد.

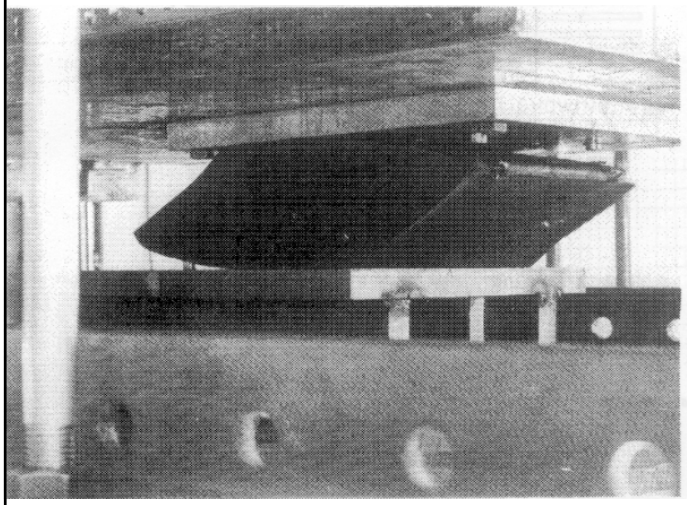
اعضای جداگر مابین شالوده و سازه قرار می‌گیرند

❑ هدف از استفاده از جدایشگرها

- به منظور افزایش پریود سازه از جدایشگرها استفاده می‌شود.
- افزایش پریود باعث کاهش شتاب و در نتیجه کاهش نیروهای داخلی در سازه می‌گردد.
- از طرف دیگر جابجایی انتقالی سازه افزایش یافته و باعث بروز مشکلات خاصی از جمله برخورد یا تماس سازه با ساختمان‌های مجاور می‌گردد (افزایش جابجایی در تراز شالوده).
- اما در کل افزایش پریود باعث کاهش تنش‌های داخلی می‌شود؛ بنابراین ساختمان سبک‌تری را می‌توان طراحی کرد.
- جابجایی صلب‌گونه ساختمان باعث کاهش همزمان جابجایی نسبی (دریفت) و شتاب طبقات می‌گردد.

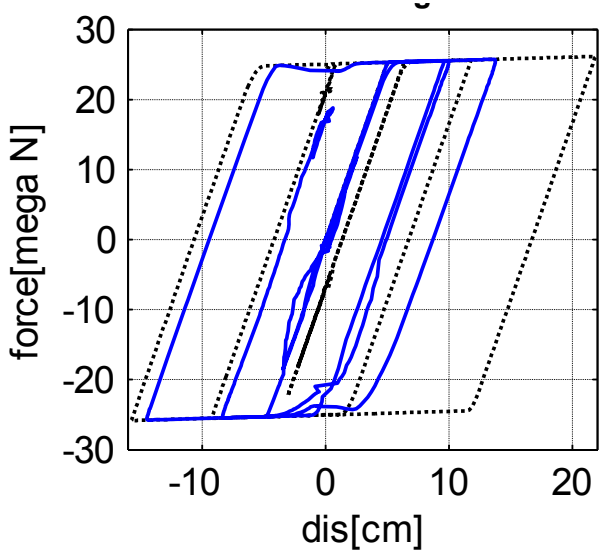


❑ هدف از استفاده از جدایشگرها



برخی خصوصیات جدایشگرها شامل موارد زیر است:

- باید به اندازه کافی سخت باشند تا بتوانند نیروهای قائم را تحمل کنند.
- باید به اندازه کافی در مقابل بارهای جانبی قابل انعطاف باشند.
- باید قابلیت جذب انرژی بالایی داشته باشند.

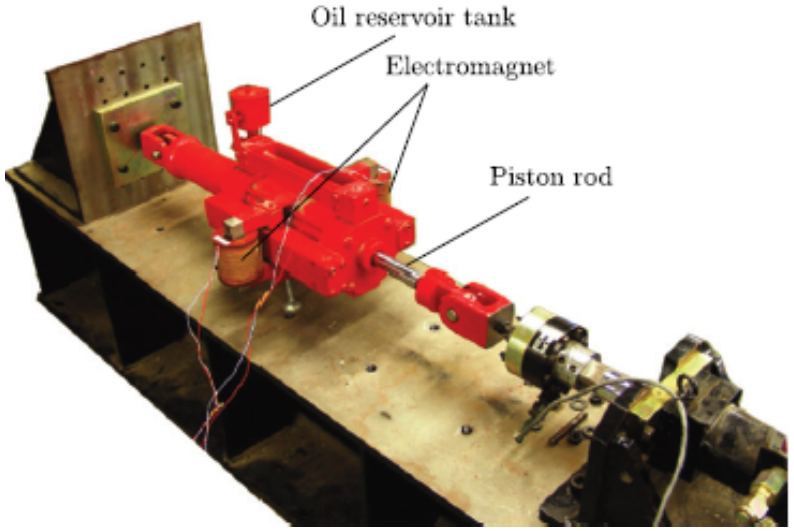


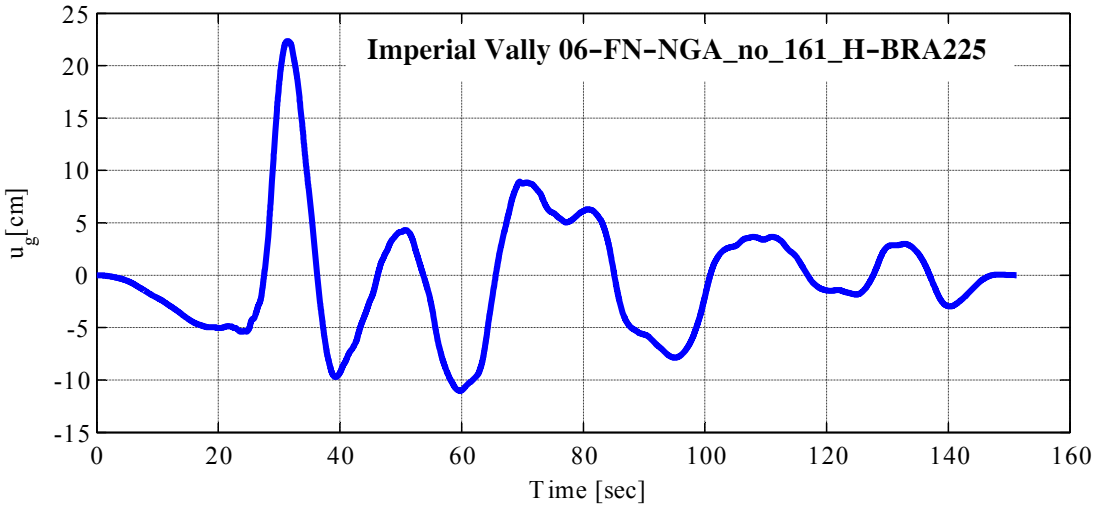
نمودار نیرو – جابجایی جدایشگر

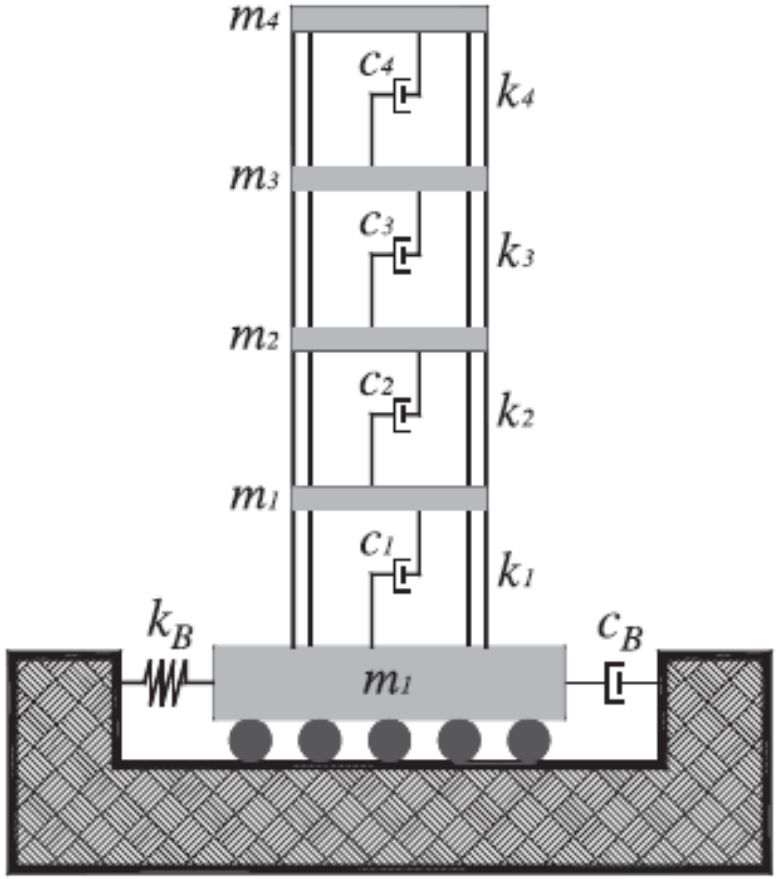
جدایشگر معمولا مانند طبقه نرم کار می‌کند. در ساختمان‌هایی که ارتفاع طبقه اول آن‌ها زیاد است (کاربری تجاری) طبقه نرم محسوب می‌شود. با فرض آن‌که امکان تغییرشکل زیاد ستون‌ها فراهم باشد انرژی زلزله به طبقات بالا منتقل نمی‌گردد. از این رو در نرم‌افزارهای اجزا محدودی که امکان مدل سازی جدایشگر را ندارند می‌توان از خاصیت طبقه نرم برای مدل سازی جدایشگر استفاده نمود. به طور مثال برای مدل کردن یک ساختمان 10 طبقه مجهز به جدایشگر، یک ساختمان 11 طبقه مدل می‌گردد به طوری که طبقه اول آن نرم بوده و دارای سختی و میرایی نظیر لایه جدایشگر باشد. با توجه به آن که جدایشگر رفتار غیرخطی دارد باید سازه به صورت غیرخطی آنالیز گردد.

❑ هدف از استفاده از جدایشگرها

یکی از مشکلات جدایشگرها افزایش جابجایی صلب سازه در زلزله‌های نزدیک به گسل است. استفاده از میراگرها راه حل مناسبی جهت کاهش پاسخ جابجایی پایه می‌باشد. اما با این وجود دریفت طبقات قدری افزایش خواهد یافت.





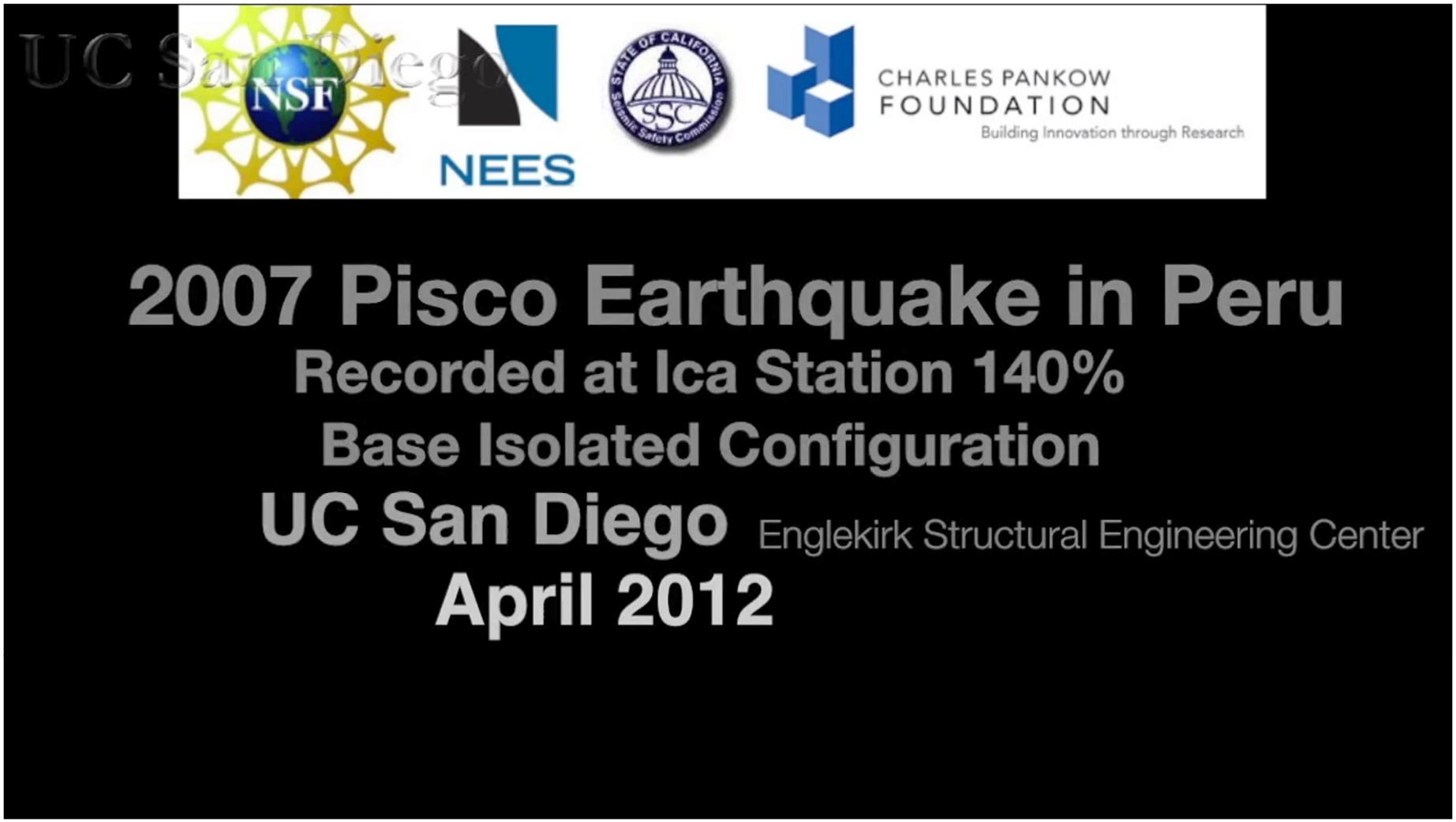


❑ هدف از استفاده از جدایشگرها

- 12-story building models
- Fixed Period equals 1.2s
- Isolated period equals 5.0s

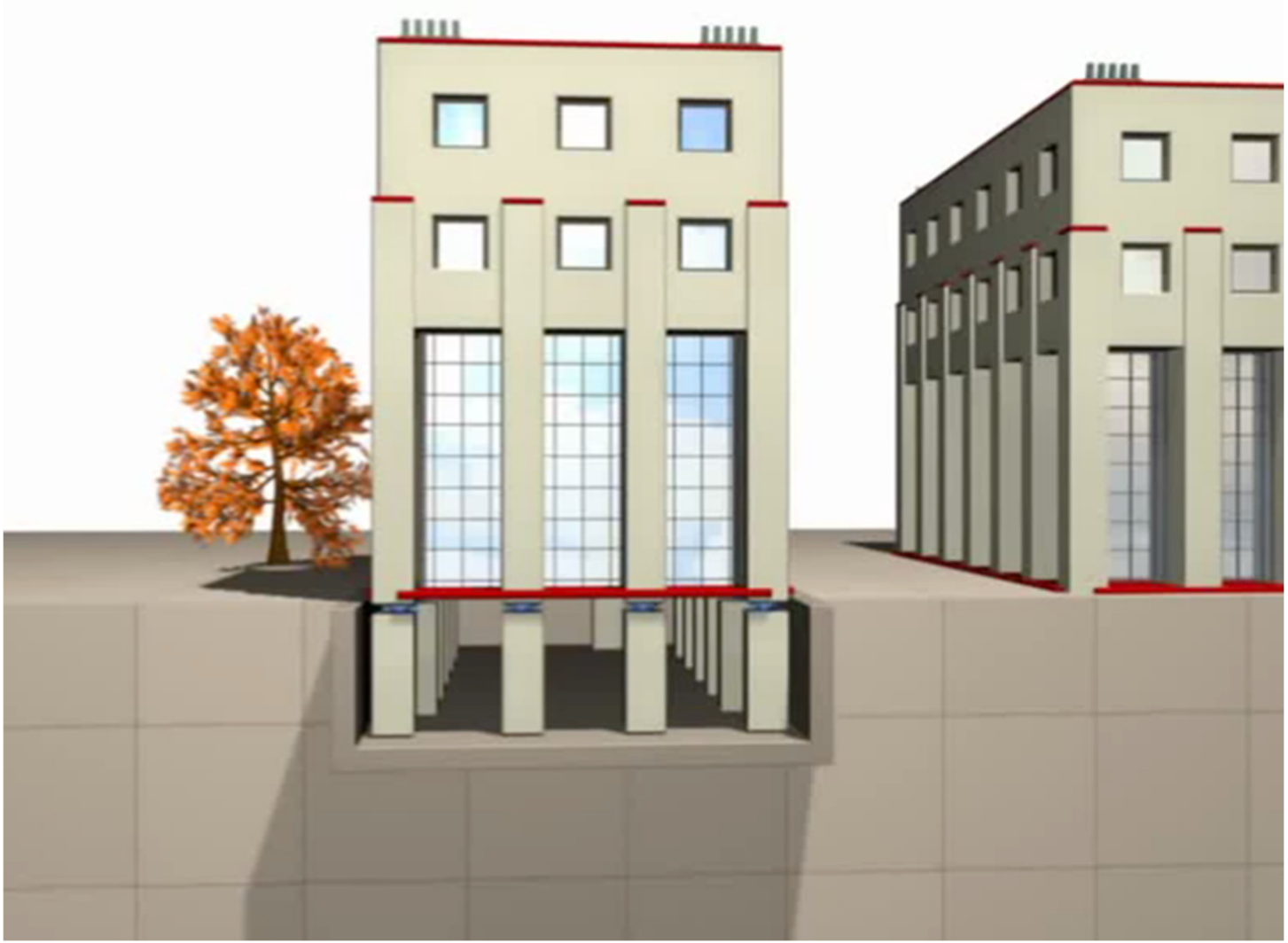
❑ هدف از استفاده از جدایشگرها

❑ هدف از استفاده از جدایشگرها

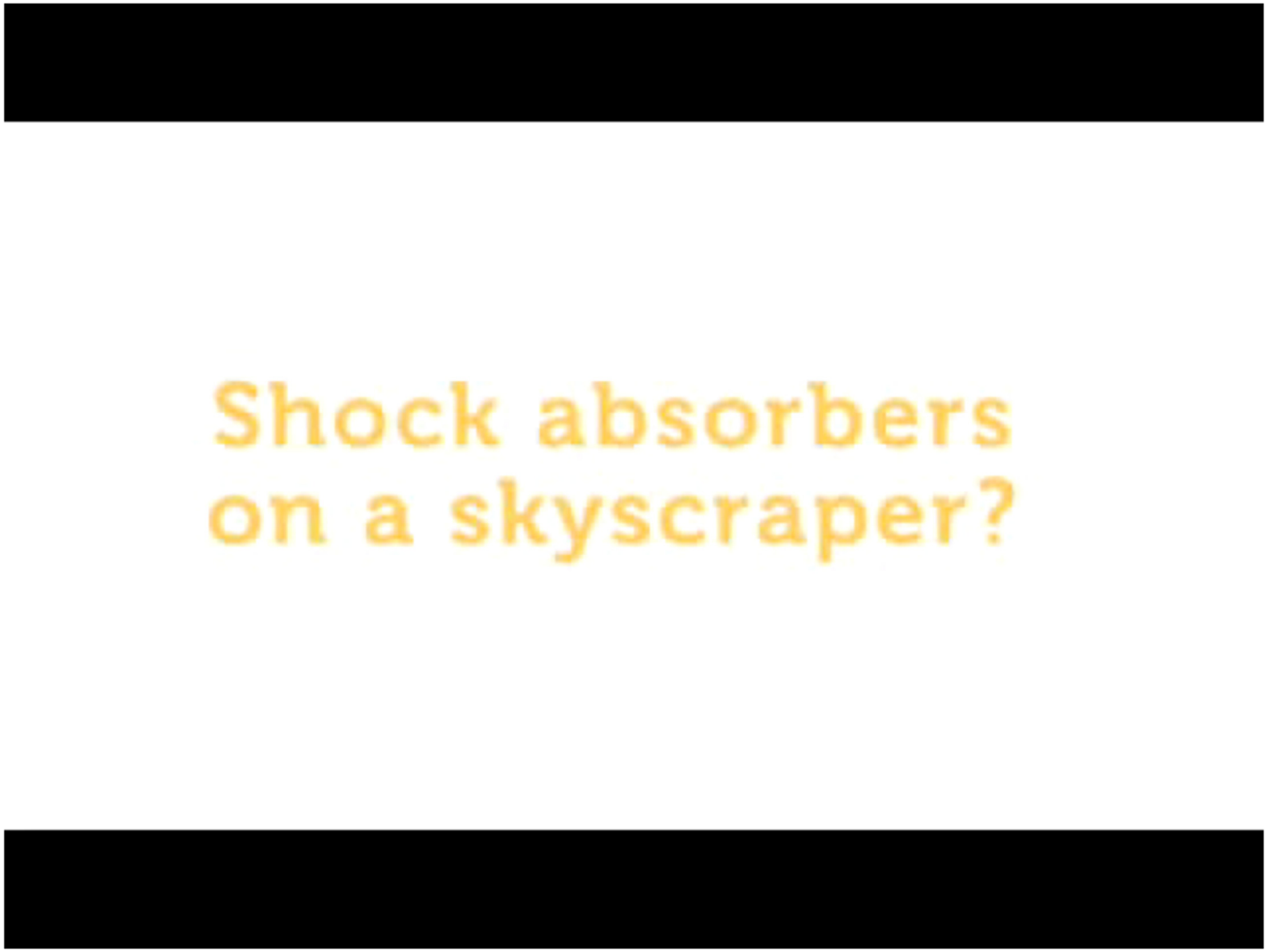


❑ هدف از استفاده از جدایشگرها

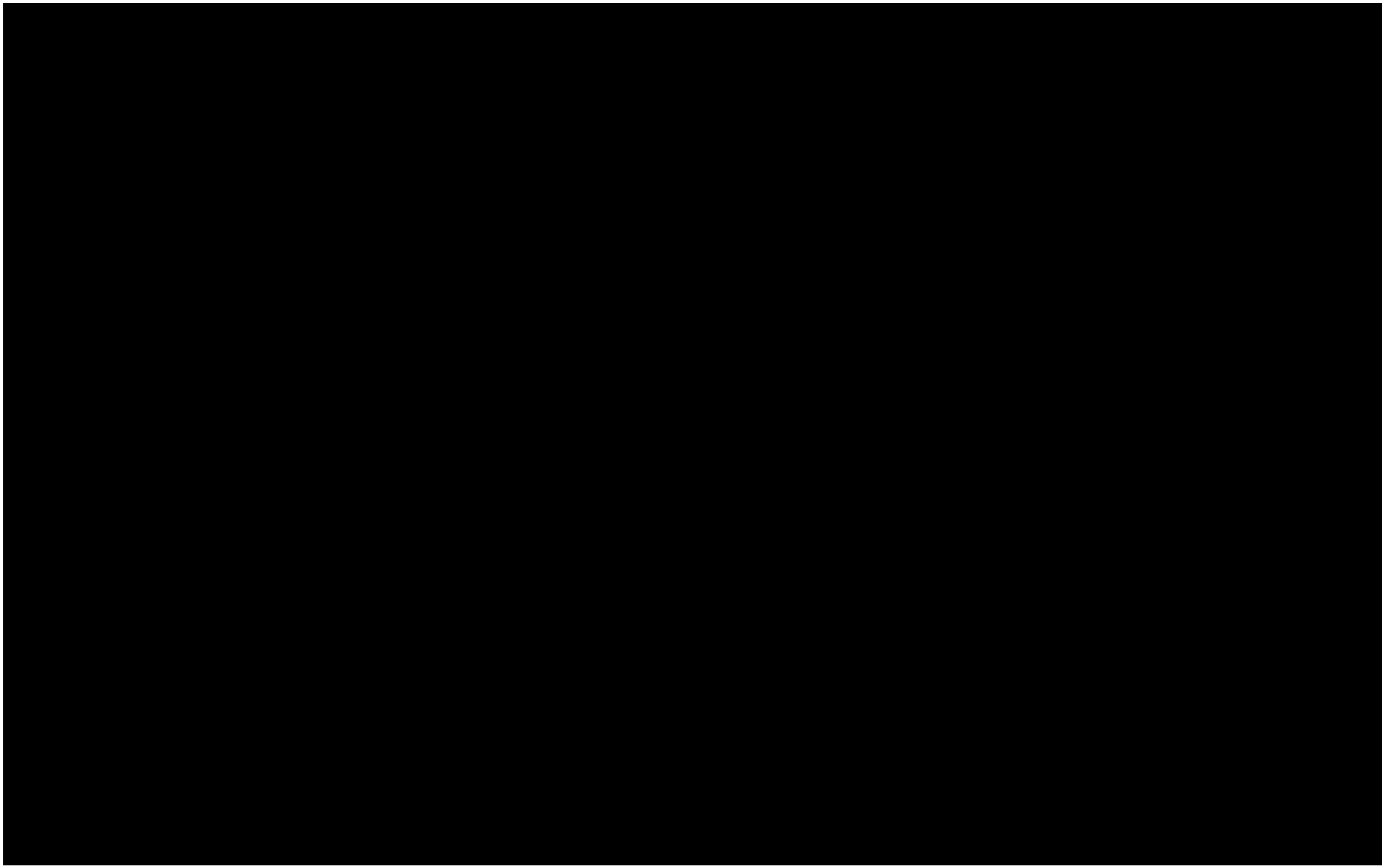
❑ هدف از استفاده از جدایشگرها



❑ هدف از استفاده از جدایشگرها



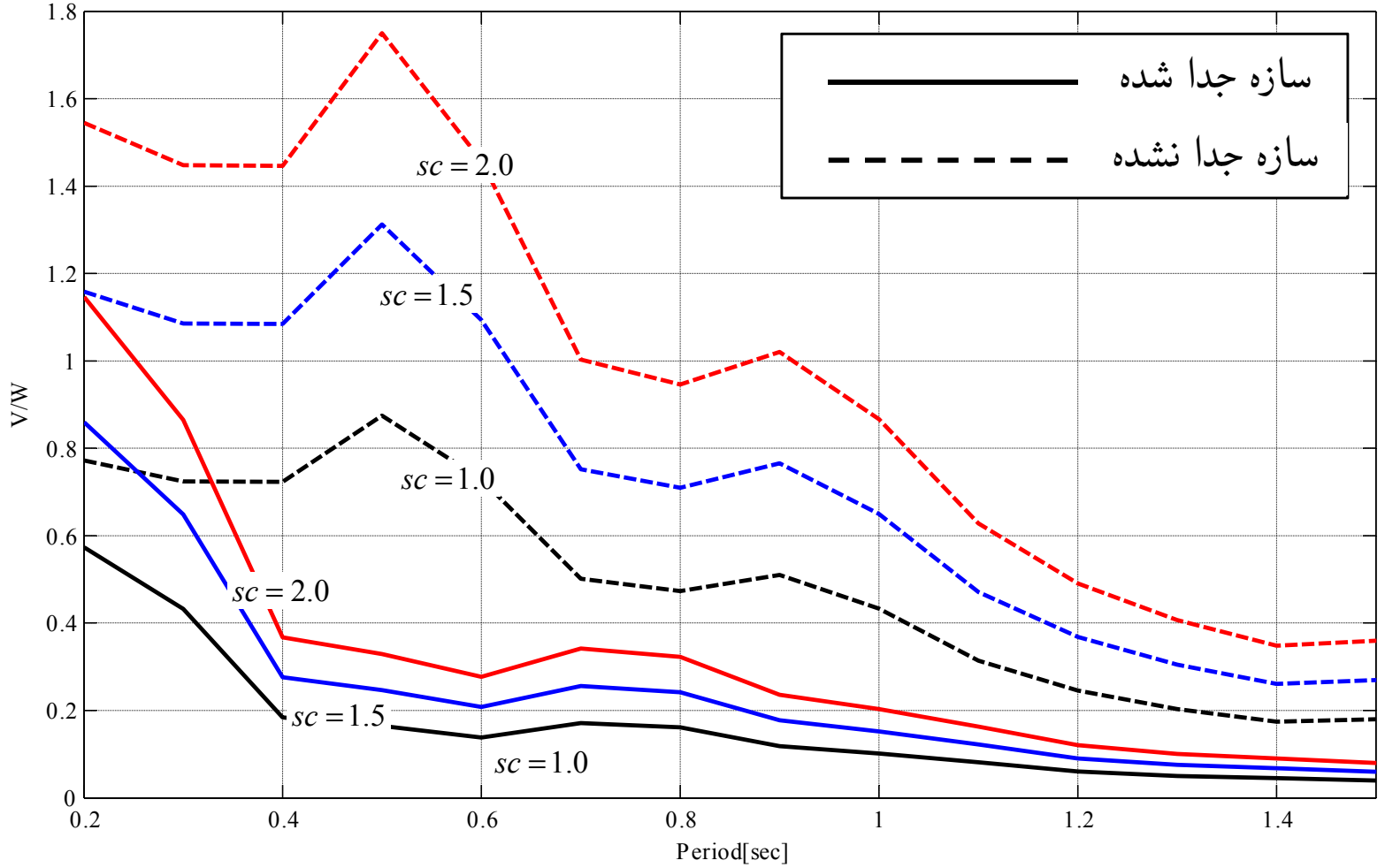
❑ هدف از استفاده از جدایشگرها



❑ هدف از استفاده از جدایشگرها

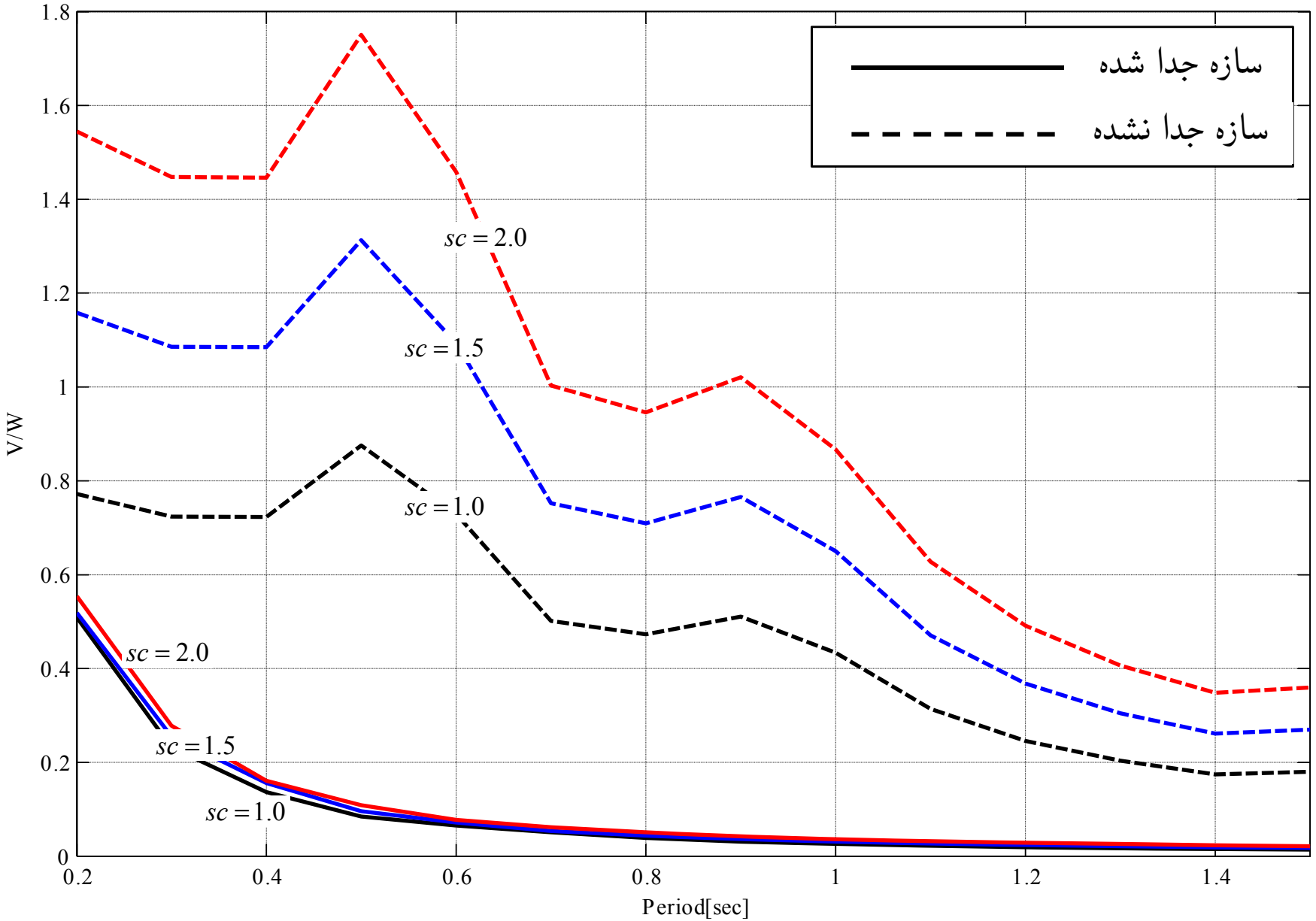
❑ اثر جدایشگرها در کاهش اثر ارتعاشات بر سازه‌ها

استفاده از جدایشگرها باعث کاهش نیروی برشی وارد بر سازه می‌شود. در حقیقت با استفاده از سیستم جداساز لرزه‌ای، انتقال نیروهای اینرسی به سازه کم شده و سازه تقریبا مشابه یک جسم صلب، تنها یک جابجایی انتقالی خواهد داشت. در این حالت نیروی اینرسی کم می‌شود و در هنگام ارتعاش جسم به صورت صلب جابه‌جا می‌گردد. به بیان دیگر می‌توان گفت جدایشگر باعث افزایش زمان تناوب ارتعاش سازه می‌شود.



مقایسه نمودار طیف نسبت برش طبقه اول به وزن سازه در دو حالت سازه جدا شده و جدا نشده تحت اثر زلزله Elcentro در مقیاس های مختلفی از شدت زلزله (با فرض رفتار خطی جدایشگر $k_b = 0.1k_s$)

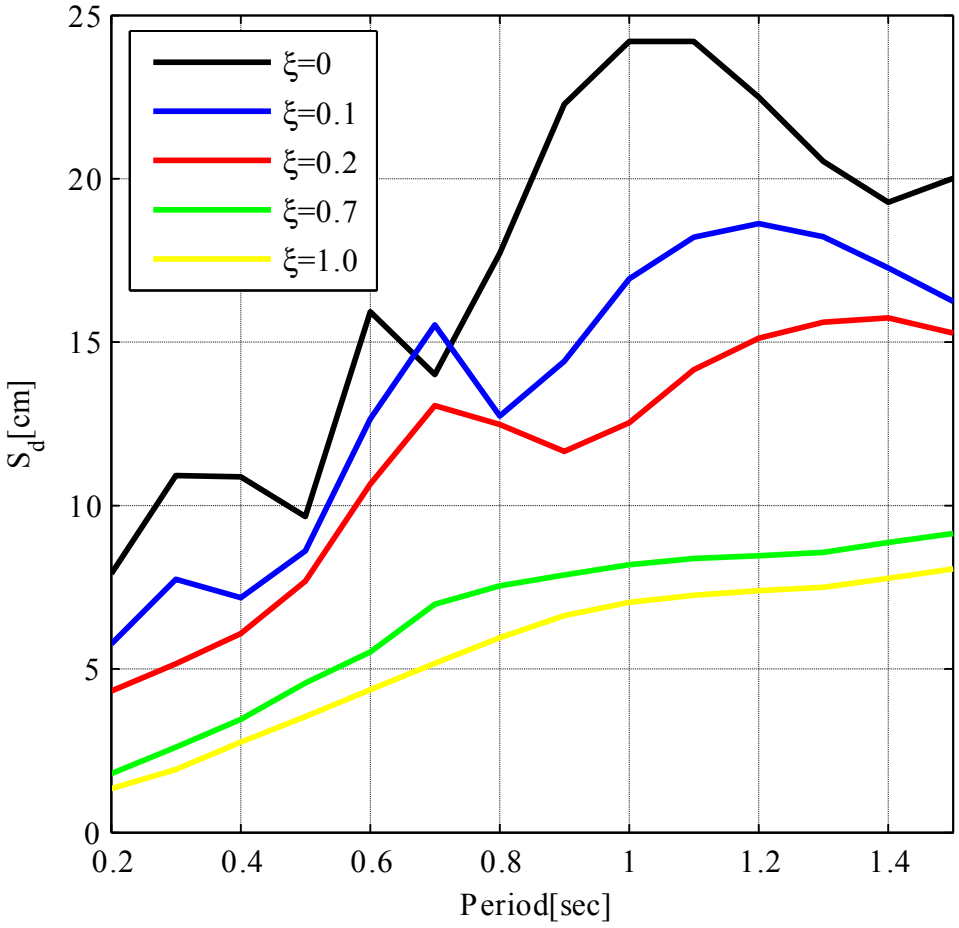
❑ اثر جدایشگرها در کاهش اثر ارتعاشات بر سازه‌ها



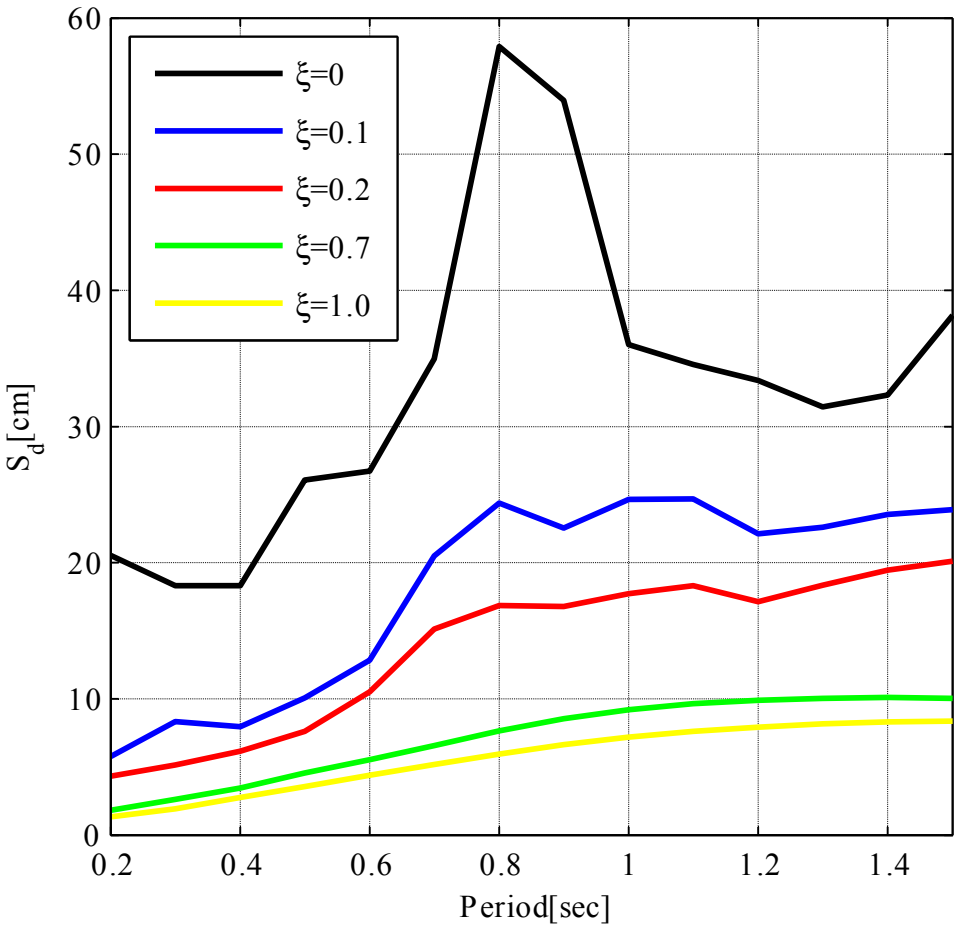
مقایسه نمودار طیف نسبت برش طبقه اول به وزن سازه در دو حالت سازه جدا شده و جدا نشده تحت اثر زلزله Elcentro در مقیاس های مختلفی از شدت زلزله (با فرض رفتار غیرخطی جدایشگر $(k_b = 0.1k_s$

❑ اثر جدایشگرها در کاهش اثر ارتعاشات بر سازه‌ها

اثر افزایش پریود سازه و همچنین افزایش میرایی که هر دو به دلیل استفاده از جدایشگر می‌باشند بر پاسخ جابجایی سازه در نمودارهای زیر نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهد افزایش پریود باعث افزایش پاسخ جابجایی می‌گردد. اما برعکس افزایش میرایی پاسخ جابجایی را کاهش می‌دهد.



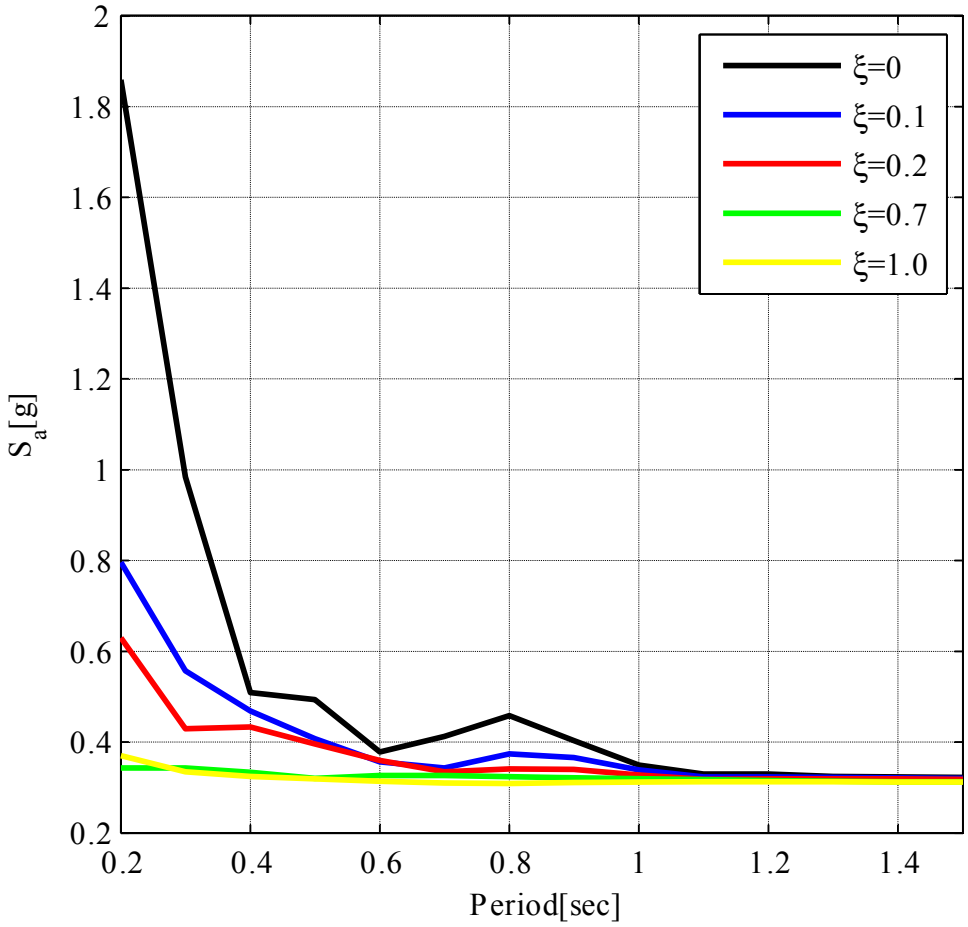
نمودار جابجایی طیفی سازه جدا شده تحت اثر زلزله Elcentro
(با فرض رفتار غیرخطی جدایشگر $k_b = 0.1k_s$)



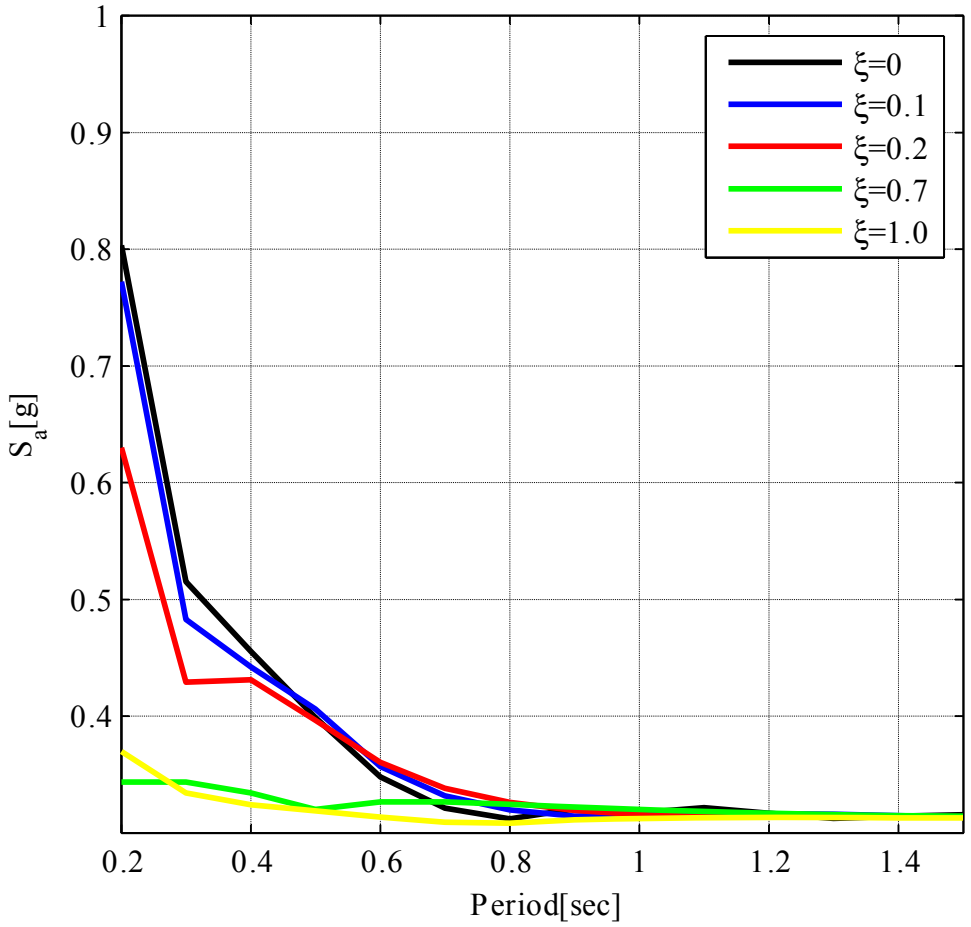
نمودار جابجایی طیفی سازه جدا شده تحت اثر زلزله Elcentro
(با فرض رفتار خطی جدایشگر $k_b = 0.1k_s$)

❑ اثر جدایشگرها در کاهش اثر ارتعاشات بر سازه‌ها

اثر افزایش پریود سازه و همچنین افزایش میرایی که هر دو به دلیل استفاده از جدایشگر می‌باشند بر پاسخ شتاب سازه در نمودارهای زیر نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهد افزایش پریود باعث کاهش پاسخ شتاب می‌گردد. همچنین افزایش میرایی نیز پاسخ شتاب را کاهش می‌دهد.



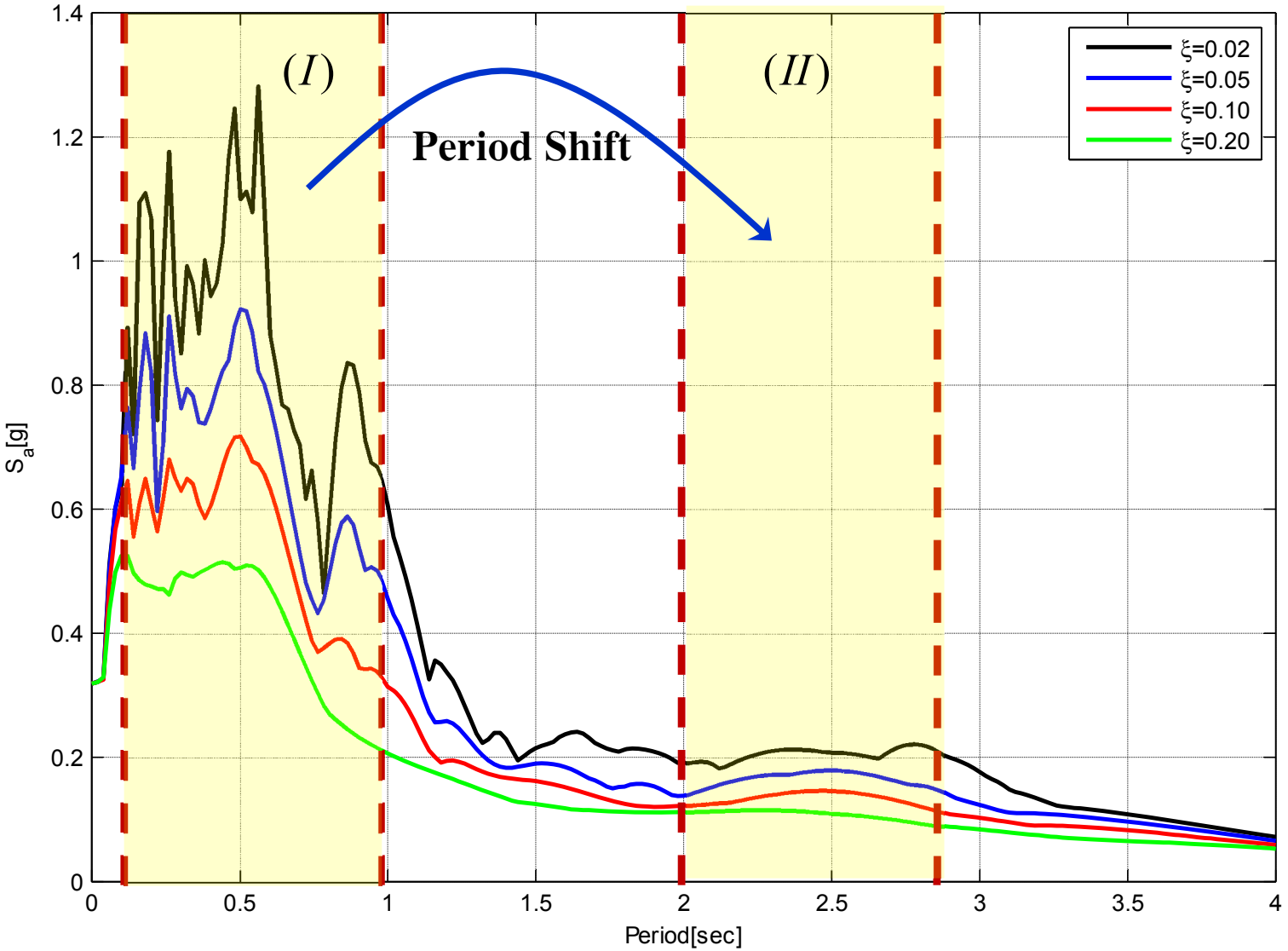
نمودار شتاب طیفی سازه جدا شده تحت اثر زلزله Elcentro
(با فرض رفتار خطی جدایشگر $k_b = 0.1k_s$)



نمودار شتاب طیفی سازه جدا شده تحت اثر زلزله Elcentro
(با فرض رفتار غیرخطی جدایشگر $k_b = 0.1k_s$)

❑ اثر جدایشگرها در کاهش اثر ارتعاشات بر سازه‌ها

اگر پریود سازه در ناحیه (I) یعنی ناحیه شتاب حساس باشد می‌توان از جدایشگر استفاده کرد و پریود سازه را به ناحیه (II) یعنی ناحیه مربوط به پریود سازه‌های جداشده منتقل نمود (Period Shift). اما اگر سازه در حالت عادی پریود آن در ناحیه (II) باشد استفاده از جدایشگر کار بیهوده‌ای است.



نمودار شتاب طیفی زلزله Elcentro

❑ نکات اجرایی

محدودیت‌ها در اجرای جداساز لرزه‌ای:

- واژگونی.
- جابجایی زیاد در تراز جدایشگر (برخورد با سازه مجاور).
- عدم وجود فاصله کافی در محل جدایشگر (نصب در سازه‌های موجود و یا بازرسی آن).
- خاک‌های ضعیف (جنس خاک در انتقال موج زلزله حاکم است اگر خاک ضعیف باشد عملکرد جدایشگر موثر نبوده بهتر است خاک تقویت گردد).
- زمین شیب‌دار (جداگر لرزه‌ای در سطح‌های شیب‌دار عملکرد مناسبی ندارد).
- اقتصادی (در سازه‌های با اهمیت کم اقتصادی نمی‌باشد).

نکات اجرایی جداساز لرزه‌ای:

- امکان بازرسی و تعویض.
- فضای لازم جهت حرکت ساختمان.
- پیوستگی سرویس‌های تاسیساتی راه پله و آسانسور (لوله‌های تاسیساتی باید به نحوی اجرا شوند که امکان حرکت ساختمان وجود داشته باشد).
- اجرای سیستم پشتیبانی (راه‌کارهایی برای کنترل تجهیزات کنترلی و احداث راهروهایی برای بازرسی آن‌ها).

❑ نکات اجرایی

❑ نکات اجرایی

❑ نکات اجرایی

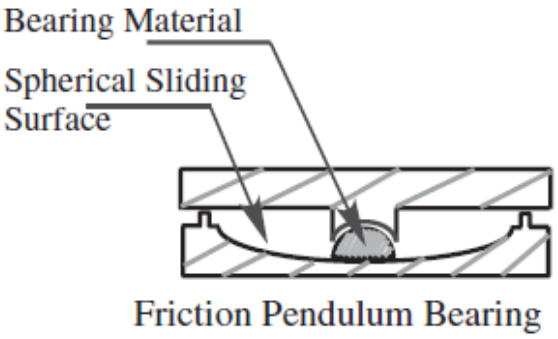
❑ نکات اجرایی

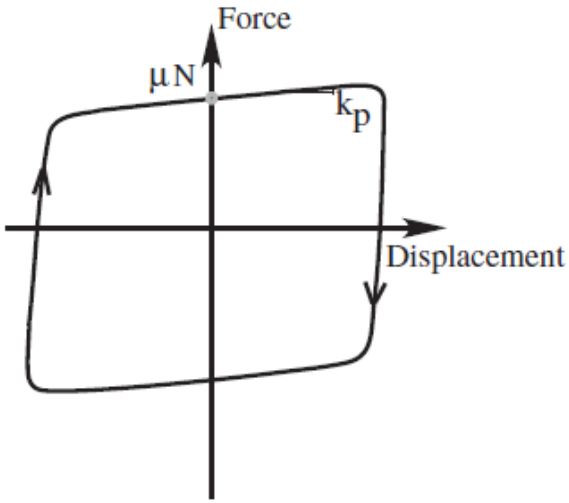
❑ نکات اجرایی

❑ انواع جدایشگرها

جدایشگر پایه از نوع اصطکاکی پاندولی (FPB)

این نوع جدایشگر با رفتار شبیه آونگ باعث افزایش پریود طبیعی سازه جدا شده می‌گردد؛ در نتیجه نیروی انتقال یافته به سازه ناشی از زلزله کاهش می‌یابد. این نوع جدایشگر براساس اصطکاک کار می‌کند. تا حد معینی از نیروی برشی را انتقال داده و پس از آن لغزش صورت می‌گیرد. مقدار نیروی برشی حداکثر تابعی از ضریب اصطکاک است. از مزیت‌های این سیستم قیمت مناسب در مقایسه با انواع جدایشگرها است. علاوه بر این تغییر ضریب اصطکاک به علت تغییرات دما و زمان از نقاط ضعف می‌باشد.





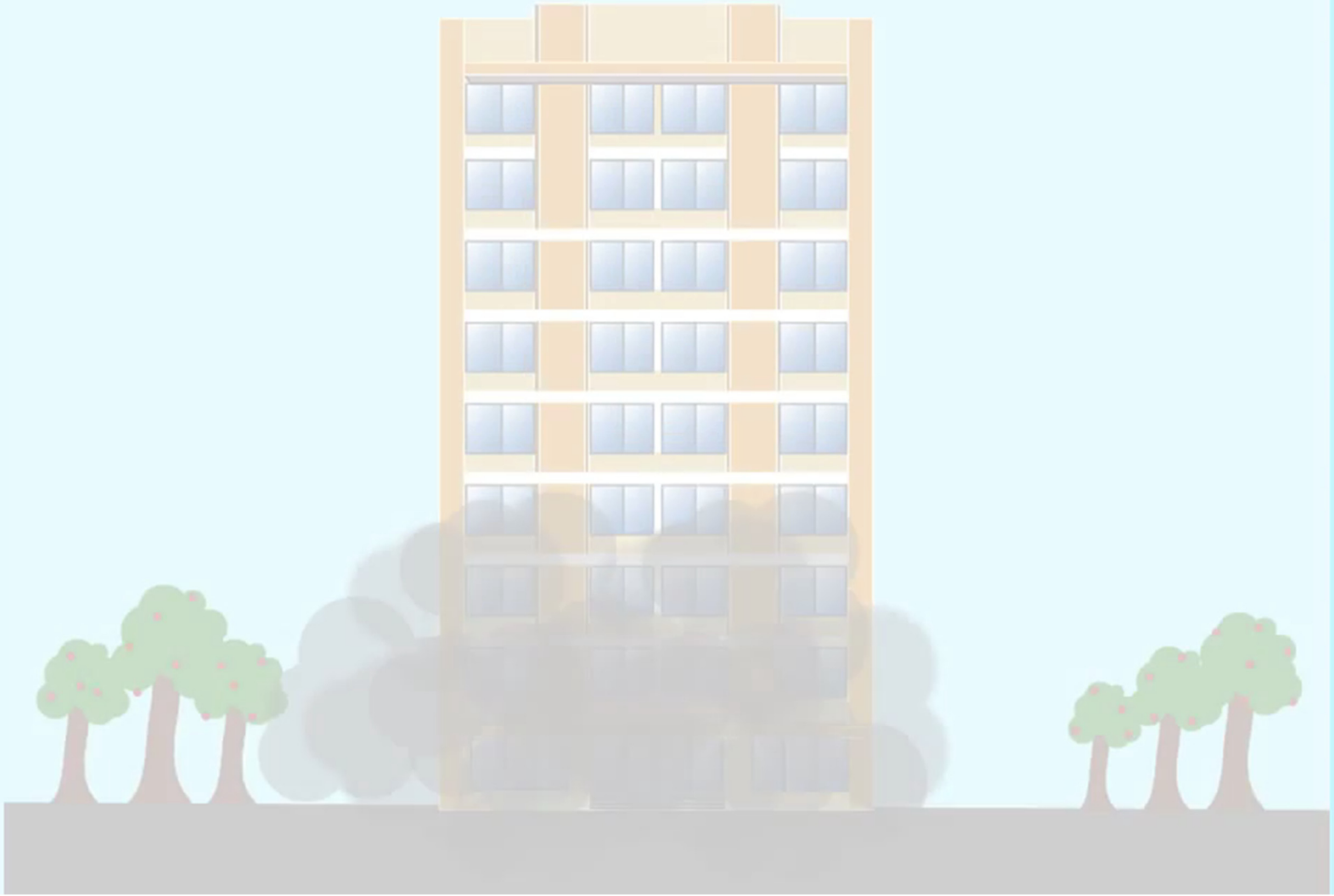
❑ انواع جدایشگرها

جدایشگر پایه از نوع اصطکاکی پاندولی

Elastomeric Bearing and Friction Pendulum Test Machine

❑ انواع جدایشگرها

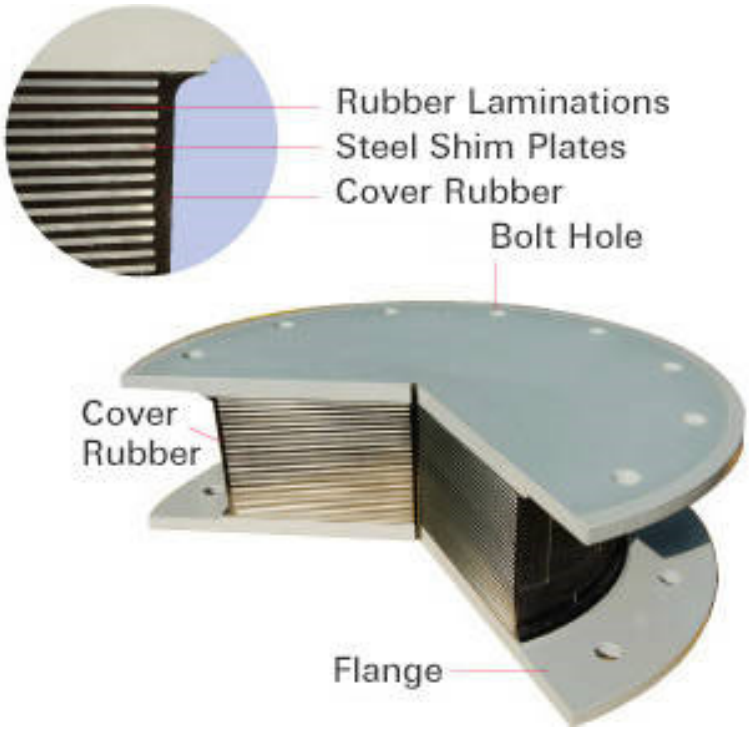
جدایشگر پایه از نوع اصطکاکی پاندولی

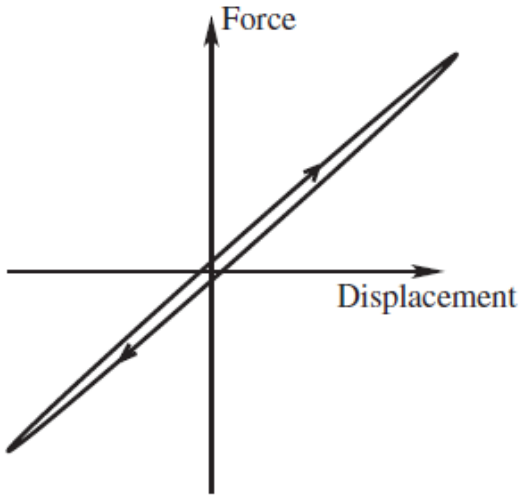


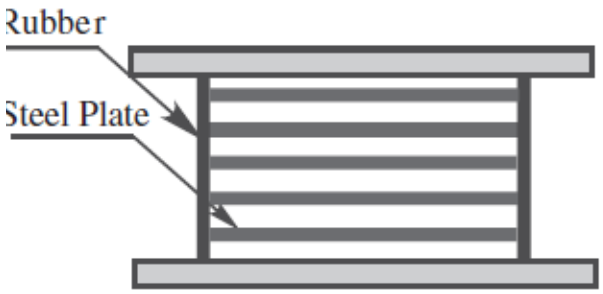
❑ انواع جدایشگرها

جداگر پایه از نوع الاستومریک

در این سیستم از لایه‌های لاستیکی با ضخامت کم و میرایی زیاد که بین صفحات فولادی به صورت ساندویچی قرار گرفته‌اند تشکیل شده است.



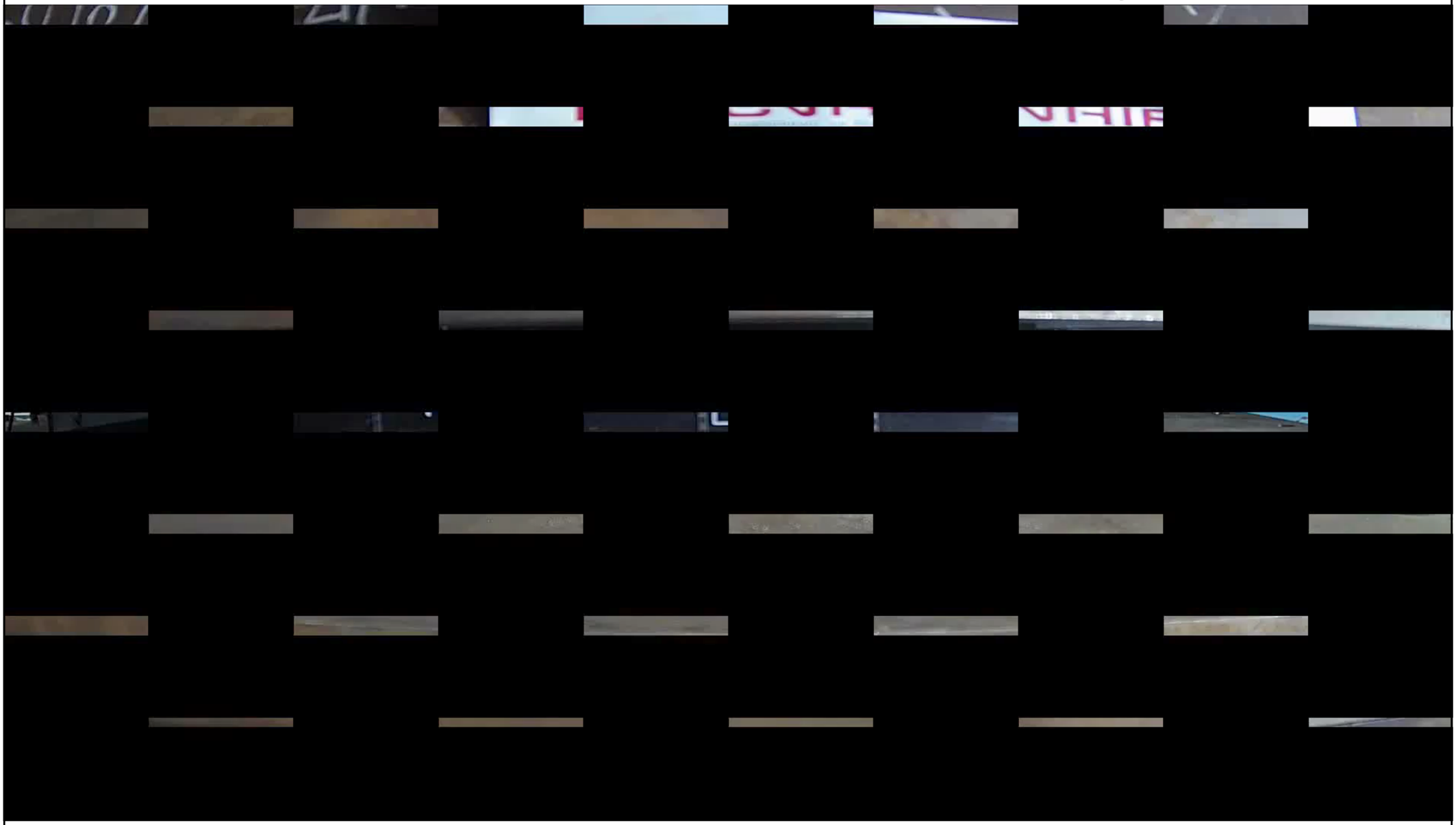




Elastomeric Bearing

❑ انواع جدایشگرها

جداگر پایه از نوع الاستومریک

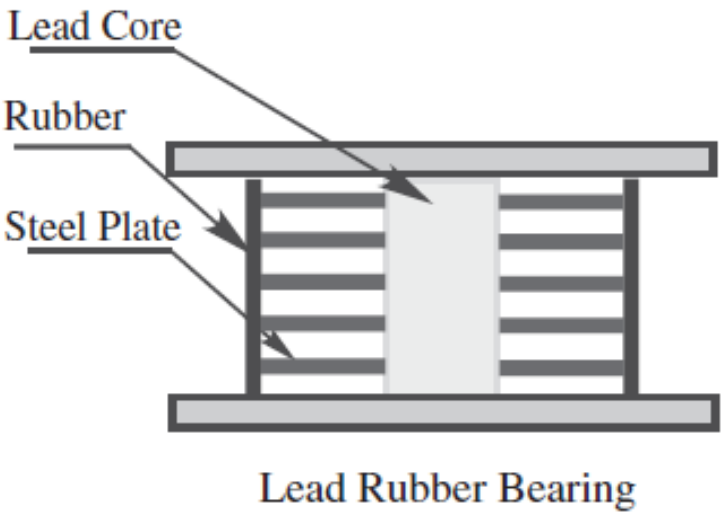


❑ انواع جدایشگرها

جداگر پایه از نوع الاستومریک

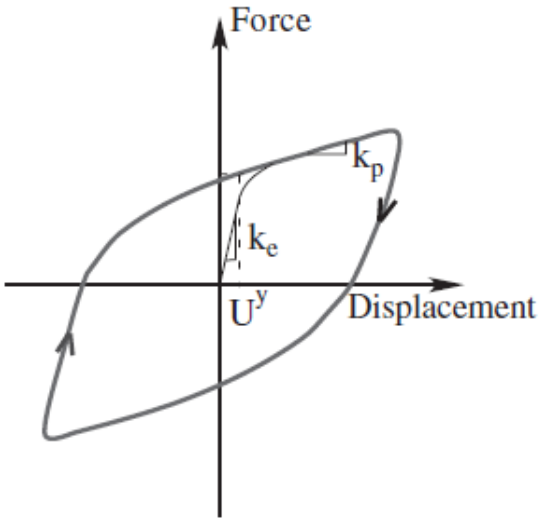
❑ انواع جدایشگرها

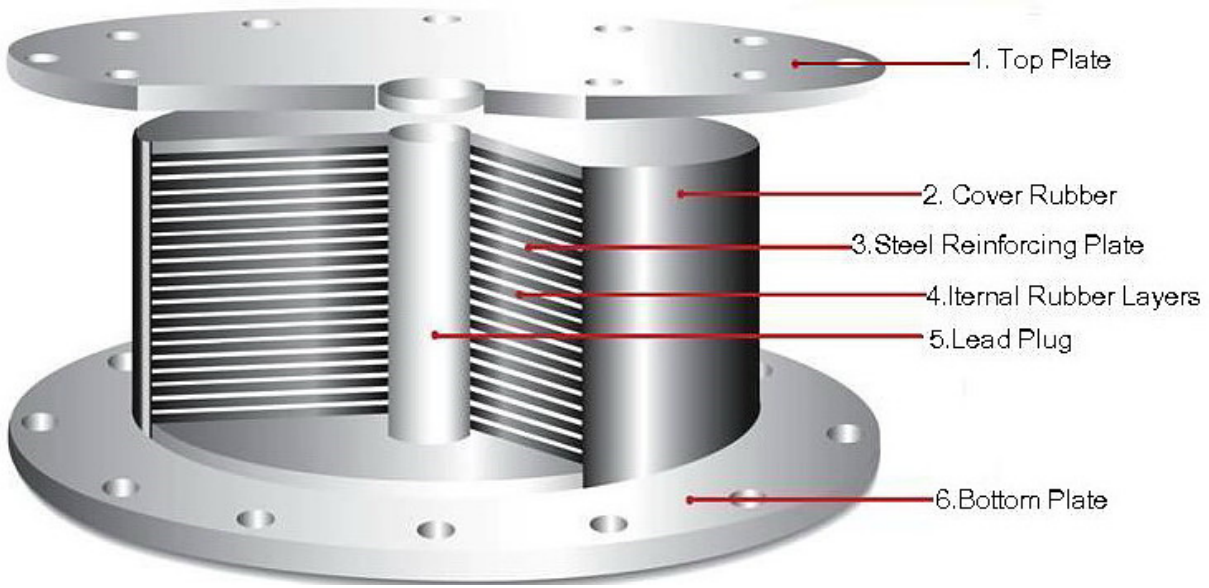
جداگر پایه از نوع لاستیکی دارای هسته سربی (LRB)



Lead Rubber Bearing

این نوع سیستم‌ها مشابه جدایشگر الاستومریک با لایه‌های فولادی و لاستیکی است با این تفاوت که یک هسته سربی استوانه‌ای در وسط جدایشگر به آن اضافه شده است. لایه‌های فولاد و لاستیک تحت اثر فشار و حرارت به هم متصل می‌شوند. ورق‌های فولادی جهت تحمل بارهای قائم و نیروی جانبی توسط لاستیک‌ها تامین می‌شوند. هسته سربی جهت جذب انرژی بیشتر استفاده شده است. عمر مفید این نوع جدایشگرها که توسط کارخانه‌های مختلف تولید شده است در حدود 50 سال می‌باشد.

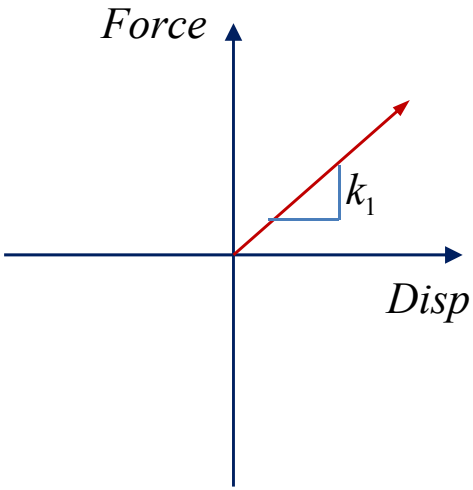




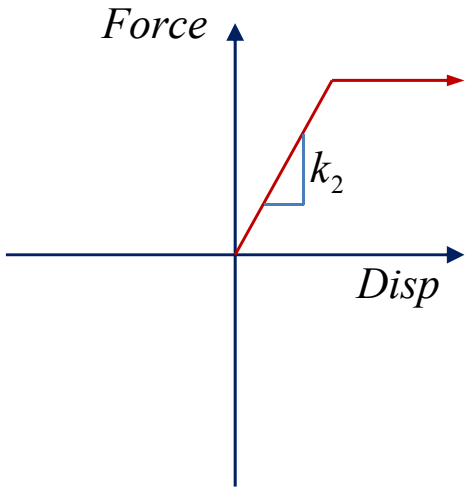
❑ انواع جدایشگرها

جداگر پایه از نوع لاستیکی دارای هسته سربی

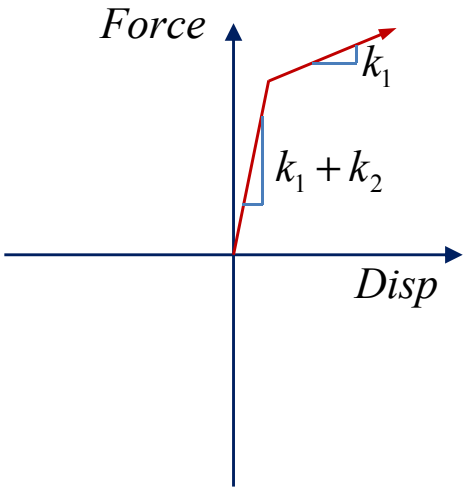
مصالحی که به عنوان میراگر در وسط LRB (نظیر سرب) قرار می‌دهند مصالحی هستند که تحت اثر بارهایی نظیر زلزله تغییر ساختار می‌دهند. اما پس از حذف بارها به حالت اولیه برمی‌گردند. زمانی که لایه‌های فولادی تنش برشی را به هسته سربی انتقال می‌دهند هسته سربی به حالت پلاستیک در می‌آید و باعث اتلاف انرژی به دلیل رفتار هیسترتیک می‌شود.



نمودار نیرو – جابجایی لاستیک.

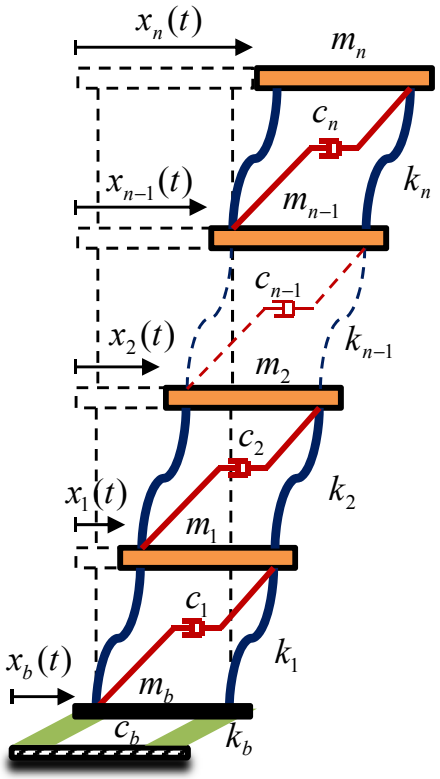


نمودار نیرو – جابجایی هسته سربی.

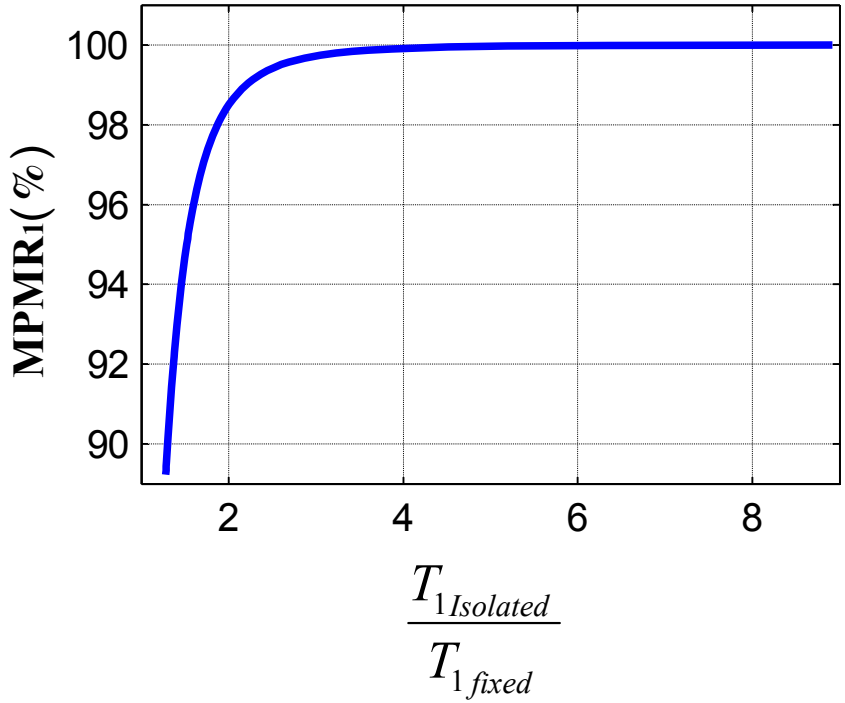


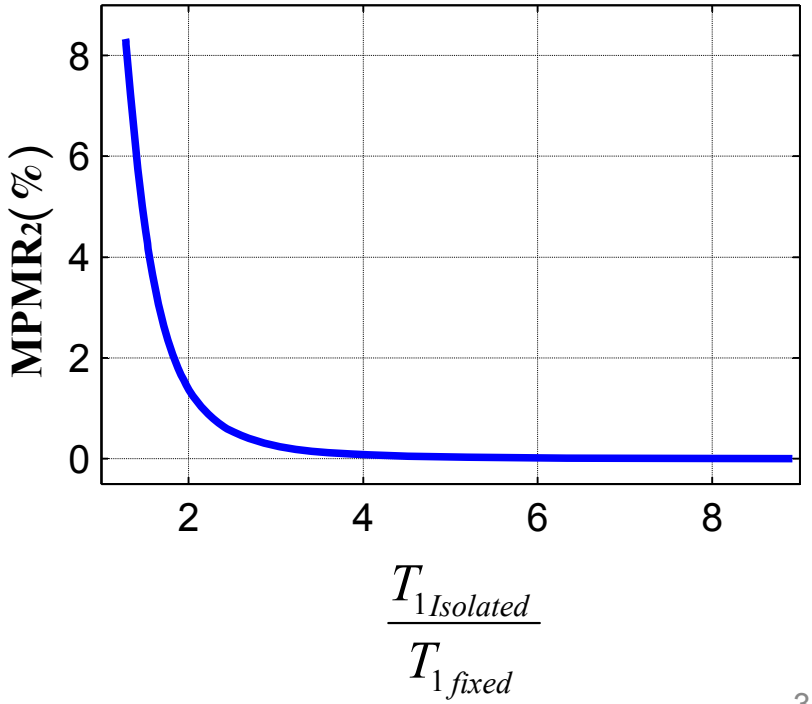
نمودار نیرو – جابجایی جدایشگر LRB

❑ مدل سازی جدایشگرها



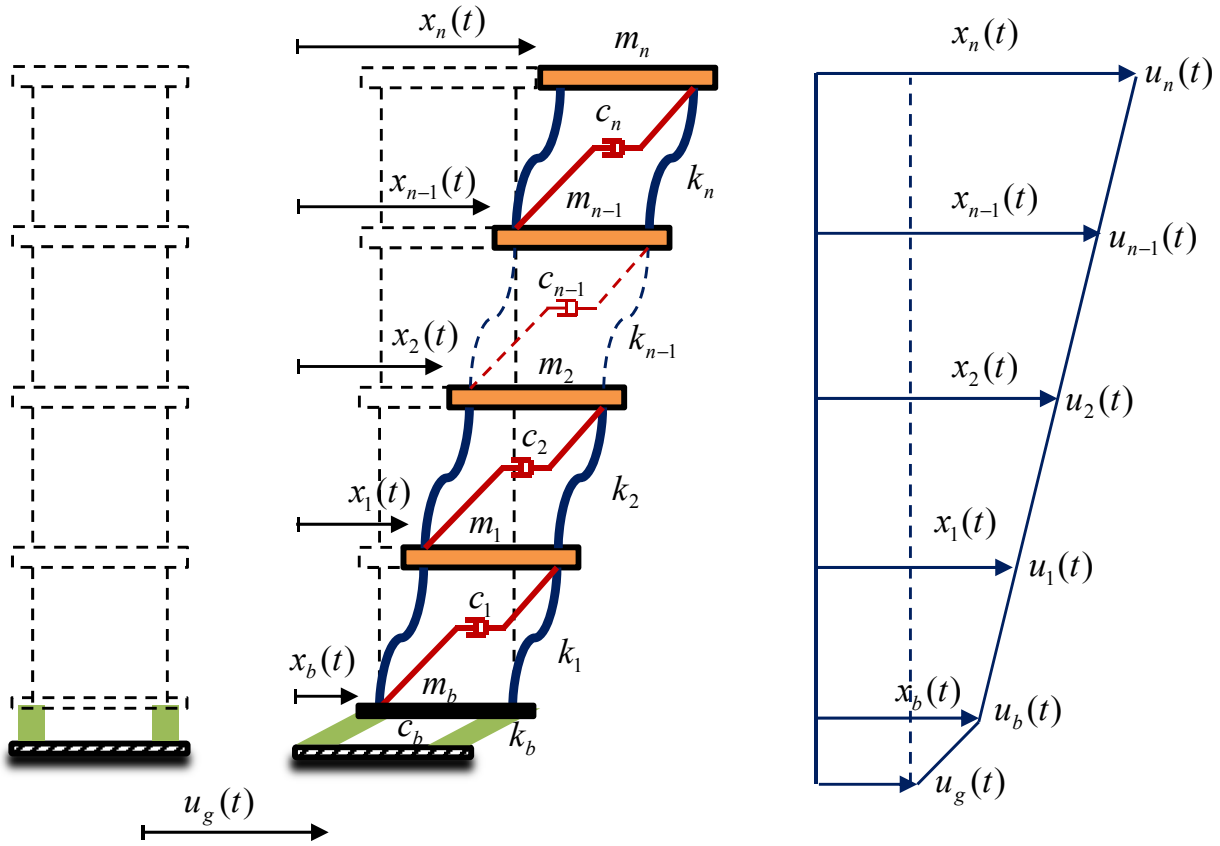
می توان با اضافه نمودن یک درجه آزادی به مدل برشی یا مدل جرم متمرکز، سازه مجهز به جدایشگر را مدل‌سازی کرد. در حالتی که مود اول ارتعاش حاکم باشد مدل برشی با جرم متمرکز دقت کافی را دارا می‌باشد. شکل زیر اثر افزایش پریود سازه بر روی ضریب مشارکت جرم مودی در دو مود اول از یک سازه سه طبقه را نشان می‌دهد.





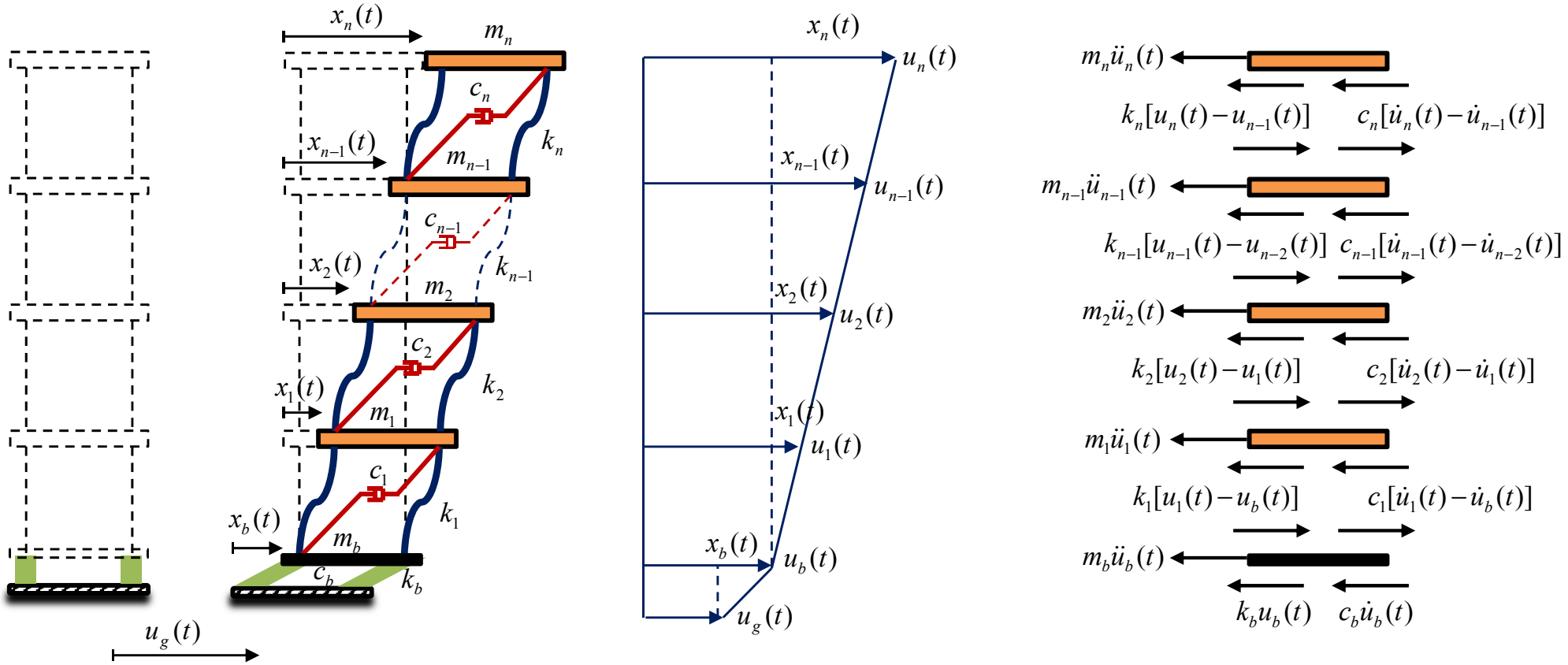
❑ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

معادله حرکت ساختمان n طبقه مجهز به جدایشگر را می‌توان همانند یک مدل برشی با جرم متمرکز دارای n+1 درجه آزادی را مدل کرد. در این حالت جابجایی طبقات شامل جابجایی تراز جداگر نیز می‌شود. معادلات حرکت مدل برشی با این فرمت در درس دینامیک سازه‌ها به طور مفصل بررسی شده است.



❑ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

اما در بعضی موارد هدف تعیین جابجایی خالص طبقات و جابجایی خالص تراز جدایشگر است. در این صورت رابطه جابجایی‌ها (کل، خالص و تراز جدایشگر) مطابق شکل زیر نشان داده می‌شود. با رسم دیاگرام جسم آزاد معادلات حرکت سیسم MDOF مجهز به جدایشگر به دست می‌آید:



$$\begin{cases} u_i(t) = x_i(t) + u_b(t) \quad (i = 1,2,3,\cdots,n) \\ u_b(t) = x_b(t) + u_g(t) \end{cases} \qquad (1)$$

❑ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

با نوشتن معادله تعادل برای هر یک از طبقات خواهیم داشت:

$$\sum F_x = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\begin{aligned}
&m_n\ddot{u}_n + c_n(\dot{u}_n - \dot{u}_{n-1}) + k_n(u_n - u_{n-1}) = 0\\
&m_{n-1}\ddot{u}_{n-1} + c_{n-1}(\dot{u}_{n-1} - \dot{u}_{n-2}) + k_{n-1}(u_{n-1} - u_{n-2}) - c_n(\dot{u}_n - \dot{u}_{n-1}) - k_n(u_n - u_{n-1}) = 0\\
&\vdots\\
&m_2\ddot{u}_2 + c_2(\dot{u}_2 - \dot{u}_1) + k_2(u_2 - u_1) - c_3(\dot{u}_3 - \dot{u}_2) - k_3(u_3 - u_2) = 0\\
&m_1\ddot{u}_1 + c_1(\dot{u}_1 - \dot{u}_b) + k_1(u_1 - u_b) - c_2(\dot{u}_2 - \dot{u}_1) - k_2(u_2 - u_1) = 0\\
&m_b\ddot{u}_b + c_b(\dot{u}_b - \dot{u}_g) + k_b(u_b - u_g) - c_1(\dot{u}_1 - \dot{u}_b) - k_1(u_1 - u_b) = 0
\end{aligned} \qquad (2)$$

(1) & (2) $\Rightarrow$

$$\begin{aligned}
&m_n(\ddot{x}_n + \ddot{x}_b + \ddot{u}_g) + c_n(\dot{x}_n - \dot{x}_{n-1}) + k_n(x_n - x_{n-1}) = 0\\
&m_{n-1}(\ddot{x}_{n-1} + \ddot{x}_b + \ddot{u}_g) + c_{n-1}(\dot{x}_{n-1} - \dot{x}_{n-2}) + k_{n-1}(x_{n-1} - x_{n-2}) - c_n(\dot{x}_n - \dot{x}_{n-1}) - k_n(x_n - x_{n-1}) = 0\\
&\vdots\\
&m_2(\ddot{x}_2 + \ddot{x}_b + \ddot{u}_g) + c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_2(x_2 - x_1) - c_3(\dot{x}_3 - \dot{x}_2) - k_3(x_3 - x_2) = 0\\
&m_1(\ddot{x}_1 + \ddot{x}_b + \ddot{u}_g) + c_1\dot{x}_1 + k_1x_1 - c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - k_2(x_2 - x_1) = 0\\
&m_b(\ddot{x}_b + \ddot{u}_g) + c_b\dot{x}_b + k_bx_b - c_1\dot{x}_1 - k_1x_1 = 0 \qquad (a)
\end{aligned} \qquad (3)$$

❑ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

در معادله مربوط به درجه آزادی *i-1* اُم از رابطه (3) نیروی میرایی و الاستیک مربوط به درجه آزادی *i*اُم را بر حسب نیروی اینرسی درجه آزادی *i*اُم جایگزین می‌کنیم:

$(3) \Rightarrow$

$$
\begin{aligned}
&m_n(\ddot{x}_n+\ddot{x}_b+\ddot{u}_g)+c_n(\dot{x}_n-\dot{x}_{n-1})+k_n(x_n-x_{n-1})=0\\
&m_n(\ddot{x}_n+\ddot{x}_b+\ddot{u}_g)+m_{n-1}(\ddot{x}_{n-1}+\ddot{x}_b+\ddot{u}_g)+c_{n-1}(\dot{x}_{n-1}-\dot{x}_{n-2})+k_{n-1}(x_{n-1}-x_{n-2})=0\\
&\vdots\\
&m_n(\ddot{x}_n+\ddot{x}_b+\ddot{u}_g)+\cdots+m_3(\ddot{x}_3+\ddot{x}_b+\ddot{u}_g)+m_2(\ddot{x}_2+\ddot{x}_b+\ddot{u}_g)+c_2(\dot{x}_2-\dot{x}_1)+k_2(x_2-x_1)=0\\
&m_n(\ddot{x}_n+\ddot{x}_b+\ddot{u}_g)+\cdots+m_2(\ddot{x}_2+\ddot{x}_b+\ddot{u}_g)+m_1(\ddot{x}_1+\ddot{x}_b+\ddot{u}_g)+c_1\dot{x}_1+k_1x_1=0\\
&m_n(\ddot{x}_n+\ddot{x}_b+\ddot{u}_g)+\cdots+m_1(\ddot{x}_1+\ddot{x}_b+\ddot{u}_g)+m_b(\ddot{x}_b+\ddot{u}_g)+c_b\dot{x}_b+k_bx_b=0 \quad (a)
\end{aligned}
\tag{4}
$$

با بکارگیری رابطه (4a) به جای معادله (3a)، رابطه (3) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$(4a)\rightarrow(3a) \Rightarrow$

$$
\begin{aligned}
&m_n(\ddot{x}_n+\ddot{x}_b+\ddot{u}_g)+\cdots+m_1(\ddot{x}_1+\ddot{x}_b+\ddot{u}_g)+m_b(\ddot{x}_b+\ddot{u}_g)+c_b\dot{x}_b+k_bx_b=0\\
&m_1(\ddot{x}_1+\ddot{x}_b+\ddot{u}_g)+c_1\dot{x}_1+k_1x_1-c_2(\dot{x}_2-\dot{x}_1)-k_2(x_2-x_1)=0\\
&m_2(\ddot{x}_2+\ddot{x}_b+\ddot{u}_g)+c_2(\dot{x}_2-\dot{x}_1)+k_2(x_2-x_1)-c_3(\dot{x}_3-\dot{x}_2)-k_3(x_3-x_2)=0\\
&\vdots\\
&m_{n-1}(\ddot{x}_{n-1}+\ddot{x}_b+\ddot{u}_g)+c_{n-1}(\dot{x}_{n-1}-\dot{x}_{n-2})+k_{n-1}(x_{n-1}-x_{n-2})-c_n(\dot{x}_n-\dot{x}_{n-1})-k_n(x_n-x_{n-1})=0\\
&m_n(\ddot{x}_n+\ddot{x}_b+\ddot{u}_g)+c_n(\dot{x}_n-\dot{x}_{n-1})+k_n(x_n-x_{n-1})=0
\end{aligned}
\tag{5}
$$

❑ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

رابطه (5) به صورت زیر ساده می‌شود:

(5) $\Rightarrow$

$$\left(m_b+\sum_{i=1}^{n}m_i\right)\ddot{x}_b+m_1\ddot{x}_1+\cdots+m_n\ddot{x}_n+c_b\dot{x}_b+k_bx_b=-\left(m_b+\sum_{i=1}^{n}m_i\right)\ddot{u}_g$$

$$m_1\ddot{x}_b+m_1\ddot{x}_1+(c_1+c_2)\dot{x}_1-c_2\dot{x}_2+(k_1+k_2)x_1-k_2x_2=-m_1\ddot{u}_g$$

$$m_2\ddot{x}_b+m_2\ddot{x}_2-c_2\dot{x}_1+(c_2+c_3)\dot{x}_2-c_3\dot{x}_3-k_2x_1+(k_2+k_3)x_2-k_3x_3=-m_2\ddot{u}_g \qquad (6)$$

$$\vdots$$

$$m_{n-1}\ddot{x}_b+m_{n-1}\ddot{x}_{n-1}-c_{n-1}\dot{x}_{n-2}+(c_{n-1}+c_n)\dot{x}_{n-1}-c_n\dot{x}_n-k_{n-1}x_{n-2}+(k_{n-1}+k_n)x_{n-1}-k_nx_n=-m_{n-1}\ddot{u}_g$$

$$m_n\ddot{x}_b+m_n\ddot{x}_n-c_n\dot{x}_{n-1}+c_n\dot{x}_n-k_nx_{n-1}+k_nx_n=-m_n\ddot{u}_g$$

❑ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

فرم ماتریسی رابطه (6) به صورت زیر نوشته می‌شود:

(6) $\Rightarrow$

$$\begin{bmatrix} \left(m_b+\sum_{i=1}^{n} m_i\right) & m_1 & m_2 & \cdots & m_{n-1} & m_n \\ m_1 & m_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ m_2 & 0 & m_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ m_{n-1} & 0 & 0 & \cdots & m_{n-1} & 0 \\ m_n & 0 & 0 & \cdots & 0 & m_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_b \\ \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \vdots \\ \ddot{x}_{n-1} \\ \ddot{x}_n \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_b & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & (c_1+c_2) & -c_2 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -c_2 & (c_2+c_3) & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & (c_{n-1}+c_n) & -c_n \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -c_n & c_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_b \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} \\ \dot{x}_n \end{Bmatrix} \quad (7)$$

$$+ \begin{bmatrix} k_b & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & (k_1+k_2) & -k_2 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -k_2 & (k_2+k_3) & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & (k_{n-1}+k_n) & -k_n \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -k_n & k_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_b \\ x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{Bmatrix} = -\begin{bmatrix} \left(m_b+\sum_{i=1}^{n} m_i\right) & m_1 & m_2 & \cdots & m_{n-1} & m_n \\ m_1 & m_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ m_2 & 0 & m_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ m_{n-1} & 0 & 0 & \cdots & m_{n-1} & 0 \\ m_n & 0 & 0 & \cdots & 0 & m_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \ddot{u}_g$$

❑ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

با تعریف روابط زیر

$$\mathbf{m_s}=\begin{bmatrix} m_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & m_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & m_n \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{c_s}=\begin{bmatrix} (c_1+c_2) & -c_2 & \cdots & 0 & 0 \\ -c_2 & (c_2+c_3) & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & (c_{n-1}+c_n) & -c_n \\ 0 & 0 & \cdots & -c_n & c_n \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{k_s}=\begin{bmatrix} (k_1+k_2) & -k_2 & \cdots & 0 & 0 \\ -k_2 & (k_2+k_3) & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & (k_{n-1}+k_n) & -k_n \\ 0 & 0 & \cdots & -k_n & k_n \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{l}^T=\{1 \quad 1 \quad 1 \quad \cdots \quad 1 \quad 1\}_{1\times n}$$

$$\mathbf{0}^T=\{0 \quad 0 \quad 0 \quad \cdots \quad 0 \quad 0\}_{1\times n}$$

$$\mathbf{x_s}^T=\{x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_{n-1} \quad x_n\}_{1\times n}$$

(8)

❑ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

با استفاده از تعاریف رابطه (8) می‌توان رابطه (7) را به صورت زیر نوشت:

$$(8)\rightarrow(7) \quad \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} m_b+\mathbf{l}^T\mathbf{m_s}\mathbf{l} & \mathbf{l}^T\mathbf{m_s} \\ \mathbf{m_s}\mathbf{l} & \mathbf{m_s} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{x}_b \\ \ddot{\mathbf{x}}_\mathbf{s} \end{Bmatrix}+\begin{bmatrix} c_b & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{c_s} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \dot{x}_b \\ \dot{\mathbf{x}}_\mathbf{s} \end{Bmatrix}+\begin{bmatrix} k_b & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{k_s} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} x_b \\ \mathbf{x_s} \end{Bmatrix}=-\begin{bmatrix} m_b+\mathbf{l}^T\mathbf{m_s}\mathbf{l} & \mathbf{l}^T\mathbf{m_s} \\ \mathbf{m_s}\mathbf{l} & \mathbf{m_s} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} 1 \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix}\ddot{u}_g \qquad (9)$$

$$(9) \quad \Rightarrow \quad \mathbf{m}\ddot{\mathbf{x}}+\mathbf{c}\dot{\mathbf{x}}+\mathbf{k}\mathbf{x}=-\mathbf{m}\mathbf{L}\ddot{u}_g \qquad (10)$$

که در آن

$$\mathbf{m}=\begin{bmatrix} m_b+\mathbf{l}^T{}_{1\times n}\mathbf{m}_{\mathbf{s}n\times n}\mathbf{l}_{n\times 1} & \mathbf{l}^T{}_{1\times n}\mathbf{m}_{\mathbf{s}n\times n} \\ \mathbf{m}_{\mathbf{s}n\times n}\mathbf{l} & \mathbf{m}_{\mathbf{s}n\times n} \end{bmatrix}_{(n+1)\times(n+1)} \qquad \mathbf{x}=\begin{Bmatrix} x_b \\ \mathbf{x}_{\mathbf{s}n\times 1} \end{Bmatrix}_{(n+1)\times 1} \qquad \mathbf{L}=\begin{Bmatrix} 1 \\ \mathbf{0}_{n\times 1} \end{Bmatrix}_{(n+1)\times 1}$$

$$\mathbf{c}=\begin{bmatrix} c_b & \mathbf{0}_{1\times n} \\ \mathbf{0}_{n\times 1} & \mathbf{c}_{\mathbf{s}n\times n} \end{bmatrix}_{(n+1)\times(n+1)} \qquad \mathbf{k}=\begin{bmatrix} k_b & \mathbf{0}_{1\times n} \\ \mathbf{0}_{n\times 1} & \mathbf{k}_{\mathbf{s}n\times n} \end{bmatrix}_{(n+1)\times(n+1)} \qquad (11)$$

❑ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

با استفاده از رابطه (9) اولین معادله حرکت آن را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$(9) \Rightarrow \boxed{(m_b + \mathbf{l}^T\mathbf{m_s}\mathbf{l})\ddot{x}_b + c_b\dot{x}_b + k_b x_b = -(m_b + \mathbf{l}^T\mathbf{m_s}\mathbf{l})\ddot{u}_g - \mathbf{l}^T\mathbf{m_s}\ddot{\mathbf{x}}_\mathbf{s}} \quad (12)$$

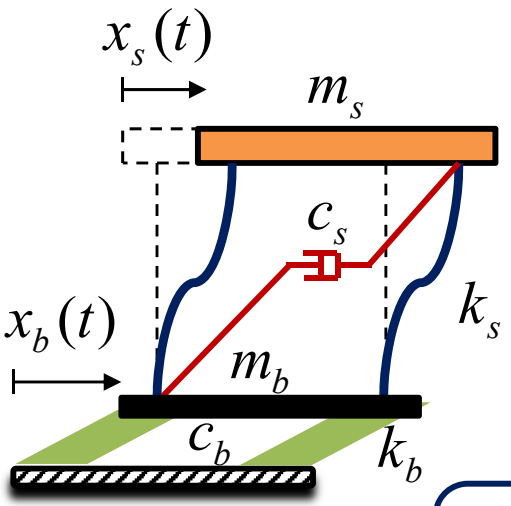
بنابراین فرکانس و میرایی جدایشگر به صورت زیر به دست می‌آید:

$$(12) \Rightarrow \omega_b = \sqrt{\frac{k_b}{m_b + \mathbf{l}^T\mathbf{m_s}\mathbf{l}}} \Rightarrow \boxed{\omega_b = \sqrt{\frac{k_b}{m_b + \sum_{i=1}^{n} m_i}}} \quad (13)$$

$$(12) \Rightarrow \frac{c_b}{m_b + \mathbf{l}^T\mathbf{m_s}\mathbf{l}} = 2\xi_b\omega_b \Rightarrow \boxed{c_b = 2\xi_b(m_b + \sum_{i=1}^{n} m_i)\omega_b} \quad (14)$$

ξ_b : ضریب میرایی جدایشگر

❑ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای



معادله حرکت سیستم دو درجه آزاد نشان داده شده به کمک رابطه (9) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$(9) \Rightarrow \begin{bmatrix} m_T & m_s \\ m_s & m_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_b \\ \ddot{x}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_b & 0 \\ 0 & c_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_b \\ \dot{x}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_b & 0 \\ 0 & k_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_b \\ x_s \end{Bmatrix} = -\begin{bmatrix} m_T & m_s \\ m_s & m_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \ddot{u}_g \quad (15)$$

که در آن m_T جرم کل سازه و تراز جدایشگر می‌باشد.

$$m_T = m_b + m_s \quad (16)$$

حالت خاص I: اگر سازه صلب کامل باشد در نتیجه $x_s = 0$ و معادله (15) به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$if \quad x_s = 0 \overset{(15)}{\Rightarrow} m_T \ddot{x}_b + c_b \dot{x}_b + k_b x_b = -m_T \ddot{u}_g \quad (17)$$

رابطه (17) نشان دهنده معادله حرکت سیستم جدایشگر با جرم کل m_T است.

❑ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

حالت خاص II: اگر لایه جدایشگر صلب کامل باشد در نتیجه $x_b = 0$ و معادله (15) به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$if \quad x_b = 0 \quad \overset{(15)}{\Rightarrow} \quad \boxed{m_s\ddot{x}_s + c_s\dot{x}_s + k_s x_s = -m_s\ddot{u}_g} \quad (18)$$

رابطه (18) نشان دهنده معادله حرکت سازه بدون جدایشگر است (اتصال مستقیم سازه به زمین).

با بسط رابطه (15) خواهیم داشت:

$$(15) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\begin{aligned} m_T\ddot{x}_b + m_s\ddot{x}_s + c_b\dot{x}_b + k_b x_b &= -m_T\ddot{u}_g \quad (19.1) \\ m_s\ddot{x}_b + m_s\ddot{x}_s + c_s\dot{x}_s + k_s x_s &= -m_s\ddot{u}_g \quad (19.2) \end{aligned}}$$

با تعریف روابط زیر

$$\boxed{\begin{aligned} \mu &= \frac{m_s}{m_T} \\ \omega_b^{\,2} &= \frac{k_b}{m_T} \qquad \omega_s^{\,2} = \frac{k_s}{m_s} \\ 2\xi_b\omega_b &= \frac{c_b}{m_T} \qquad 2\xi_s\omega_s = \frac{c_s}{m_s} \end{aligned}} \quad (20)$$

❑ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

با تقسیم طرفین رابطه (19.1) به m_T و تقسیم طرفین رابطه (19.2) به m_s و با استفاده از تعاریف (20) خواهیم داشت:

$$(19.1) \xrightarrow[(20)]{\div m_T} \ddot{x}_b + \mu\ddot{x}_s + 2\xi_b\omega_b\dot{x}_b + \omega_b{}^2 x_b = -\ddot{u}_g \quad (21.1)$$

$$(19.2) \xrightarrow[(20)]{\div m_s} \ddot{x}_b + \ddot{x}_s + 2\xi_s\omega_s\dot{x}_s + \omega_s{}^2 x_s = -\ddot{u}_g \quad (21.2)$$

در حالت ارتعاش آزاد و سیستم بدون میرایی روابط (21) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$(21) \Rightarrow \begin{cases} \ddot{x}_b + \mu\,\ddot{x}_s + \omega_b{}^2 x_b = 0 & (22.1) \\ \ddot{x}_b + \ddot{x}_s + \omega_s{}^2 x_s = 0 & (22.2) \end{cases}$$

فرم ماتریسی رابطه (22) به صورت زیر است

$$\begin{bmatrix} 1 & \mu \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_b \\ \ddot{x}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_b{}^2 & 0 \\ 0 & \omega_s{}^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_b \\ x_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (23)$$

❑ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

تعیین فرکانس سیستم:

مسئله مقادیر ویژه برای رابطه (23) به صورت تشکیل می‌شود:

$$\left(\begin{bmatrix}\omega_b^{\,2} & 0\\ 0 & \omega_s^{\,2}\end{bmatrix}-\omega^2\begin{bmatrix}1 & \mu\\ 1 & 1\end{bmatrix}\right)\{\varphi\}=\begin{Bmatrix}0\\0\end{Bmatrix} \qquad (24)$$

برای غیر صفر بودن پاسخ در رابطه (24) باید

$$\left|\begin{bmatrix}\omega_b^{\,2} & 0\\ 0 & \omega_s^{\,2}\end{bmatrix}-\omega^2\begin{bmatrix}1 & \mu\\ 1 & 1\end{bmatrix}\right|=0 \qquad (25)$$

که منجر به حل یک معادله درجه چهار می‌گردد:

$$(1-\mu)\omega^4-(\omega_b^{\,2}+\omega_s^{\,2})\omega^2+\omega_b^{\,2}\omega_s^{\,2}=0 \qquad (26)$$

که پاسخ آن به صورت زیر است:

$$\omega^2=\frac{1}{2(1-\mu)}\left[\omega_b^{\,2}+\omega_s^{\,2}\pm\sqrt{(\omega_b^{\,2}-\omega_s^{\,2})^2-4\mu\omega_b^{\,2}\omega_s^{\,2}}\right] \qquad (27)$$

❑ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

تعیین فرکانس سیستم:

اگر نسبت فرکانس به صورت زیر تعریف شود

$$f = \frac{\omega_b^{\,2}}{\omega_s^{\,2}} \qquad (28)$$

از آنجایی که مرتبه f در حدود 10^{-2} است در نتیجه می‌توان از ترم‌های مرتبه دوم f^2 صرف نظر کرده و پاسخ رابطه (27) به صورت زیر ساده می‌گردد:

$$\omega_1^{\,2} = \omega_b^{\,2}(1-\mu f) \qquad \omega_2^{\,2} = \frac{\omega_s^{\,2}}{(1-\mu)}(1+\mu f) \qquad (29)$$

رابطه (29) نشان می‌دهد برای مقادیر کم f (یا $T_b >> T_s$)، اولین فرکانس سازه جداشده (فرکانس غالب) تقریبا مساوی با فرکانس سیستم جداگر است.

$$if \quad T_b >> T_s \quad \Rightarrow \quad f \to 0 \quad \overset{(29)}{\Rightarrow} \quad \omega_1^{\,2} \approx \omega_b^{\,2} \qquad (30)$$

همچنیم رابطه (29) نشان می‌دهد برای مقادیر کم f (یا $T_b >> T_s$)، دومین فرکانس سازه جداشده تقریبا مساوی با فرکانس سازه جدا نشده (fixed) است.

$$if \quad T_b >> T_s \quad \Rightarrow \quad f \to 0 \quad \overset{(29)}{\Rightarrow} \quad \omega_2^{\,2} \approx \frac{\omega_s^{\,2}}{(1-\mu)} \qquad (31)$$

❑ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

تعیین ماتریس مودال سیستم:

با جایگذاری فرکانس‌های به دست آمده در معادله (24) مودهای سیستم تعیین می‌گردد:

$$(24) \xrightarrow{\omega_i} \left(\begin{bmatrix} \omega_b^{\,2} & 0 \\ 0 & \omega_s^{\,2} \end{bmatrix} - \omega_i^{\,2} \begin{bmatrix} 1 & \mu \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \phi_{bi} \\ \phi_{si} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \qquad (i = 1\,,\,2) \qquad (32)$$

با در نظر گرفتن مولفه تراز جدایشگر برابر با یک خواهیم داشت:

$$(\phi_{bi} = 1) \xrightarrow{(32.I)} \omega_b^{\,2} - \omega_i^{\,2}(1 + \mu\phi_{si}) = 0 \qquad (i = 1\,,\,2) \qquad (33)$$

با جایگذاری ω_1 در رابطه (33)

$$for \quad i = 1: \quad (29) \xrightarrow{\omega_1} (33) \quad \Rightarrow \quad \omega_b^{\,2} - \omega_b^{\,2}(1 - \mu f)(1 + \mu\phi_{s1}) = 0 \quad \Rightarrow \quad \phi_{s1} = \frac{f}{1 - \mu f} \approx f \qquad (34)$$

$$(34) \quad \Rightarrow \quad \begin{Bmatrix} \phi_{b1} \\ \phi_{s1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ f \end{Bmatrix} \qquad (35)$$

❑ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

تعیین ماتریس مودال سیستم:

با جایگذاری ω_2 در رابطه (33)

$$for \quad i=2: \quad (29) \xrightarrow{\omega_2} (33) \quad \Rightarrow \quad \omega_b{}^2 - \frac{\omega_s{}^2}{(1-\mu)}(1+\mu f)(1+\mu\phi_{s2}) = 0$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\phi_{s2} = -\frac{1}{\mu}\left[1 - \frac{(1-\mu)f}{1+\mu f}\right] \approx -\frac{1}{\mu}[1-(1-\mu)f]} \qquad (36)$$

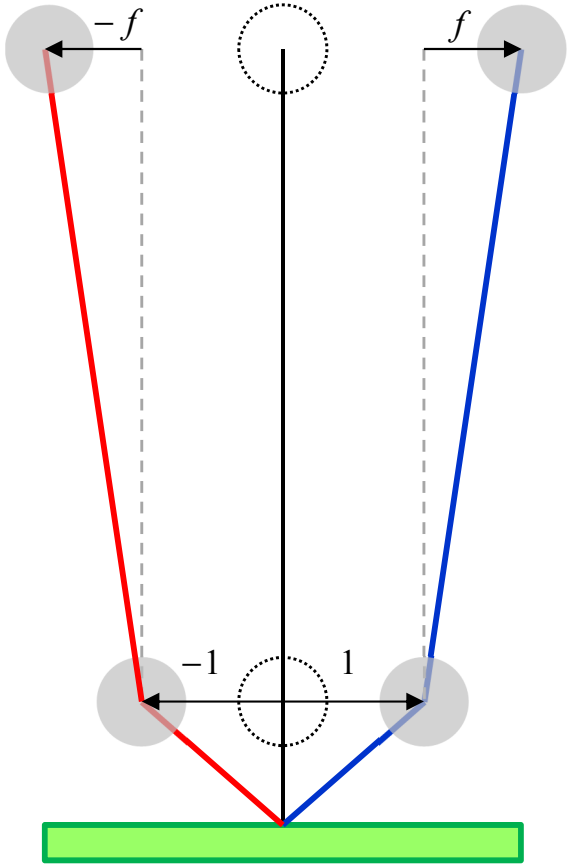
$$(36) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\begin{Bmatrix}\phi_{b2}\\ \phi_{s2}\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}1\\ -\frac{1}{\mu}[1-(1-\mu)f]\end{Bmatrix}} \qquad (37)$$

بنابراین ماتریس مودال را می‌توان به صورت زیر نوشت

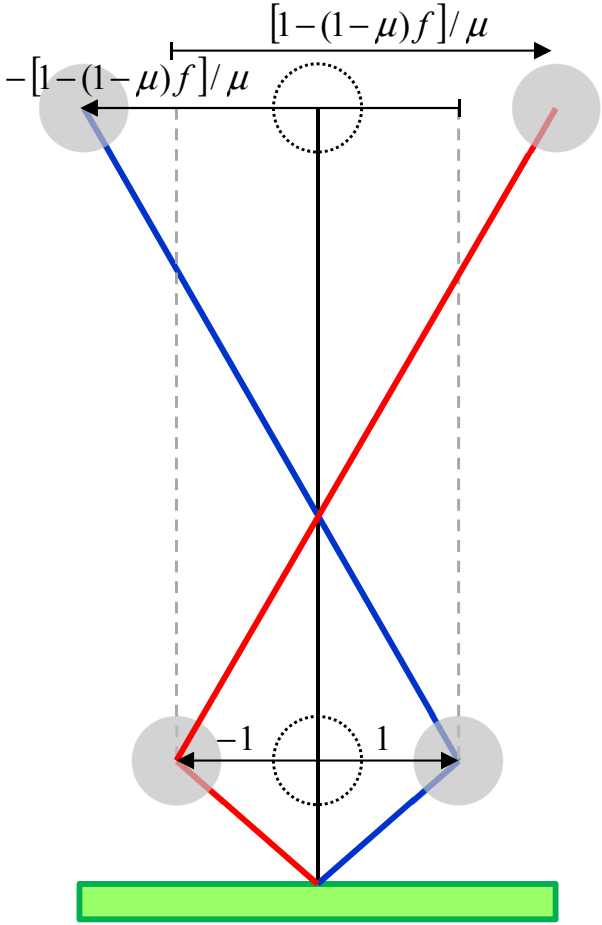
$$(35)\,,(37) \quad \Rightarrow \quad \boxed{[\Phi] = \begin{bmatrix}1 & 1\\ f & -\frac{1}{\mu}[1-(1-\mu)f]\end{bmatrix}} \qquad (38)$$

❑ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

نمودار زیر شکل‌مودهای یک سازه SDOF مجهز به جدایشگر را نشان می‌دهد. نکته قابل توجه آن که جابجایی سازه در مود اول کوچک و تقریبا نزدیک به صفر است. در مقابل جابجایی سازه در مود دوم همانند جابجایی جدایشگر مقدار قابل توجهی در جهت مخالف را دارا می‌باشد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که در مود حاکم سیستم، تغییرشکل‌ها در تراز جدایشگر متمرکز شده است. اما در مود دوم هم سازه و هم جدایشگر تغییرشکل‌های قابل توجهی دارند.



Mode 1



Mode 2

❑ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

ضریب مشارکت مودال:

ضریب مشارکت مود i اُم از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\eta_i = \frac{\Gamma_i}{M_i} \qquad (39)$$

که در آن

$$\Gamma_i = \{\boldsymbol{\varphi}\}_i^T [\mathbf{m}]\{\mathbf{L}\}$$
$$M_i = \{\boldsymbol{\varphi}\}_i^T [\mathbf{m}]\{\boldsymbol{\varphi}\}_i \qquad (40)$$

Γ_i : ضریب مشارکت i اُم

$$(40) \rightarrow (39) \quad \Rightarrow \quad \eta_i = \frac{\{\boldsymbol{\varphi}\}_i^T [\mathbf{m}]\{\mathbf{L}\}}{\{\boldsymbol{\varphi}\}_i^T [\mathbf{m}]\{\boldsymbol{\varphi}\}_i} \qquad (41)$$

ضریب مشارکت مود اول برابر است با:

$$(41) \quad \Rightarrow \quad \eta_1 = \frac{\{\boldsymbol{\varphi}\}_1^T [\mathbf{m}]\{\mathbf{l}\}}{\{\boldsymbol{\varphi}\}_1^T [\mathbf{m}]\{\boldsymbol{\varphi}\}_1} = \frac{\begin{Bmatrix}1\\ f\end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} m_T & m_s \\ m_s & m_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix}1\\ 0\end{Bmatrix}}{\begin{Bmatrix}1\\ f\end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} m_T & m_s \\ m_s & m_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix}1\\ f\end{Bmatrix}} \quad \Rightarrow \quad \eta_1 \approx 1 - \mu f \qquad (42)$$

❑ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

ضریب مشارکت مودال:

به طور مشابه ضریب مشارکت مود دوم از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$(41) \quad \Rightarrow \quad \eta_2 = \frac{\{\varphi\}_2^T [\mathbf{m}]\{\mathbf{l}\}}{\{\varphi\}_2^T [\mathbf{m}]\{\varphi\}_2} = \frac{\left\{\begin{matrix} 1 \\ -\frac{1}{\mu}[1-(1-\mu)f] \end{matrix}\right\}^T \begin{bmatrix} m_T & m_s \\ m_s & m_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix}}{\left\{\begin{matrix} 1 \\ -\frac{1}{\mu}[1-(1-\mu)f] \end{matrix}\right\}^T \begin{bmatrix} m_T & m_s \\ m_s & m_s \end{bmatrix} \left\{\begin{matrix} 1 \\ -\frac{1}{\mu}[1-(1-\mu)f] \end{matrix}\right\}} \Rightarrow \boxed{\eta_2 \approx \mu f} \quad (43)$$

رابطه (42) نشان می‌دهد برای مقادیر کم f (یا $T_b >> T_s$)، ضریب مشارکت مود اول تقریبا برابر با یک است:

$$\boxed{if \quad T_b >> T_s \quad \Rightarrow \quad f \to 0 \quad \overset{(42)}{\Rightarrow} \quad \eta_1 \approx 1} \quad (44)$$

همچنین رابطه (43) نشان می‌دهد برای مقادیر کم f (یا $T_b >> T_s$)، ضریب مشارکت مود دوم تقریبا برابر با صفر است:

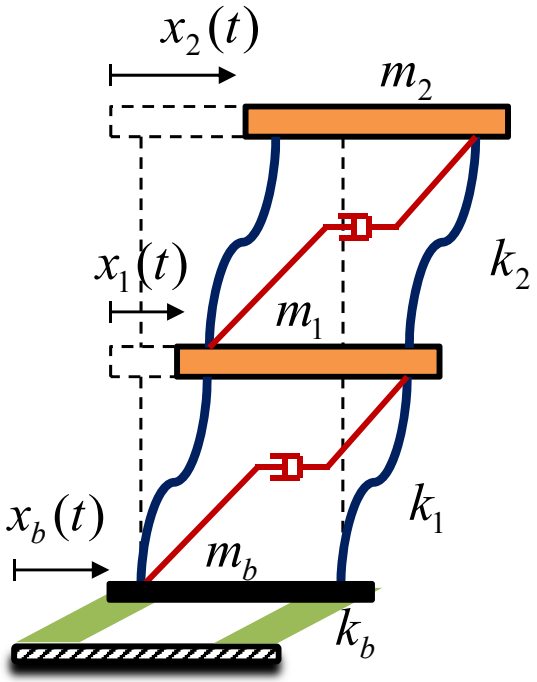
$$\boxed{if \quad T_b >> T_s \quad \Rightarrow \quad f \to 0 \quad \overset{(43)}{\Rightarrow} \quad \eta_2 \approx 0} \quad (45)$$

❑ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

در کل می‌توان نتیجه گرفت که جدایشگر پریود ارتعاشی حاکم سازه را افزایش می‌دهد؛ از این رو پاسخ شتاب در مود حاکم، کاهش یافته و بالتبع آن نیروی القایی ناشی از زلزله نیز کاهش می‌یابد. دومین مود اصلی که تغییرشکل در سازه ایجاد می‌کند در واقع تحت اثر تحریکات زمین برانگیخته نمی‌شود هرچند که پاسخ شتاب در این مود زیاد باشد. دلیل این موضوع آن است که اولین مود ارتعاشی سازه دارای جداساز فقط شامل جابجایی در تراز جدایشگر است و سازه روی آن به صورت صلب رفتار می‌کند. از این رو ضریب مشارکت مود اول تقریبا نزدیک به یک است. یعنی تمام جرم موثر لرزه‌ای در مود اول توسط زلزله تحریک می‌شود. در مقابل، ضریب مشارکت مود دوم ناچیز بوده و این نشان می‌دهد که جرم موثر کمتری در نیروی زلزله در مود دوم تحریک می‌شود و این باعث می‌گردد که مود دوم در پاسخ دینامیکی کل سیستم اثر چندانی نداشته باشد.

بنابراین دلیل اصلی در موثر بودن سیستم جداساز لرزه‌ای در کاهش نیروی زلزله ایجاد شده در سازه، افزایش پریود مود حاکم ارتعاشی است. میرایی و اتلاف انرژی دلیل دوم (با اهمیت کمتر) در کاهش پاسخ‌های سازه دارای جدایشگر محسوب می‌گردد.

❑ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای



مثال 1- شکل مقابل یک سیستم MDOF مجهز به جدایشگر را نشان می‌دهد. در صورتی که این سازه تحت اثر زلزله Elcentro واقع شود مطلوب است تعیین:

با فرض رفتار خطی جدایشگر:

الف) ماکزیمم پاسخ جابجایی خالص طبقات با استفاده از آنالیز دینامیکی طیفی.

ب) تاریخچه پاسخ جابجایی خالص طبقات با استفاده از آنالیز تاریخچه زمانی.

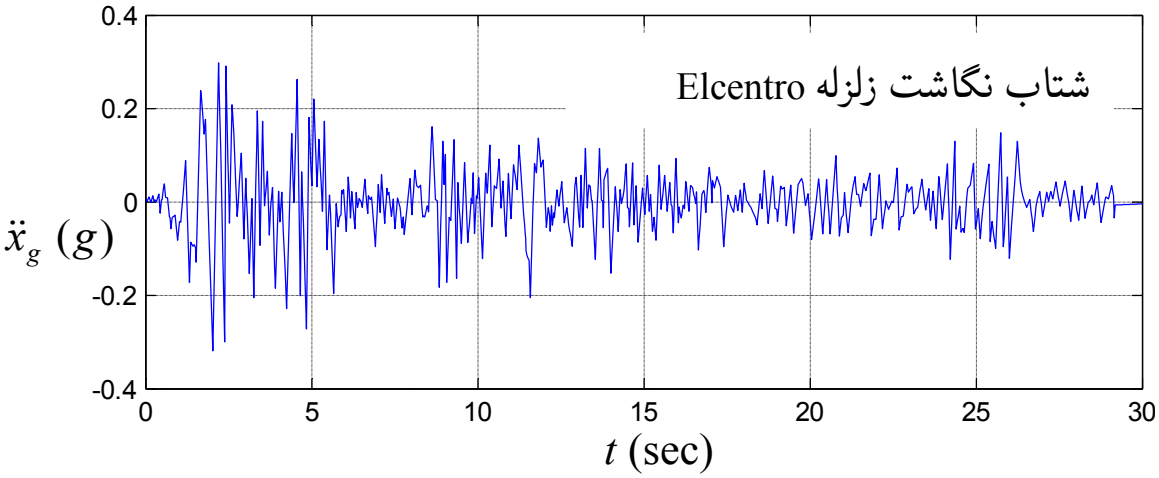
با فرض رفتار غیرخطی جدایشگر:

ج) تاریخچه پاسخ جابجایی خالص طبقات با استفاده از آنالیز تاریخچه زمانی.

$$\xi_b = 10\%$$
$$\xi_s = 2\%$$

$$m_b = \frac{4000}{3}\,(ton) \qquad m_1 = 2000\,(ton) \qquad m_2 = 2000\,(ton)$$

$$k_b = 5\times10^4\ (kN/m) \qquad k_1 = 5\times10^5\ (kN/m) \qquad k_2 = 2\times10^5\ (kN/m)$$



$$k_{bp} = 0.1k_b \qquad \Delta_{y_b} = 5\ cm$$
$$k_{1p} = 0.2k_1 \qquad \Delta_{y_1} = 1.5\ cm \qquad \mu = \frac{\Delta_u}{\Delta_y} = 6$$
$$k_{2p} = 0.2k_2 \qquad \Delta_{y_2} = 1.5\ cm$$

Matlab Code (L06Example01.m)

❑ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

پاسخ مثال 1-

مشخصات دینامیکی سازه بدون جدایشگر به صورت زیر به دست می‌آید:

$$[\mathbf{M}_s]=\begin{bmatrix}2.2461 & 0\\ 0 & 18.254\end{bmatrix}\times 10^6$$

$$[\mathbf{C}_s]=\begin{bmatrix}7.2391 & 0\\ 0 & 143.28\end{bmatrix}\times 10^5$$

$$[\mathbf{c}_s]=\begin{bmatrix}14.685 & -2.8901\\ -2.8901 & 7.4597\end{bmatrix}\times 10^5\,(N.\sec/m)$$

❑ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

پاسخ مثال 1-

$$=\begin{bmatrix}0.35078 & -2.8505\\ 1 & 1\end{bmatrix}^T\begin{bmatrix}2\times10^6 & 0\\ 0 & 2\times10^6\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}1\\1\end{Bmatrix}\Rightarrow\boxed{\{\Gamma_s\}=\begin{Bmatrix}2.7016\\-3.7016\end{Bmatrix}\times10^6}$$

$$\boxed{W_{es1}=3.2494\times10^6}$$

$$\boxed{W_{es2}=0.7506\times10^6}$$

$$=(3.2494+0.7506)\times10^6\Rightarrow\boxed{\sum_{i=1}^{2}W_{esi}=4\times10^6}$$

ضریب مشارکت جرم مودی (MPMR: Modal Participating Mass Ratio)

		SUM
	$MPMR_{s1}=\frac{3.2494\times10^6}{4\times10^6}\times100=81.235\%$	81.235%
$\Rightarrow$		
	$MPMR_{s2}=\frac{0.7506\times10^6}{4\times10^6}\times100=18.765\%$	100%

❑ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

پاسخ مثال 1-

مشخصات دینامیکی سازه دارای جدایشگر به صورت زیر به دست می‌آید:

$$[\Phi]=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 0.0771 & -0.319 & -1.757\\ 0.177 & -2.188 & -0.873\end{bmatrix} \qquad \{T\}=\begin{Bmatrix}2.148\\ 0.501\\ 0.238\end{Bmatrix}(\text{sec})$$

$$[\omega]=\begin{bmatrix}2.92 & 0 & 0\\ 0 & 12.54 & 0\\ 0 & 0 & 26.39\end{bmatrix}(rad/\text{sec})$$

$$[M]=[\Phi]^T[m][\Phi] \Rightarrow [M]=\begin{bmatrix}6.4292 & 0 & 0\\ 0 & 5.0839 & 0\\ 0 & 0 & 2.5141\end{bmatrix}\times 10^6$$

$$\Rightarrow \{\Gamma\}=\begin{Bmatrix}58.436\\ 3.1792\\ 0.7177\end{Bmatrix}\times 10^5$$

❑ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

پاسخ مثال 1-

$$W_{e1}=\frac{\Gamma_1^{\,2}}{M_1}=\frac{(58.436\times10^5)^2}{6.4292\times10^6}\Rightarrow \boxed{W_{e1}=531.14\times10^4}$$

$$W_{e2}=\frac{\Gamma_2^{\,2}}{M_2}=\frac{(3.1792\times10^5)^2}{5.0839\times10^6}\Rightarrow \boxed{W_{e2}=1.988\times10^4}$$

$$W_{e3}=\frac{\Gamma_3^{\,2}}{M_3}=\frac{(0.7177\times10^5)^2}{2.5141\times10^6}\Rightarrow \boxed{W_{e3}=0.20489\times10^4}$$

$$\sum_{i=1}^{3}W_{ei}=W_{e1}+W_{e2}+W_{e3}=(531.14+1.988+0.20489)\times10^4\Rightarrow \boxed{\sum_{i=1}^{3}W_{ei}=5.33\times10^6}$$

ضریب مشارکت جرم مودی (MPMR: Modal Participating Mass Ratio)

$$MPMR_i=\frac{W_{ei}}{\sum_{i=1}^{3}W_{ei}}\times100$$

$$MPMR_1=\frac{531.14\times10^4}{5.33\times10^6}\times100=99.589\%$$

$$MPMR_2=\frac{1.988\times10^4}{5.33\times10^6}\times100=0.37276\%$$

$$MPMR_3=\frac{0.20489\times10^4}{5.33\times10^6}\times100=0.0384\%$$

SUM
99.589%
99.962%
100%

❑ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

پاسخ مثال 1-

$$\omega_b = 3.062\ (rad\ /\ \sec)$$

$$c_b = 32.66\times10^5\ (N\ .\sec/\ m\ )$$

$$C_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0.0771 \\ 0.177 \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} 32.66\times10^5 & 0 & 0 \\ 0 & 14.685\times10^5 & -2.8901\times10^5 \\ 0 & -2.8091\times10^5 & 7.4597\times10^5 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0.0771 \\ 0.177 \end{Bmatrix} \Rightarrow C_1 = 32.904\times10^5$$

$$C_2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.319 \\ -2.188 \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} 32.66\times10^5 & 0 & 0 \\ 0 & 14.685\times10^5 & -2.8901\times10^5 \\ 0 & -2.8091\times10^5 & 7.4597\times10^5 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.319 \\ -2.188 \end{Bmatrix} \Rightarrow C_2 = 65.84\times10^5$$

❑ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

پاسخ مثال 1-

$$C_3 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -1.757 \\ -0.873 \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} 32.66\times10^5 & 0 & 0 \\ 0 & 14.685\times10^5 & -2.8901\times10^5 \\ 0 & -2.8091\times10^5 & 7.4597\times10^5 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -1.757 \\ -0.873 \end{Bmatrix} \Rightarrow \boxed{C_3 = 74.849\times10^5}$$

ضرایب میرایی سازه دارای جدایشگردر مودهای مختلف به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\boxed{\xi_1 = 0.0875}$$

$$\xi_2 = \frac{C_2}{2\omega_2 M_2} = \frac{65.84\times10^5}{2(12.54)(5.0839\times10^6)} \Rightarrow \boxed{\xi_2 = 0.0516}$$

$$\xi_3 = \frac{C_3}{2\omega_3 M_3} = \frac{74.849\times10^5}{2(26.39)(2.5141\times10^6)} \Rightarrow \boxed{\xi_3 = 0.0564}$$

❑ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

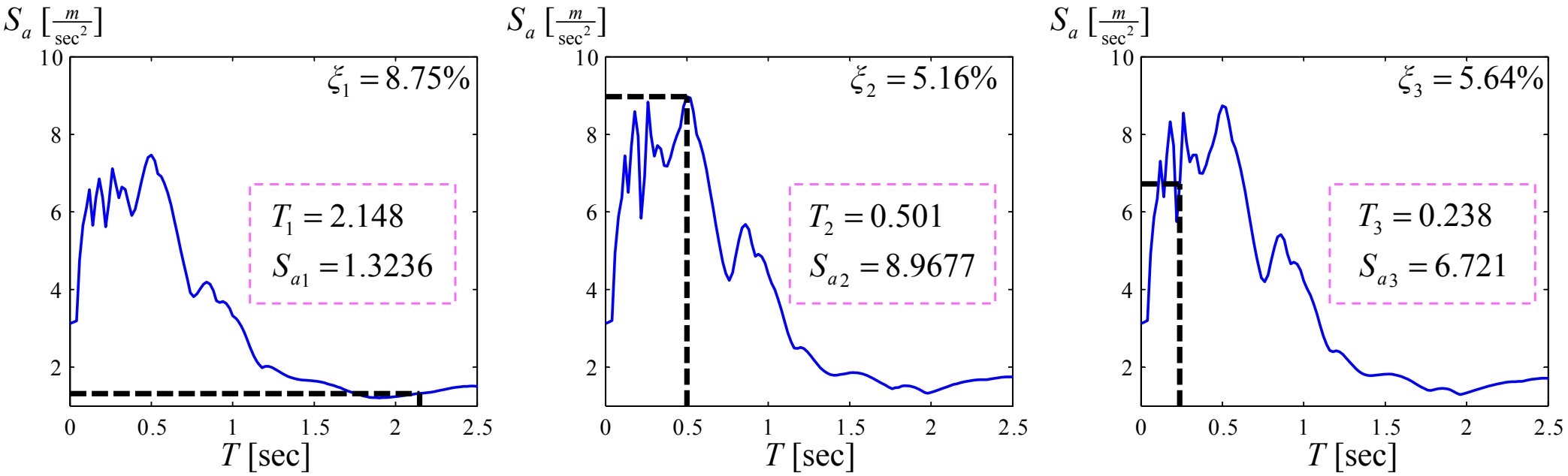
پاسخ مثال 1-

تعیین پاسخ شتاب برای هر مود براساس T_i و ξ_i

$$T_1 = 2.148\,(\text{sec}) \xrightarrow[\xi=8.75\%]{Spectrum} (S_a)_1 = 1.3236\,(m/s^2)$$

$$T_2 = 0.501\,(\text{sec}) \xrightarrow[\xi=5.16\%]{Spectrum} (S_a)_2 = 8.9677\,(m/s^2)$$

$$T_3 = 0.238\,(\text{sec}) \xrightarrow[\xi=5.64\%]{Spectrum} (S_a)_3 = 6.721\,(m/s^2)$$



نمودار طیف شتاب زلزله Elcentro در میرایی‌های مختلف

❑ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

پاسخ مثال 1-

تعیین مقدار برش پایه ماکزیمم در هر مود

$$(V_2)_{\max} = \frac{\Gamma_2^{\,2}}{M_2}(S_a)_2 = \frac{(3.1792\times10^5)^2}{5.0839\times10^6}(8.9677) \Rightarrow (V_2)_{\max} = 178.28\,(kN)$$

$$(V_3)_{\max} = \frac{\Gamma_3^{\,2}}{M_3}(S_a)_3 = \frac{(0.7177\times10^5)^2}{2.5141\times10^6}(6.721) \Rightarrow (V_3)_{\max} = 13.77\,(kN)$$

تعیین نیروی ماکزیمم وارد بر طبقات در مود i اُم

$$(f_{11})_{\max} = \frac{m_1\varphi_{11}}{\Gamma_1}(V_1)_{\max} = \frac{(5.33\times10^6)(1)}{58.436\times10^5}(7030.2) \Rightarrow (f_{11})_{\max} = 6416.2\,(kN)$$

$$(f_{31})_{\max} = \frac{m_3\varphi_{31}}{\Gamma_1}(V_1)_{\max} = \frac{(2\times10^6)(0.177)}{58.436\times10^5}(7030.2) \Rightarrow (f_{31})_{\max} = 428.22\,(kN)$$

❑ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

پاسخ مثال 1-

$$(f_{12})_{max} = \frac{m_1\phi_{12}}{\Gamma_2}(V_2)_{max} = \frac{(5.33\times10^6)(1)}{3.1792\times10^5}(178.28) \Rightarrow (f_{12})_{max} = 2990.8\,(kN)$$

$$(f_{22})_{max} = \frac{m_2\phi_{22}}{\Gamma_2}(V_2)_{max} = \frac{(2\times10^6)(-0.319)}{3.1792\times10^5}(178.28) \Rightarrow (f_{22})_{max} = -358.23\,(kN)$$

$$(f_{23})_{max} = \frac{m_2\phi_{23}}{\Gamma_3}(V_3)_{max} = \frac{(2\times10^6)(-1.757)}{0.7177\times10^5}(13.77) \Rightarrow (f_{23})_{max} = -674.52\,(kN)$$

$$(f_{33})_{max} = \frac{m_3\phi_{33}}{\Gamma_3}(V_3)_{max} = \frac{(2\times10^6)(-0.873)}{0.7177\times10^5}(13.77) \Rightarrow (f_{33})_{max} = -335\,(kN)$$

❑ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

پاسخ مثال 1-

$$[f]=\begin{bmatrix} 6416.2 & 2990.8 & 1023.3 \\ 185.71 & -358.23 & -674.52 \\ 428.22 & -2454.3 & -335 \end{bmatrix}(kN)$$

تعیین جابجایی ماکزیمم طبقات در مود i اُم

$$(x_{11})_{\max}=\frac{1}{\omega_1^{\,2}}\frac{(f_{11})_{\max}}{m_1}=\frac{1}{(2.92)^2}\frac{6416.2\times10^3}{5.33\times10^6}\times10^2(cm)\ \Rightarrow\ (x_{11})_{\max}=14.06\,(cm)$$

$$(x_{31})_{\max}=\frac{1}{\omega_1^{\,2}}\frac{(f_{31})_{\max}}{m_3}=\frac{1}{(2.92)^2}\frac{428.22\times10^3}{2\times10^6}\times10^2(cm)\ \Rightarrow\ (x_{31})_{\max}=2.5024\,(cm)$$

❑ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

پاسخ مثال 1-

$$(x_{22})_{max} = \frac{1}{\omega_2^{\,2}} \frac{(f_{22})_{max}}{m_2} = \frac{1}{(12.54)^2} \frac{-358.23\times10^3}{2\times10^6} \times 10^2 (cm) \Rightarrow (x_{22})_{max} = -0.11389 (cm)$$

$$(x_{32})_{max} = \frac{1}{\omega_2^{\,2}} \frac{(f_{32})_{max}}{m_3} = \frac{1}{(12.54)^2} \frac{-2454.3\times10^3}{2\times10^6} \times 10^2 (cm) \Rightarrow (x_{32})_{max} = -0.78027 (cm)$$

$$(x_{13})_{max} = \frac{1}{\omega_3^{\,2}} \frac{(f_{13})_{max}}{m_1} = \frac{1}{(26.39)^2} \frac{1023.3\times10^3}{5.33\times10^6} \times 10^2 (cm) \Rightarrow (x_{13})_{max} = 0.027541 (cm)$$

$$(x_{23})_{max} = \frac{1}{\omega_3^{\,2}} \frac{(f_{23})_{max}}{m_2} = \frac{1}{(26.39)^2} \frac{-674.52\times10^3}{2\times10^6} \times 10^2 (cm) \Rightarrow (x_{23})_{max} = -0.048411 (cm)$$

❑ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

پاسخ مثال 1-

$$[x]=\begin{bmatrix}14.06 & 0.35656 & 0.027541\\ 1.0852 & -0.11389 & -0.048411\\ 2.5024 & -0.78027 & -0.024043\end{bmatrix}(cm)$$

ترکیب اثر مودها براساس روش SRSS

$$(x_2)_{\max}=\sqrt{\sum_{i=1}^{3}(x_{2i})^2{}_{\max}}=\sqrt{(1.0852)^2+(-0.11389)^2+(-0.048411)^2}\quad\Rightarrow\quad(x_2)_{\max}=1.0923\,(cm)$$

$$(x_3)_{\max}=\sqrt{\sum_{i=1}^{3}(x_{3i})^2{}_{\max}}=\sqrt{(2.5024)^2+(-0.78027)^2+(-0.024043)^2}\quad\Rightarrow\quad(x_3)_{\max}=2.6213\,(cm)$$

$$\{x\}_{\max}=\begin{Bmatrix}14.065\\ 1.0923\\ 2.6213\end{Bmatrix}(cm)$$

❑ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

پاسخ مثال 1-

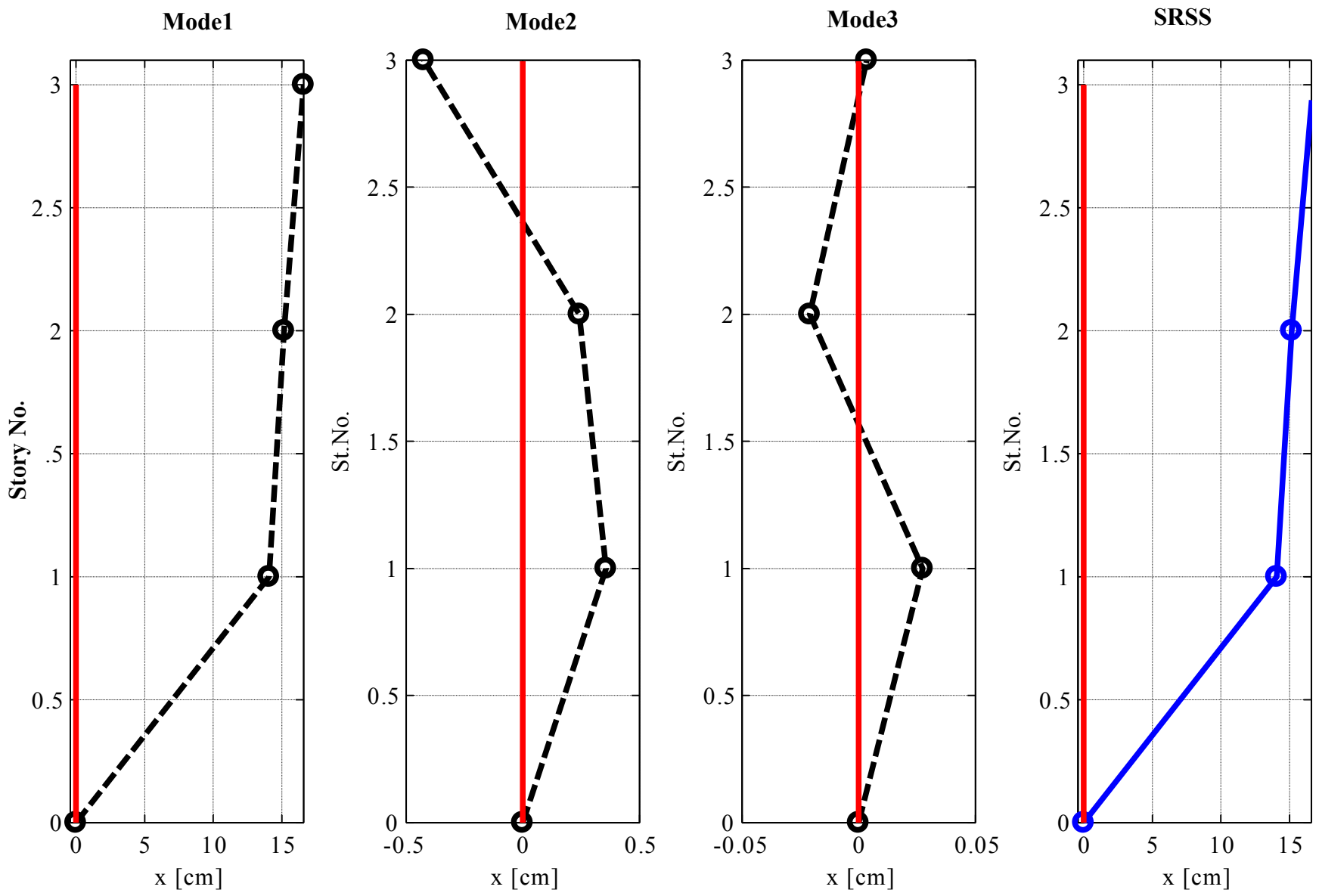
$$(f_1)_{\max} = \sqrt{\sum_{i=1}^{3} (f_{1i})^2_{\max}} = \sqrt{(185.71)^2 + (-358.23)^2 + (-674.52)^2} = 786 \quad \Rightarrow \quad (f_1)_{\max} = 786\,(kN)$$

$$(f_2)_{\max} = \sqrt{\sum_{i=1}^{3} (f_{2i})^2_{\max}} = \sqrt{(428.22)^2 + (-2454.3)^2 + (-335)^2} = 2513.8 \quad \Rightarrow \quad (f_2)_{\max} = 2513.8\,(kN)$$

$$\{f\}_{\max} = \begin{Bmatrix} 7152.6 \\ 786 \\ 2513.8 \end{Bmatrix} (kN) \qquad (V)_{\max} = 7032.4\,(kN)$$

❑ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

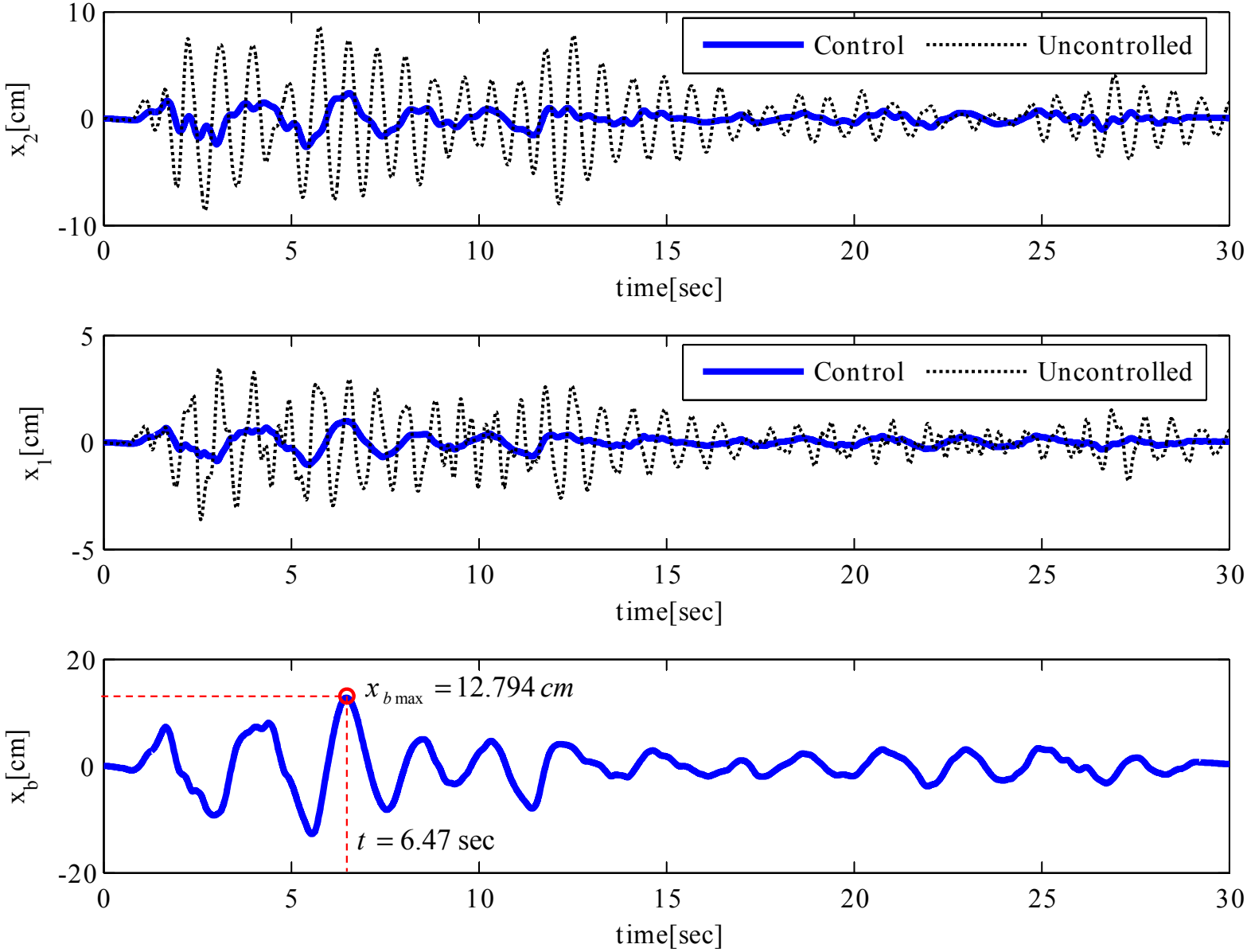
پاسخ مثال 1-



جابجایی طبقات در هر مود و ترکیب پاسخ‌ها به روش SRSS

❑ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

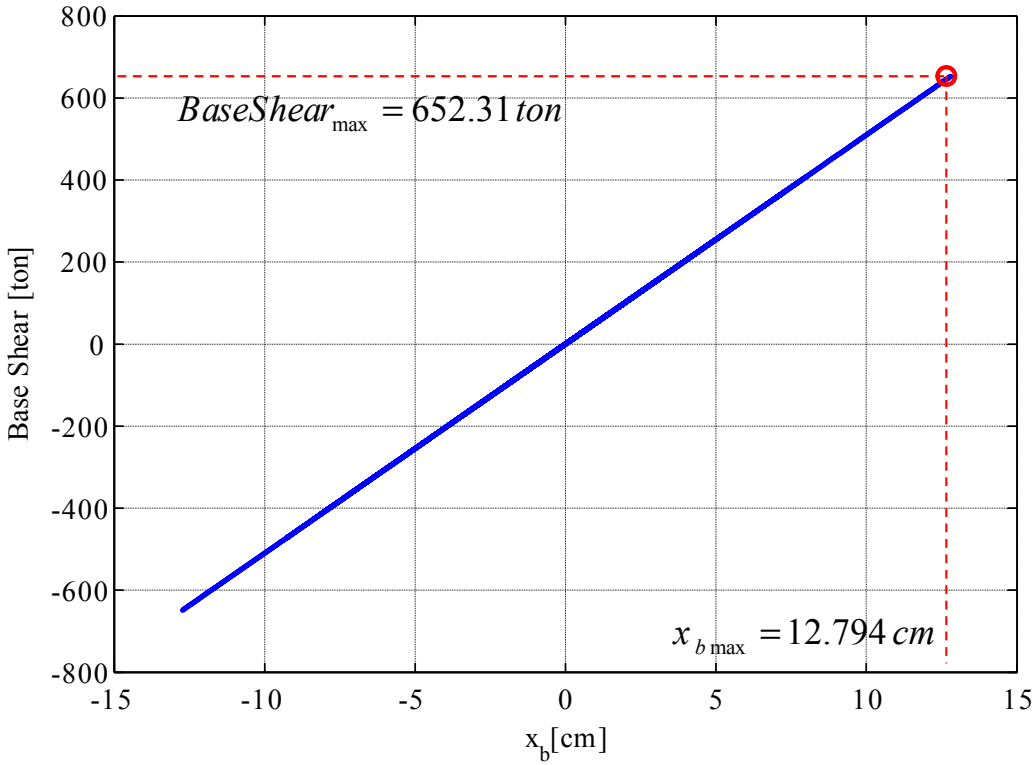
پاسخ مثال 1-



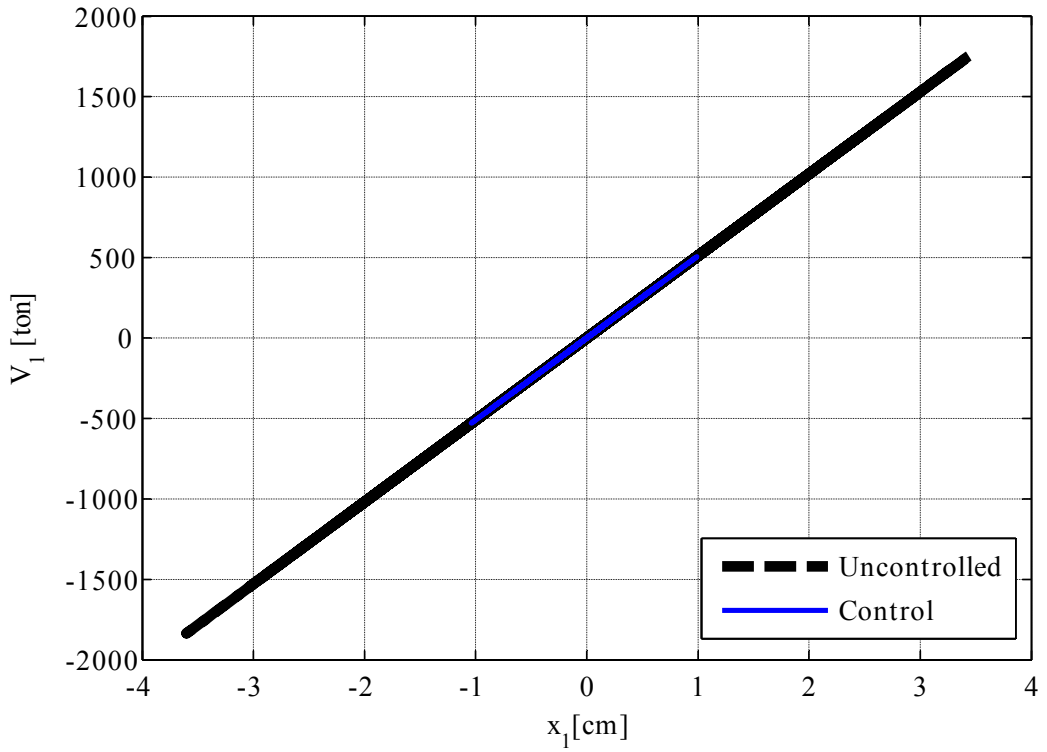
نمودار تاریخچه زمانی پاسخ جابجایی طبقات تحت اثر زلزله Elcentro با فرض رفتار خطی جدایشگر

❑ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

پاسخ مثال 1-



نمودار نیرو جابجایی در تراز جدایشگر تحت اثر زلزله Elcentro با فرض رفتار خطی جدایشگر



مقایسه نمودار نیرو جابجایی در طبقه اول تحت اثر زلزله Elcentro با فرض رفتار خطی جدایشگر

❑ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

پاسخ مثال 1-

نتایج به دست آمده حاکی از آن است که پاسخ های روش دینامیکی طیفی با پاسخ‌های روش تاریخچه زمانی متفاوت است.

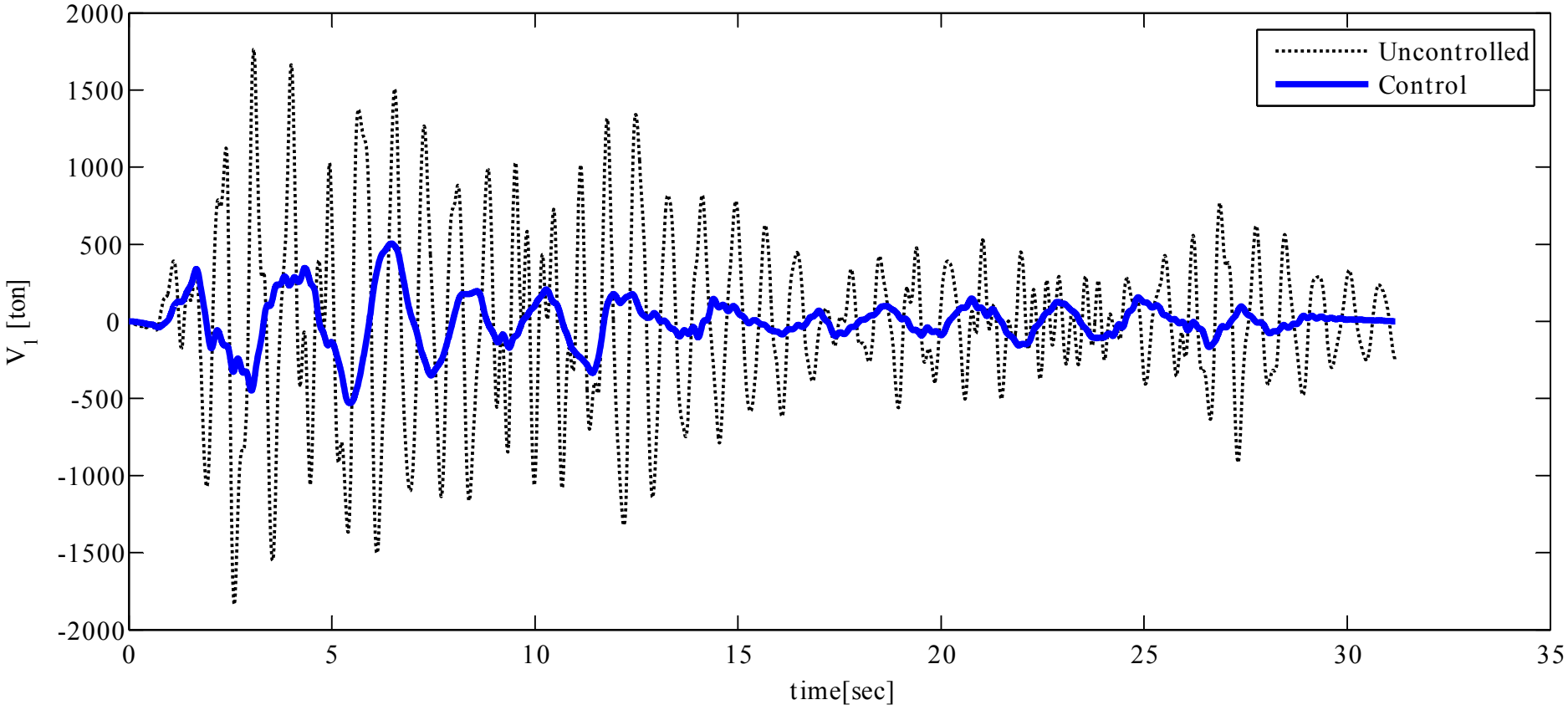
روش دینامیکی طیفی	روش تاریخچه زمانی
$x_{b\max} = 14.065\,cm$	$x_{b\max} = 12.794\,cm$
$V_{b\max} = 729.34\,ton$	$V_{b\max} = 652.31\,ton$

سوال! کدام روش دقیق تر است؟ چرا؟

سیستم سازه‌ای مورد نظر (مجهز به جداگر پایه) دارای میرایی غیرتناسبی است. بنابراین اشکال مودی مختلط دارد. به همین دلیل ماتریس میرایی قطری شده C عملا قطری نمی‌باشد. در نتیجه معادلات همبسته باقی خواهند ماند. از این رو استفاده از آنالیز مودال و یا آنالیز دینامیکی طیفی برای سیستم‌های سازه‌ای با میرایی غیرتناسبی صحیح نیست و باید از روش انتگرالگیری مستقیم (آنالیز تاریخچه زمانی) استفاده شود.

❑ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

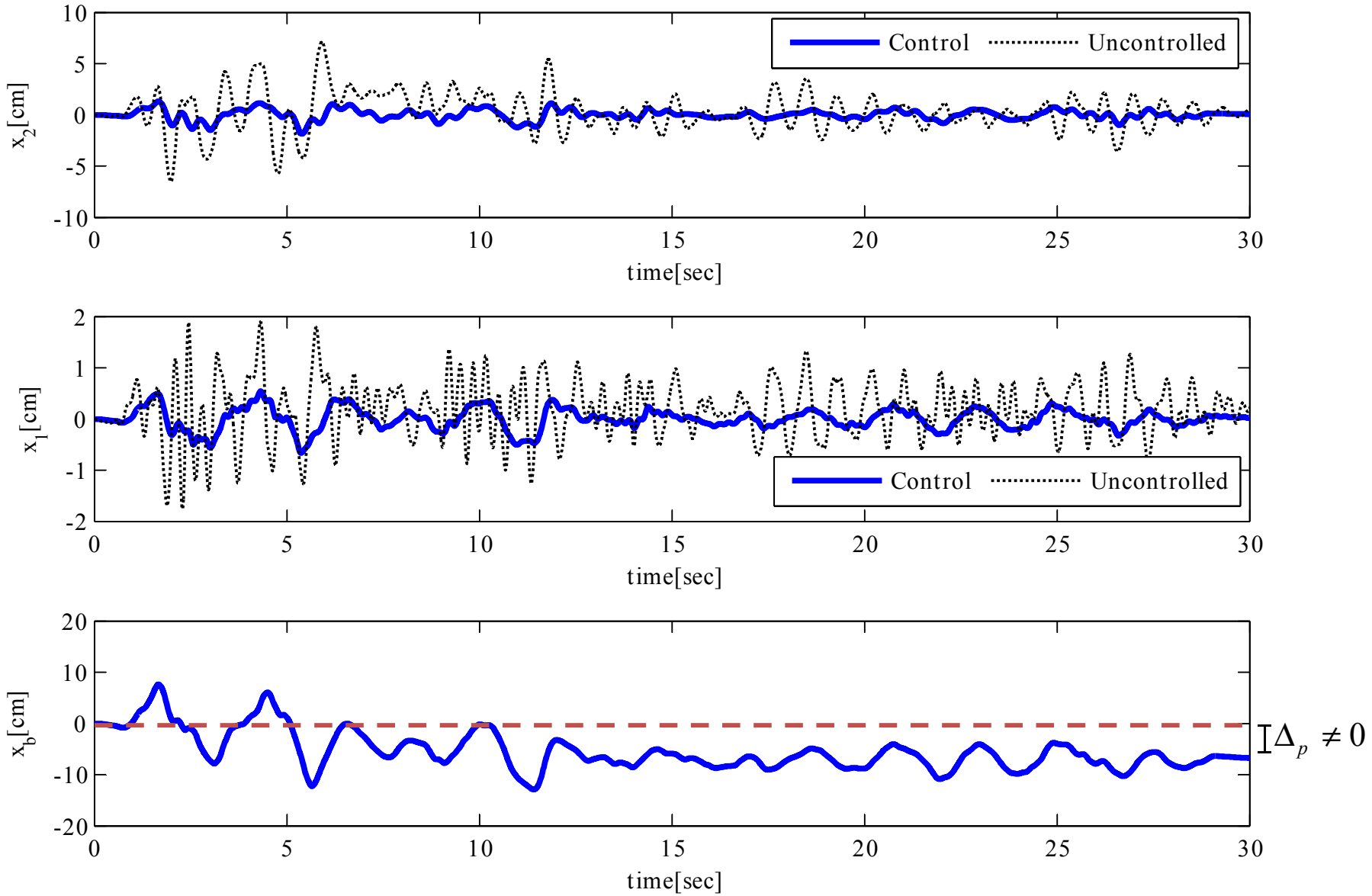
پاسخ مثال 1-



مقایسه نمودار تاریخچه زمانی نیروی برشی طبقه اول تحت زلزله Elcentro با فرض رفتار خطی جدایشگر

❑ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

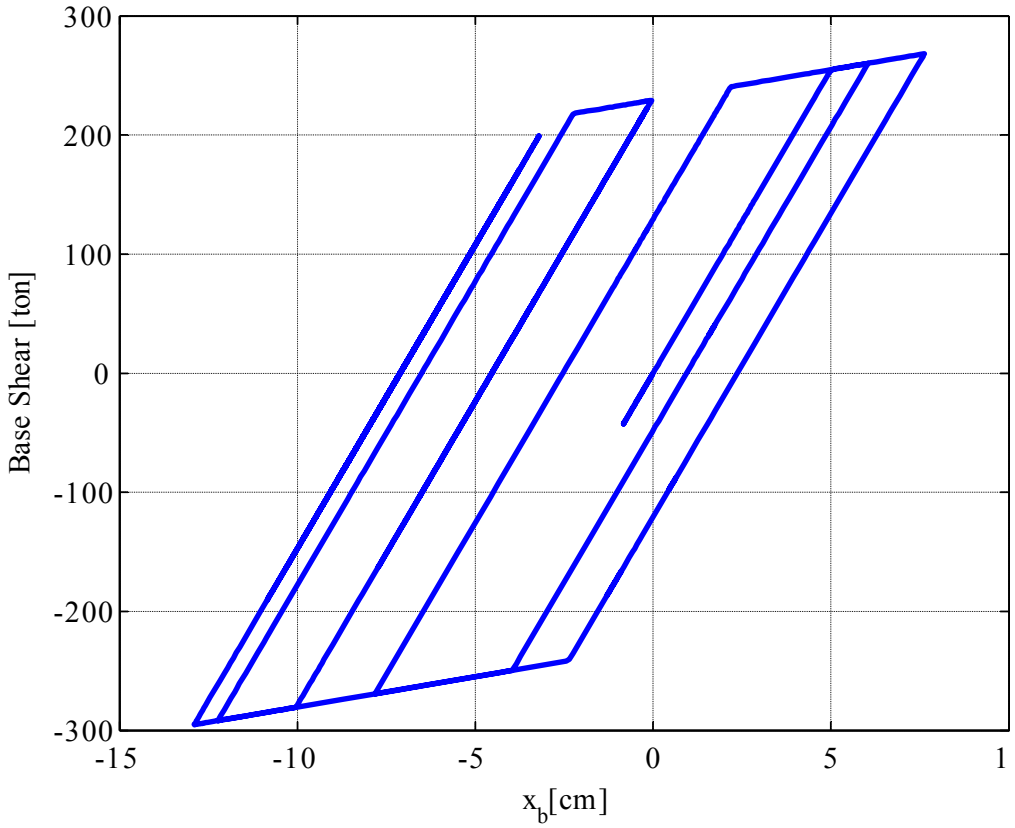
پاسخ مثال 1-



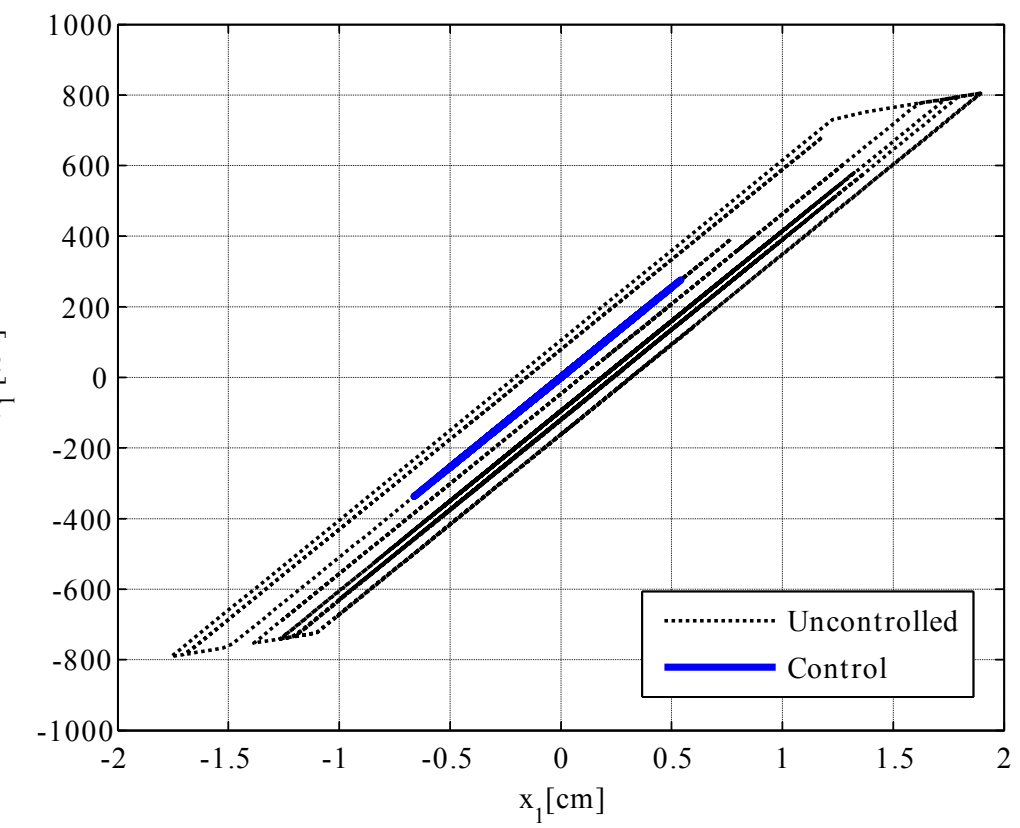
نمودار تاریخچه زمانی پاسخ جابجایی طبقات تحت اثر زلزله Elcentro با فرض رفتار غیرخطی جدایشگر

❑ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

پاسخ مثال 1-



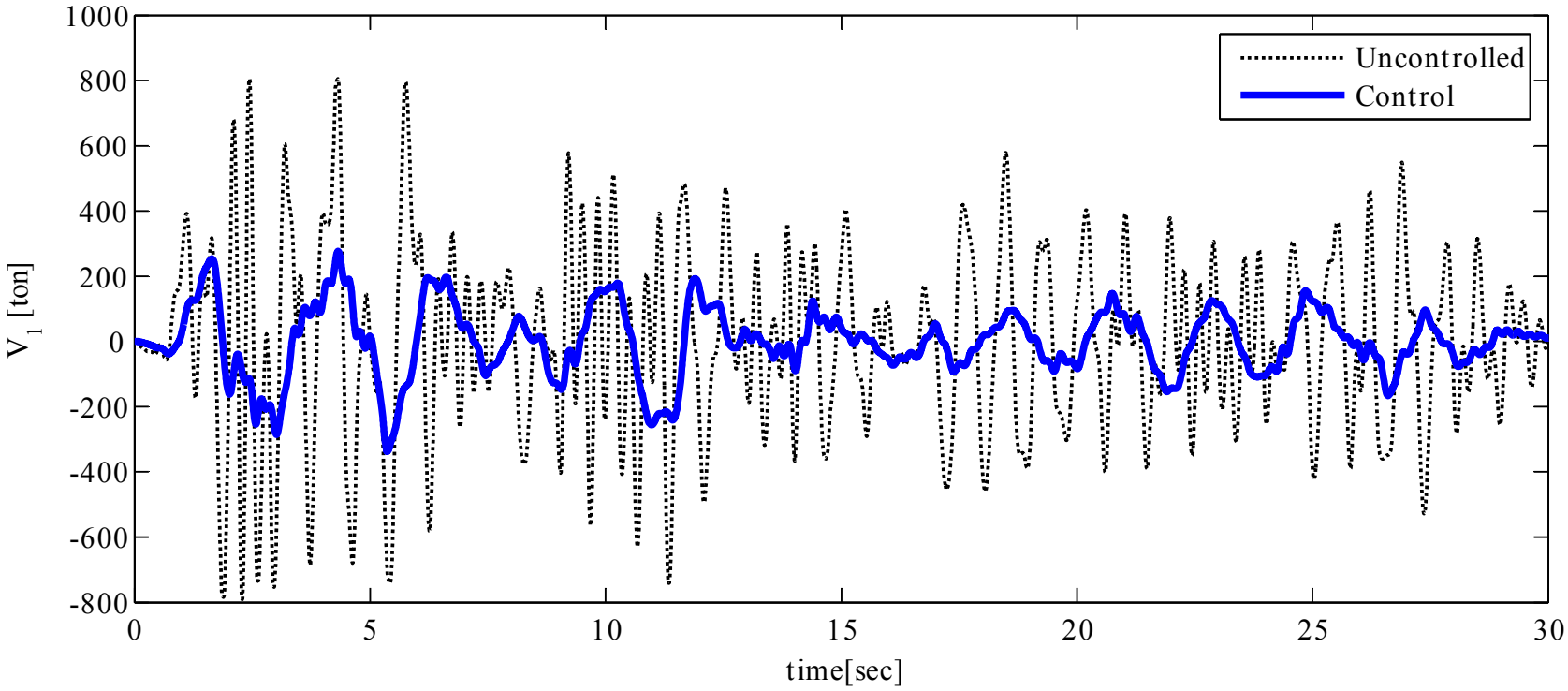
نمودار نیرو جابجایی در تراز جدایشگر تحت اثر زلزله Elcentro با فرض رفتار غیرخطی جدایشگر



مقایسه نمودار نیرو جابجایی در طبقه اول تحت اثر زلزله Elcentro با فرض رفتار غیرخطی جدایشگر

❑ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

پاسخ مثال 1-



مقایسه نمودار تاریخچه زمانی نیروی برشی طبقه اول تحت زلزله Elcentro با فرض رفتار غیرخطی جدایشگر