



دانشگاه کردستان
University of Kurdistan
زانکۆی کوردستان

Dynamic of Structures

Spectrum Analysis

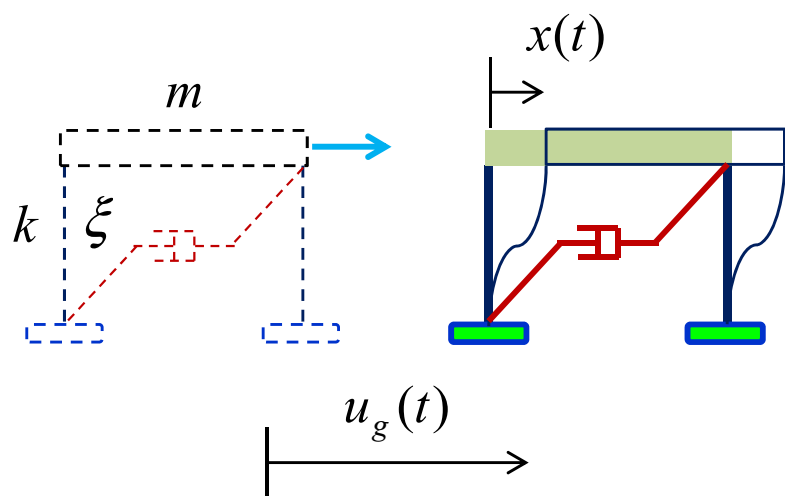
By: Kaveh Karami

Associate Prof. of Structural Engineering

<https://prof.uok.ac.ir/Ka.Karami>

Spectrum Analysis

I. طیف (Spectrum)



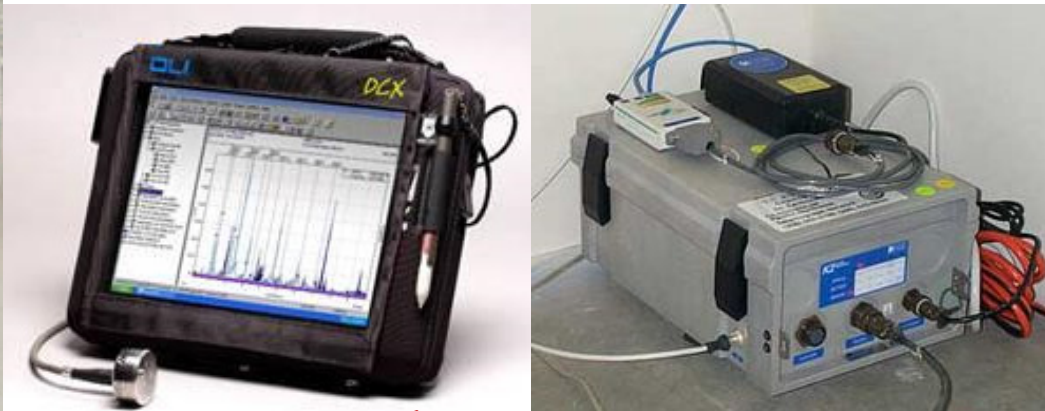
پاسخ یک سیستم SDOF با میرایی برای یک زلزله خاص در زمان‌های مختلف به کمک انتگرال دوهمامل به صورت زیر به دست می‌آید:

$$x(t) = \frac{-1}{\omega_D} \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\xi \omega(t-\tau)} \text{Sin}[\omega_D(t-\tau)] \cdot d\tau \quad (1)$$

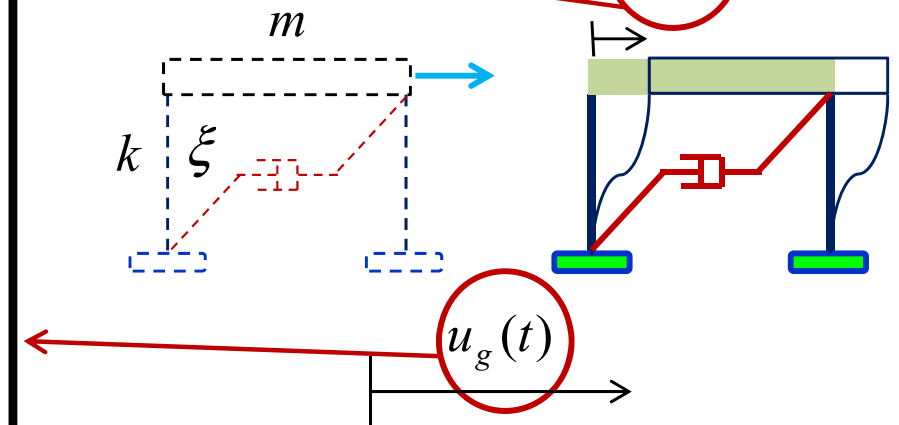
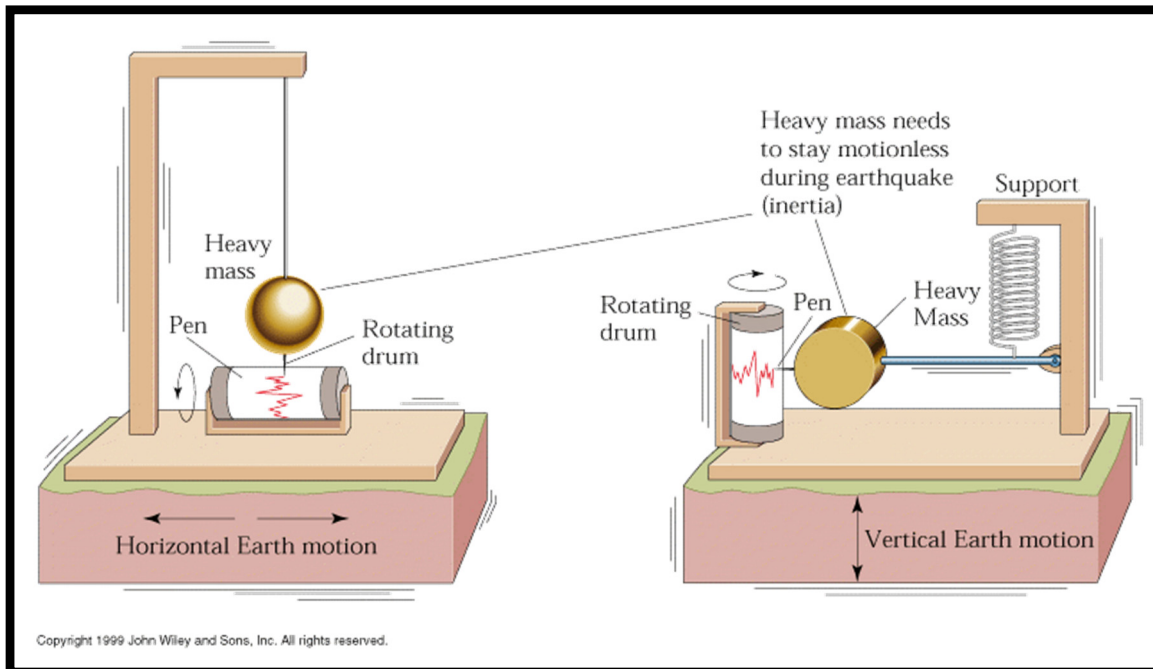
در بحث طراحی سازه‌ها پاسخ‌های ماکزیمم ملاک طراحی قرار می‌گیرند. بنابراین به دنبال روشی هستیم که پاسخ ماکزیمم سازه‌ها را تحت اثر یک زلزله دلخواه محاسبه نماییم. برای این منظور یک سازه SDOF با زمان تناوب‌های مختلف اما با میرایی یکسان را تحت اثر یک زلزله خاص قرار می‌دهیم. از روی نمودار تاریخچه زمانی پاسخ‌ها، مقدار ماکزیمم پاسخ سیستم برای یک زمان تناوب خاص تعیین می‌شود. با رسم نمودار مقادیر پاسخ‌های ماکزیمم برحسب زمان تناوب متناظر، نمودار طیف پاسخ (Spectrum Response) به دست می‌آید.

Spectrum Analysis

.I طيف (Spectrum)

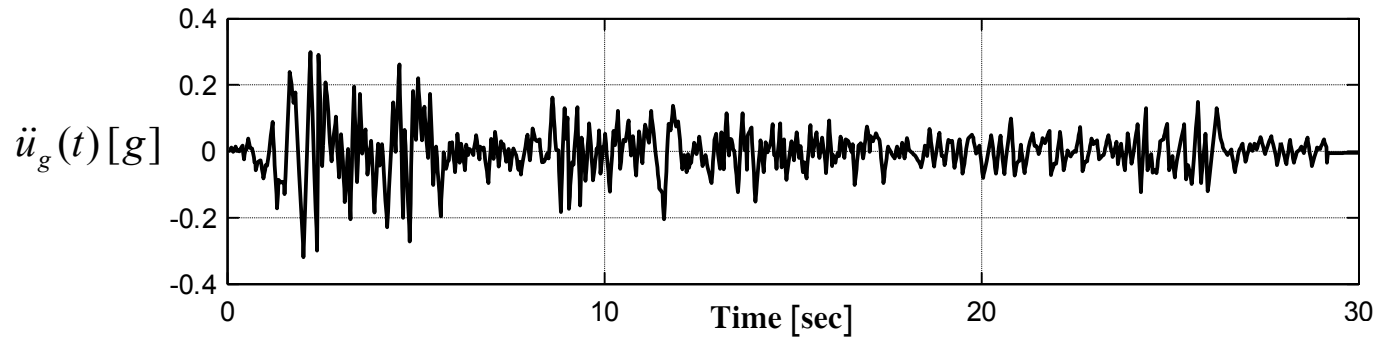


$x(t)$

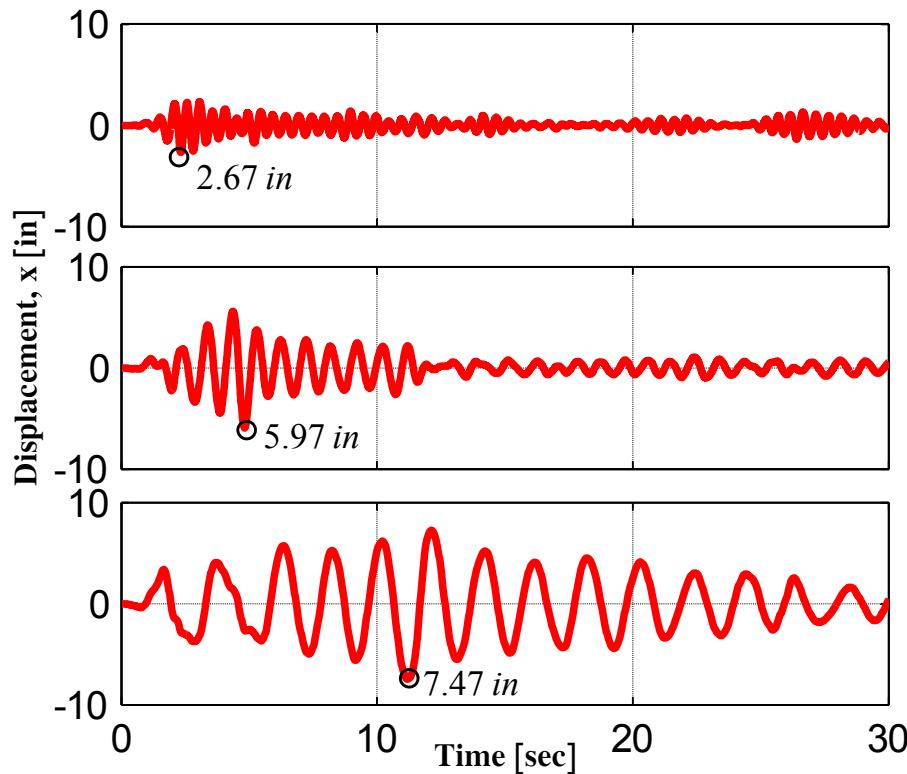
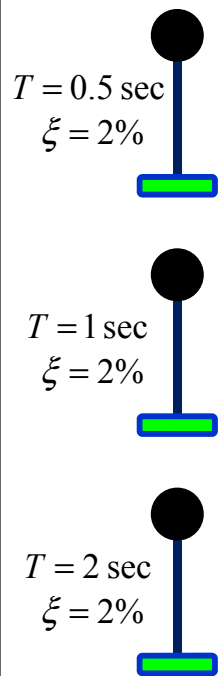


Spectrum Analysis

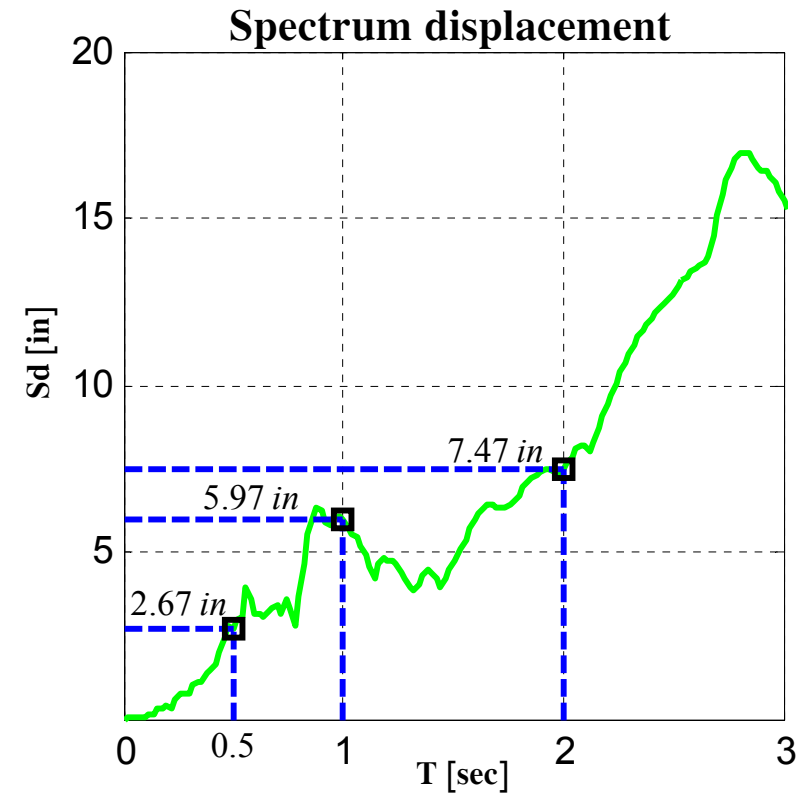
I. طیف (Spectrum)



شتاب نگاشت زلزله El-Centro



نمودار تاریخچه زمانی جایجایی سیستم SDOF با میرایی $\xi = 2\%$ و زمان تناوب‌های $T = 0.5, 1, 2$ sec در اثر زلزله El-Centro



نمودار طیف پاسخ جایجایی برای میرایی $\xi = 2\%$ در اثر زلزله El-Centro

Spectrum Analysis

I. طیف (Spectrum)

برای محاسبه مقدار انرژی کرنشی ماکزیمم ذخیره شده در سازه نیاز به محاسبه سرعت ماکزیمم است. بنابراین نیاز هست که طیف سرعت را نیز محاسبه نماییم. مشابه با طیف جابجایی می‌توان طیف سرعت را به دست آورد. اما از روش‌های ریاضی نیز می‌توان استفاده کرد و طیف پاسخ شبه-سرعت (Pseudo-Velocity) را به دست آورد که اختلاف کمی با طیف سرعت دارد.

$$S_v = \omega S_d \quad (2)$$

$$E_{\max} = \frac{1}{2} k (S_d)^2 \stackrel{(2)}{\Rightarrow} E_{\max} = \frac{1}{2} k \left(\frac{S_v}{\omega} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{k}{\omega^2} (S_v)^2 \Rightarrow E_{\max} = \frac{1}{2} m (S_v)^2 \quad (3)$$

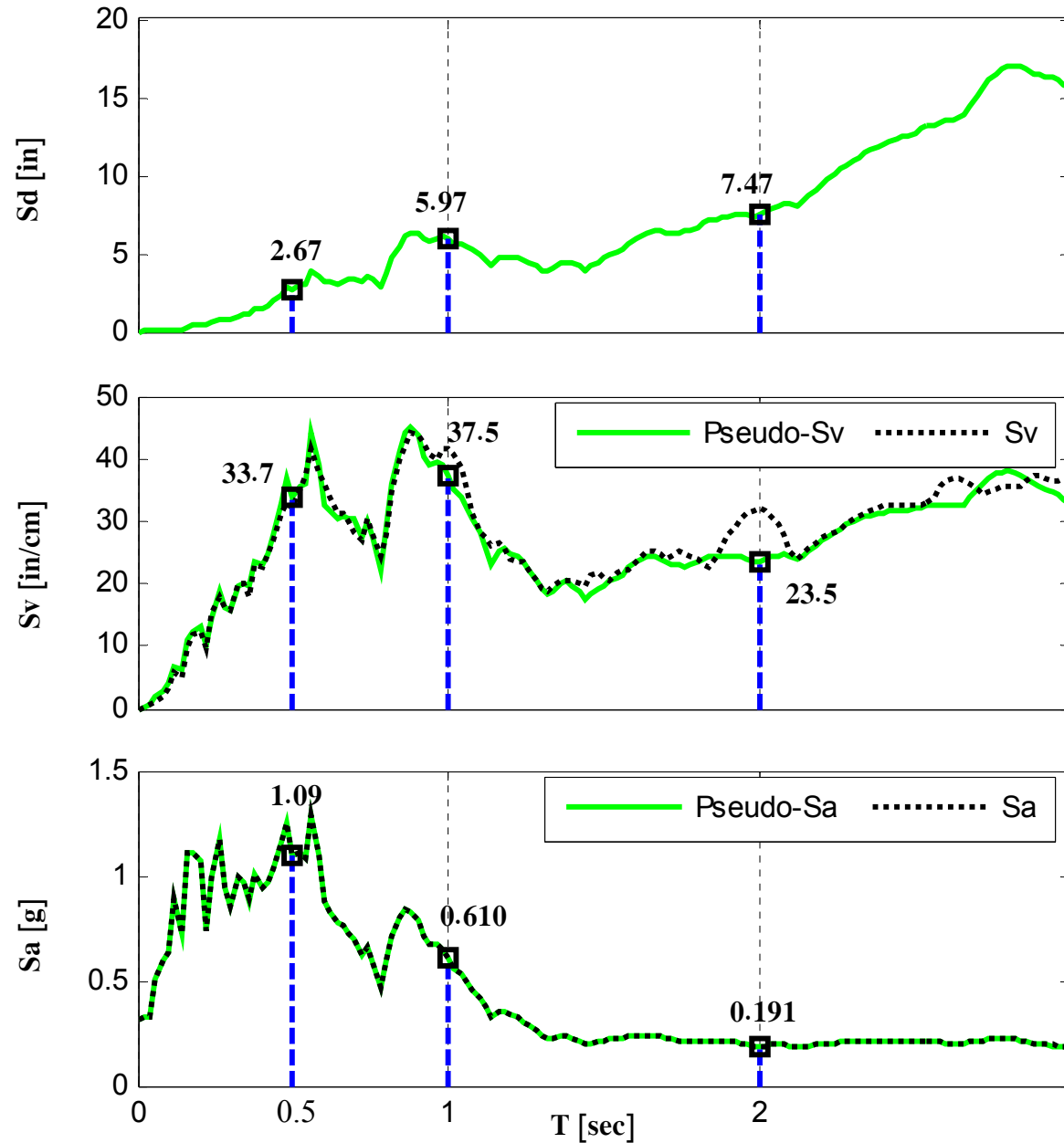
برای محاسبه ماکزیمم نیروی استاتیکی معادل جهت محاسبه ماکزیمم برش پایه نیاز به محاسبه شتاب ماکزیمم است. بنابراین نیاز هست که طیف شتاب را نیز محاسبه نماییم. مشابه با طیف جابجایی می‌توان طیف شتاب را به دست آورد. اما از روش‌های ریاضی نیز می‌توان استفاده کرد و طیف پاسخ شبه-شتاب (Pseudo-Acceleration) را به دست آورد که اختلاف کمی با طیف شتاب دارد.

$$S_a = \omega S_v \stackrel{(2)}{\Rightarrow} S_a = \omega^2 S_d \quad (4)$$

$$f_{\max} = V_{base} = m S_a \quad (5)$$

Spectrum Analysis

I. طیف (Spectrum)



طیف جابجایی

(Spectrum displacement)

طیف سرعت

(Spectrum velocity)

طیف شتاب

(Spectrum acceleration)

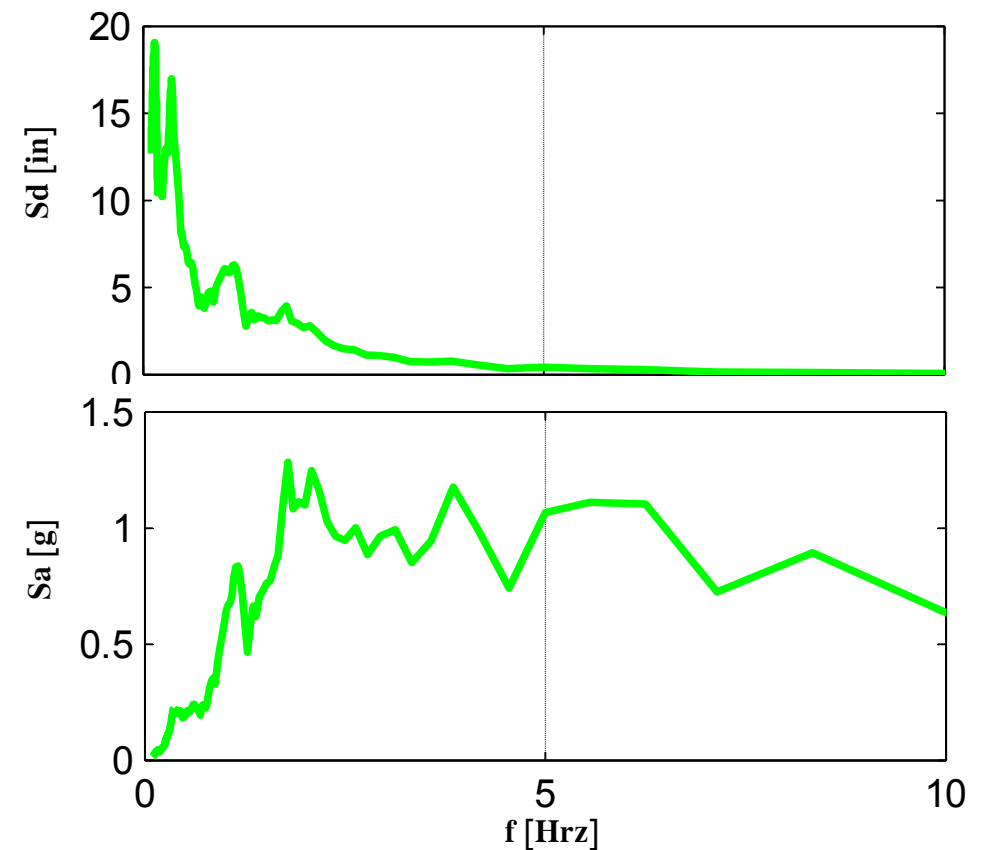
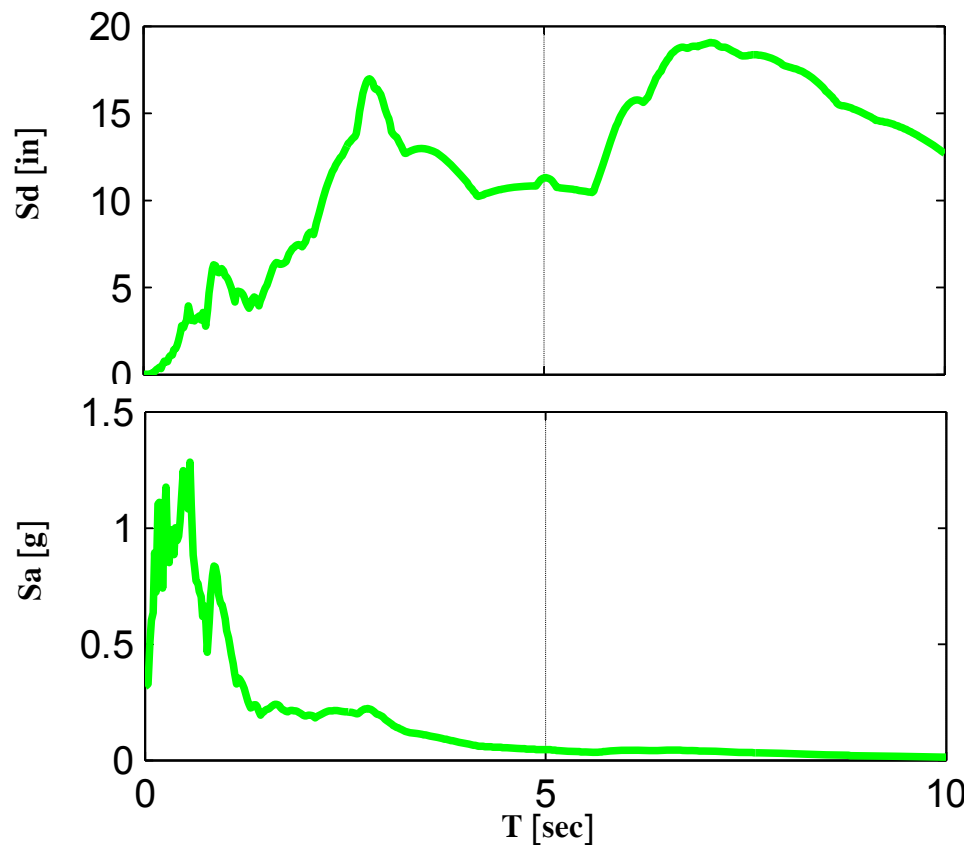
نمودار طیف پاسخ جابجایی، سرعت و شتاب برای میرایی $\xi = 2\%$ در اثر زلزله El-Centro

Spectrum Analysis

I. طیف (Spectrum)

بر اساس مقدار پاسخ، منحنی طیف‌ها به سه ناحیه تقسیم‌بندی می‌شوند:

ناحیه 1: در این ناحیه فرکانس کم اما زمان تناوب زیاد است. معمولا ساختمان‌های بلندتر از 10 طبقه (ساختمان‌های بلند) در این ناحیه قرار دارند. در این ناحیه جابجایی طیفی زیاد اما شتاب طیفی خیلی کم است. این ناحیه را ناحیه جابجایی حساس یا منطقه نرم می‌گویند. در اینجا معیار سرویس حاکم است و جابجایی‌ها باید کنترل گردد.

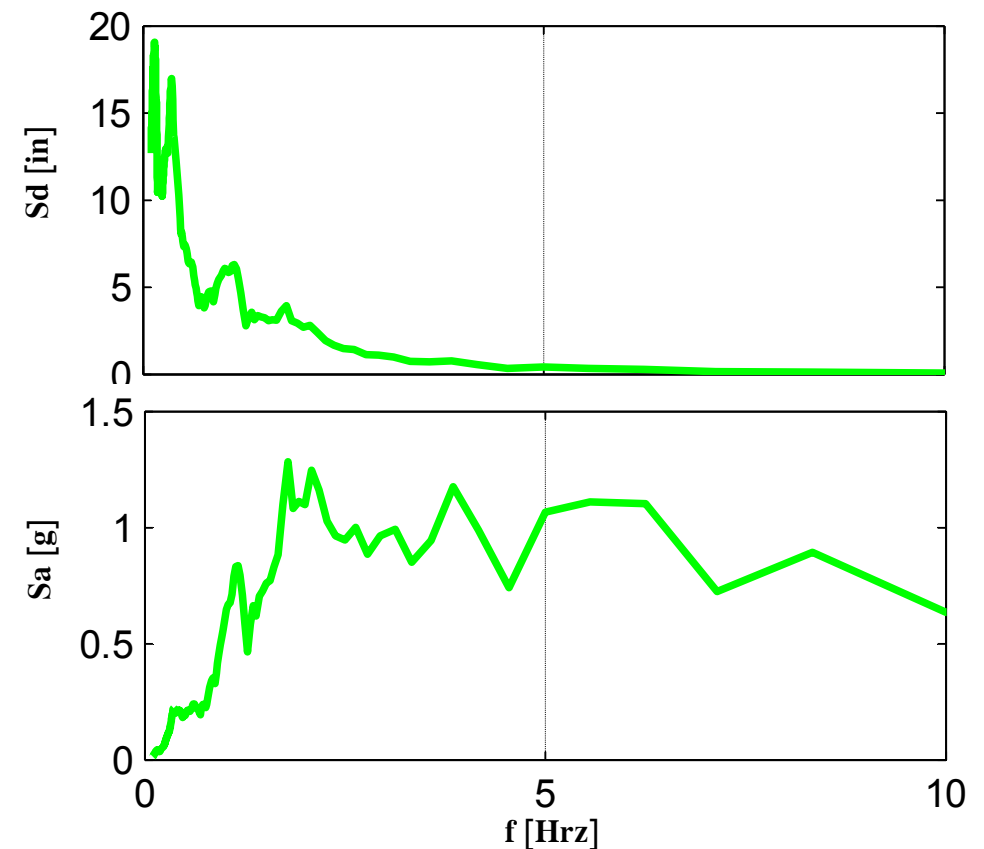
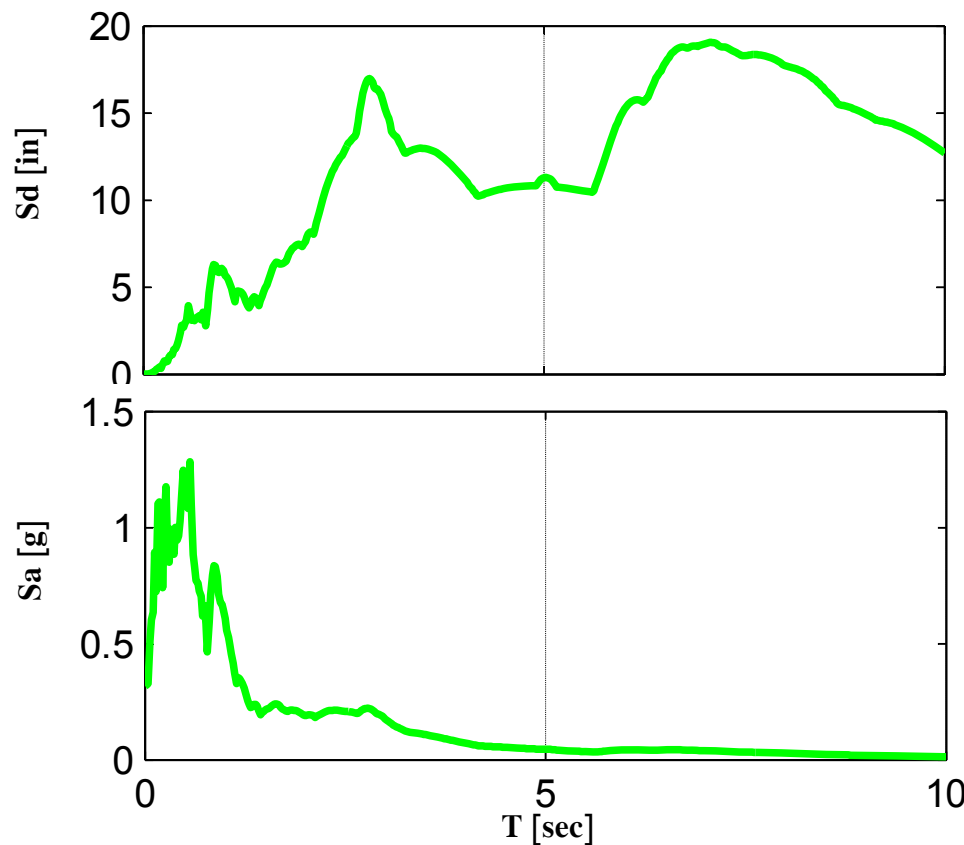


نمودار طیف پاسخ جابجایی و شتاب برای میرایی $\xi = 2\%$ در اثر زلزله El-Centro

Spectrum Analysis

I. طیف (Spectrum)

ناحیه 2: در این ناحیه فرکانس زیاد اما زمان تناوب کم است. معمولا ساختمان‌های کوتاه‌تر از 5 طبقه (ساختمان‌های کوتاه) در این ناحیه قرار دارند. در این ناحیه جابجایی طیفی خیلی کم اما شتاب طیفی نسبتا زیاد است. این ناحیه را ناحیه شتاب حساس یا منطقه سخت می‌گویند. در اینجا معیار مقاومت حاکم است و تنش‌ها باید کنترل گردد.

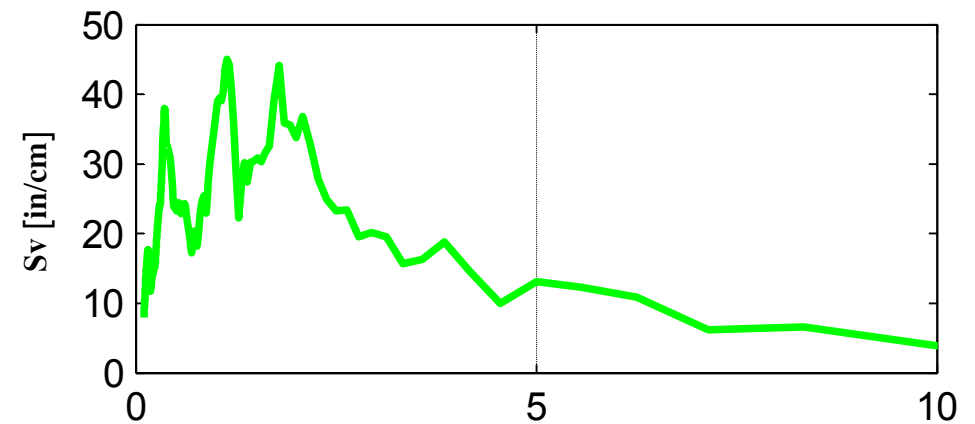
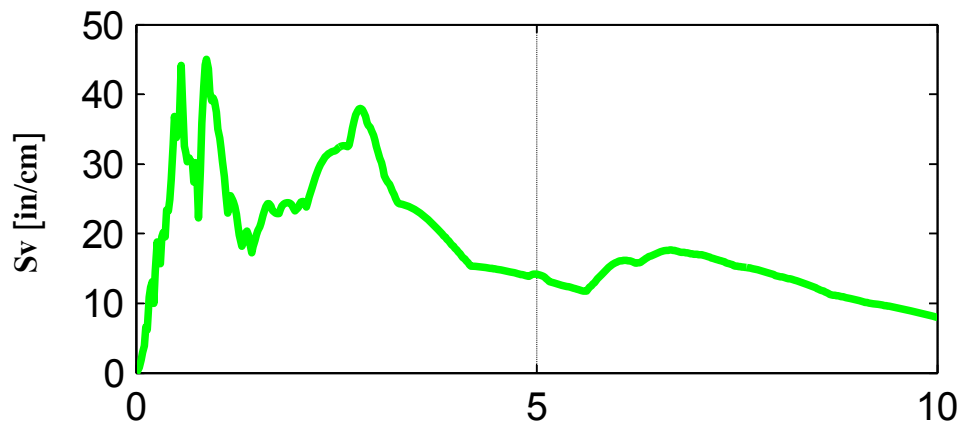


نمودار طیف پاسخ جابجایی و شتاب برای میرایی $\xi = 2\%$ در اثر زلزله El-Centro

Spectrum Analysis

I. طیف (Spectrum)

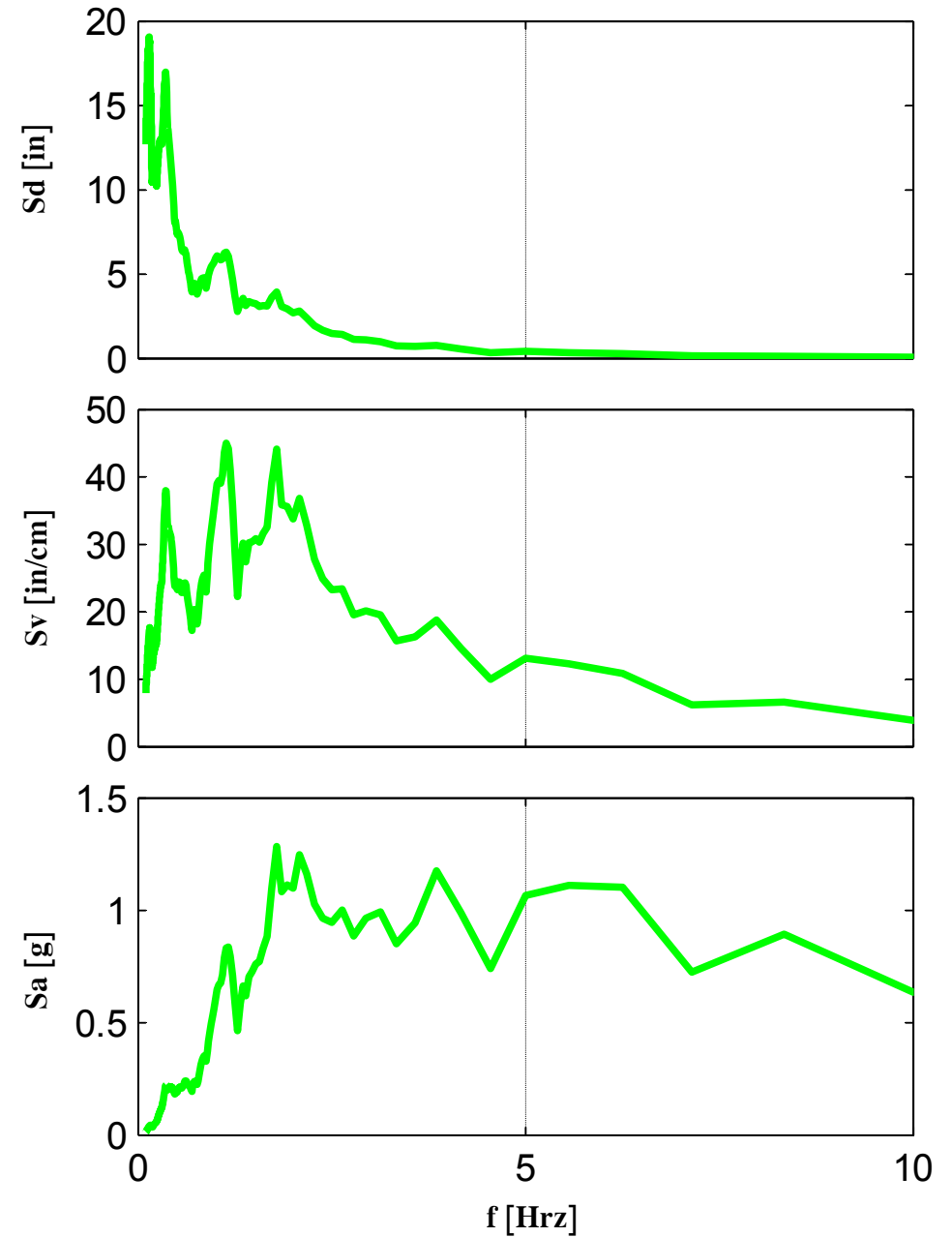
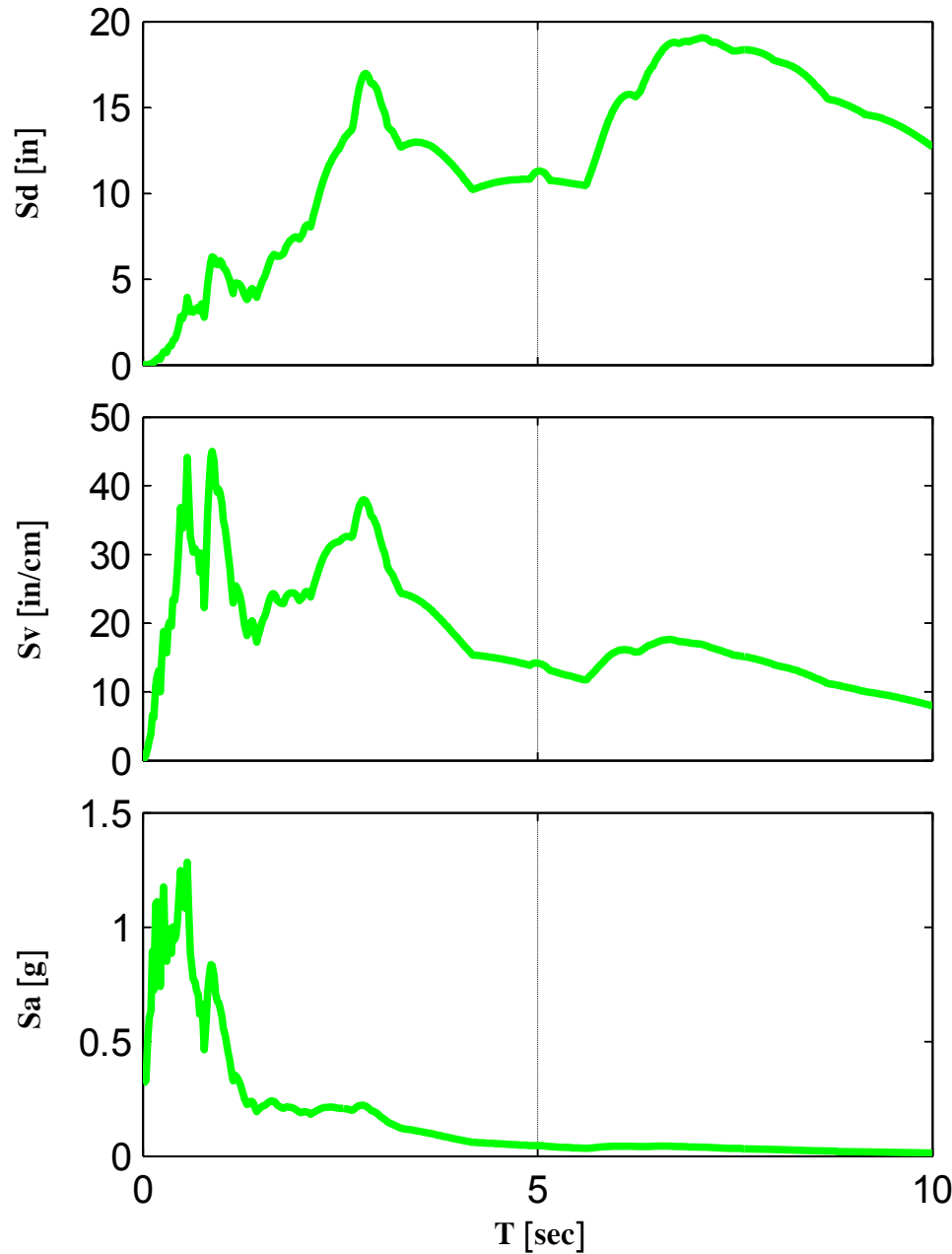
ناحیه 3: در این ناحیه فرکانس در حد وسط قرار دارد. معمولا ساختمان‌های 5 تا 10 طبقه (ساختمان‌های متوسط) در این ناحیه قرار دارند. در این ناحیه سرعت طیفی دارای مقدار بیشتری نسبت به دو ناحیه دیگر می‌باشد. این ناحیه را ناحیه سرعت حساس یا منطقه تشدید می‌گویند. در اینجا معیار میرایی تعیین کننده است. (در ساختمان‌های با ارتفاع متوسط و به خصوص با نمای شیشه‌ای سرعت باعث ایجاد لرزش در شیشه می‌گردد؛ بنابراین باید با، به کار بردن میراگرها ضریب میرایی را در سازه افزایش داد.)



نمودار طیف پاسخ جایجایی، سرعت و شتاب برای میرایی $\xi = 2\%$ در اثر زلزله El-Centro

Spectrum Analysis

I. طیف (Spectrum)



نمودار طیف پاسخ جایجایی، سرعت و شتاب برای میرایی $\xi = 2\%$ در اثر زلزله El-Centro

Spectrum Analysis

II. نمودار سه‌گانه طیف شتاب-سرعت-جابجایی (Combined Sd-Sv-Sa response spectrum)

با استفاده از رابطه (2) می‌توان جابجایی طیفی را برحسب سرعت طیفی و فرکانس بیان کرد:

$$(2) \Rightarrow S_d = \frac{S_v}{\omega} \quad (6)$$

همچنین می‌توان رابطه بالا را برحسب سرعت طیفی و زمان تناوب نوشت:

$$(6) \Rightarrow S_d = \frac{T}{2\pi} S_v \quad (7)$$

از طرفین رابطه‌های (6) و (7) لگاریتم می‌گیریم:

$$(6) \Rightarrow \log S_d = \log S_v - \log \omega \quad (8)$$

رابطه (8) نشان می‌دهد که اگر $\log S_v$ ثابت باشد $\log S_d$ و $\log \omega$ نسبت به هم -45° اختلاف دارند.

$$(7) \Rightarrow \log S_d = (\log S_v - \log 2\pi) + \log T \quad (9)$$

رابطه (9) نشان می‌دهد که اگر $\log S_v$ ثابت باشد $\log S_d$ و $\log T$ نسبت به هم $+45^\circ$ اختلاف دارند.

Spectrum Analysis

II. نمودار سه‌گانه طیف شتاب-سرعت-جابجایی (Combined Sd-Sv-Sa response spectrum)

به دنبال آن هستیم که همزمان بتوان از روی یک نمودار، اطلاعات مربوط به شتاب، سرعت و جابجایی طیفی را استخراج کرد.

با استفاده از رابطه (4) می‌توان شتاب طیفی را برحسب سرعت طیفی و فرکانس بیان کرد:

$$(4) \Rightarrow S_a = \omega S_v \quad (10)$$

همچنین می‌توان رابطه بالا را برحسب سرعت طیفی و زمان تناوب نوشت:

$$(10) \Rightarrow S_a = \frac{2\pi}{T} S_v \quad (11)$$

از طرفین رابطه‌های (10) و (11) لگاریتم می‌گیریم:

$$(10) \Rightarrow \log S_a = \log S_v + \log \omega \quad (12)$$

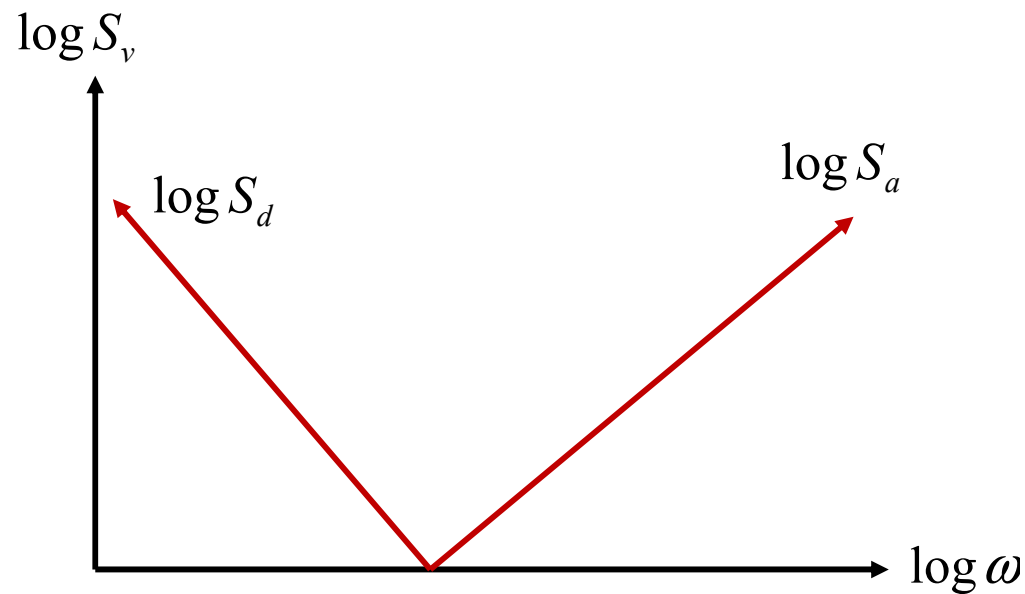
رابطه (12) نشان می‌دهد که اگر $\log S_v$ ثابت باشد $\log S_a$ و $\log \omega$ نسبت به هم $+45^\circ$ اختلاف دارند.

$$(11) \Rightarrow \log S_a = (\log S_v + \log 2\pi) - \log T \quad (13)$$

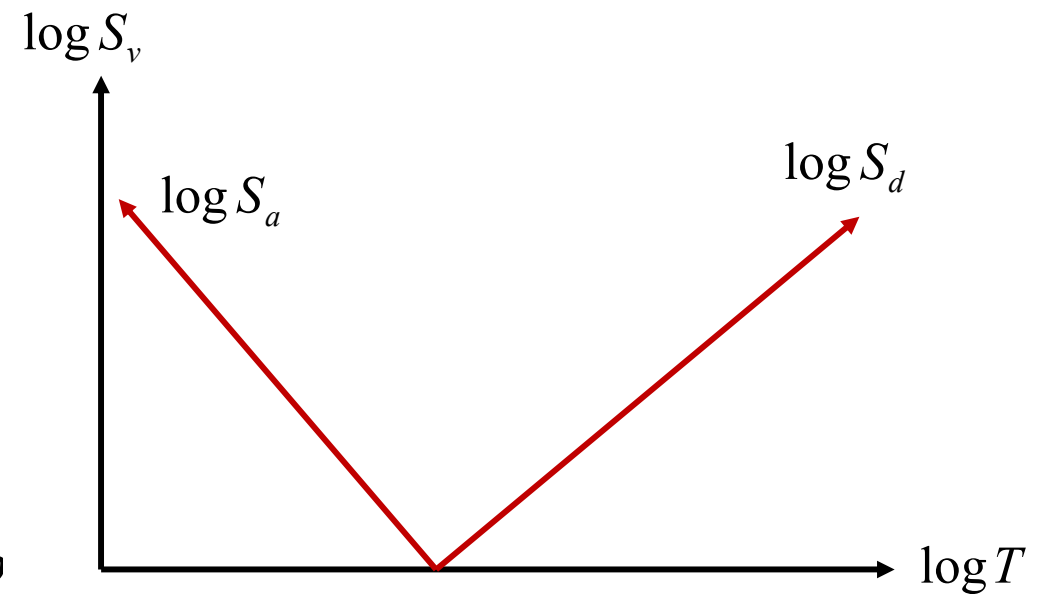
رابطه (13) نشان می‌دهد که اگر $\log S_v$ ثابت باشد $\log S_a$ و $\log T$ نسبت به هم -45° اختلاف دارند.

Spectrum Analysis

II. نمودار سه‌گانه طیف شتاب-سرعت-جابجایی (Combined S_d - S_v - S_a response spectrum)



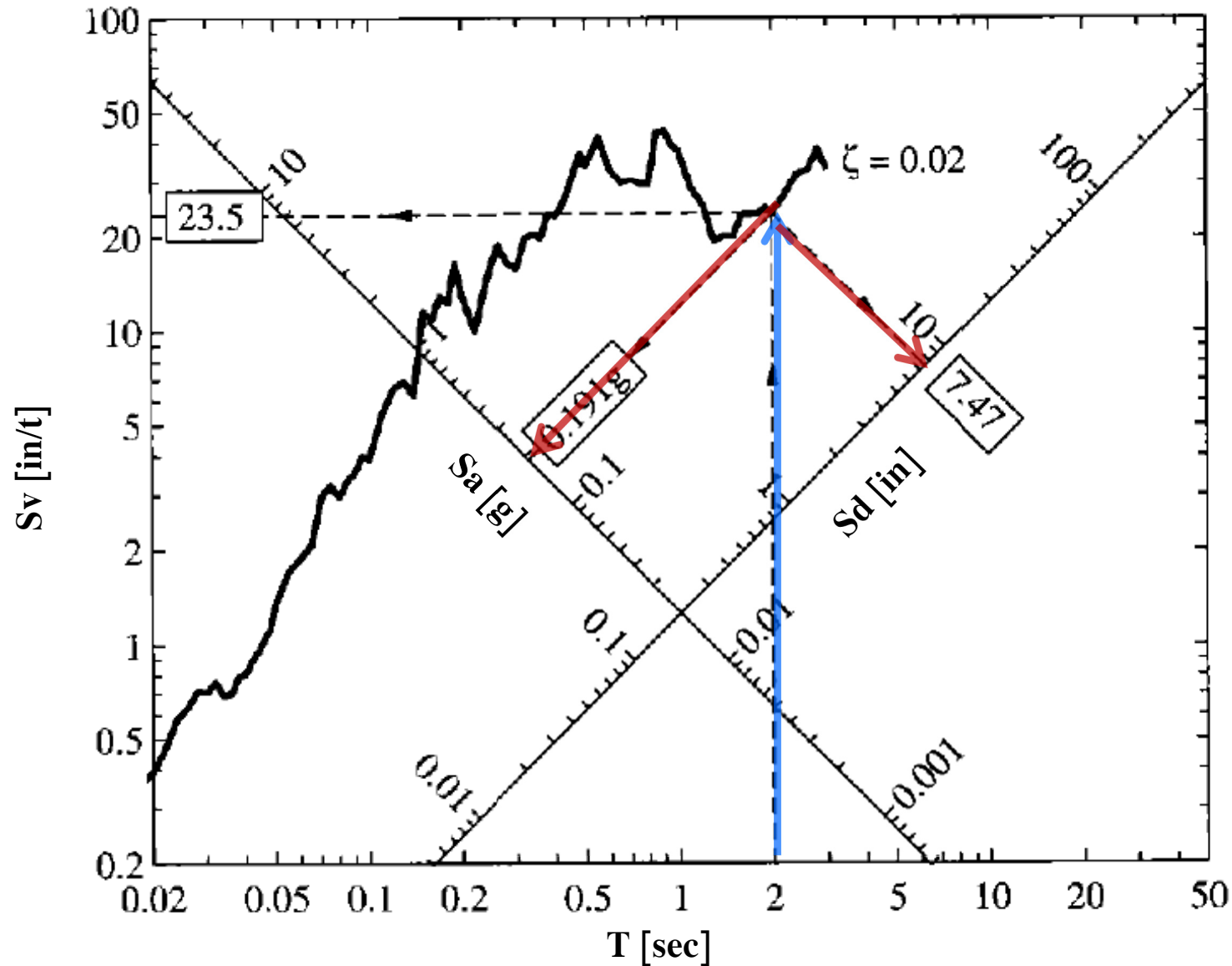
محورهای نمودار سه‌گانه طیف شتاب-سرعت-جابجایی
بر حسب فرکانس زاویه‌ای



محورهای نمودار سه‌گانه طیف شتاب-سرعت-جابجایی
بر حسب زمان تناوب

Spectrum Analysis

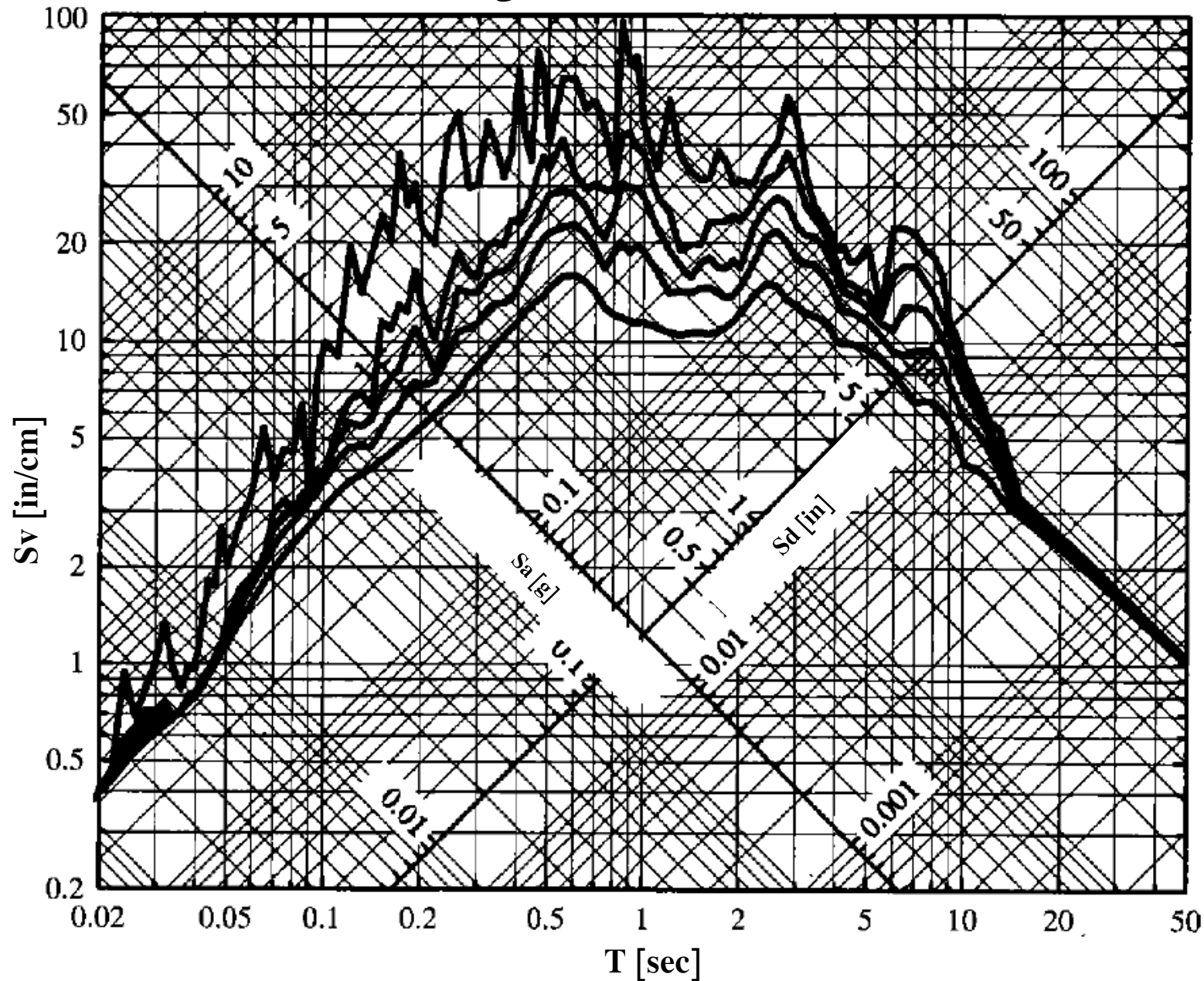
.II نمودار سه گانه طیف شتاب-سرعت-جابجایی (Combined Sd-Sv-Sa response spectrum)



نمودار سه گانه طیف شتاب-سرعت-جابجایی برای میرایی $\xi = 2\%$ در اثر زلزله El-Centro

Spectrum Analysis

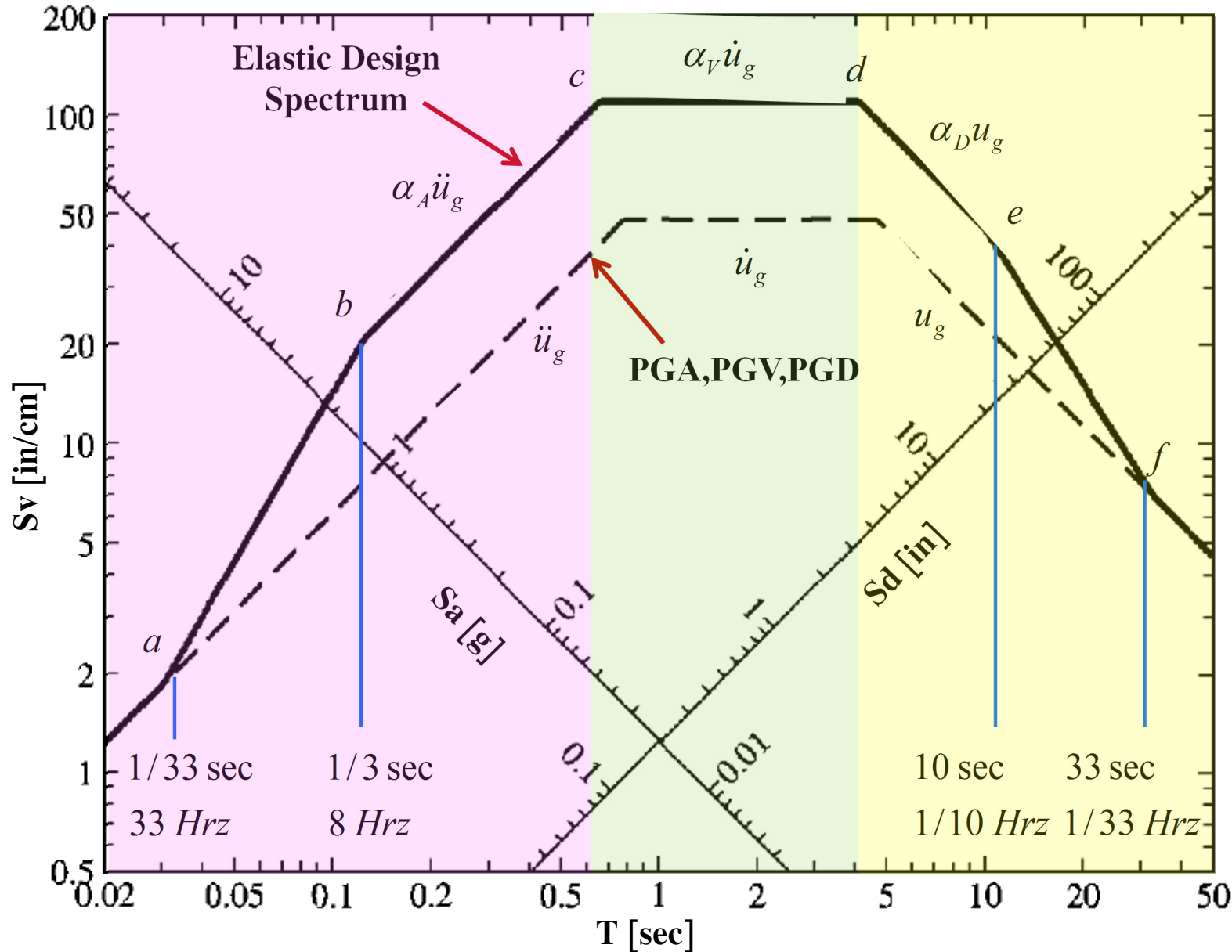
.II نمودار سه گانه طیف شتاب-سرعت-جابجایی (Combined Sd-Sv-Sa response spectrum)



نمودار سه گانه طیف شتاب-سرعت-جابجایی برای میرایی های $\xi = 0, 2, 5, 10$ & 20% در اثر زلزله El-Centro

Spectrum Analysis

II. نمودار سه‌گانه طیف شتاب-سرعت-جابجایی (Elastic Design Spectrum)
 (Combined Sd-Sv-Sa response spectrum) طیف طرح الاستیک



منطقه سخت (شتاب حساس)
 منطقه تشدید (سرعت حساس)
 منطقه نرم (جابجایی حساس)

نحوه ساخت طیف طرح الاستیک

Spectrum Analysis

.II نمودار سه‌گانه طیف شتاب-سرعت-جابجایی (Combined Sd-Sv-Sa response spectrum)
طیف طرح الاستیک (Elastic Design Spectrum)

Table 1. Amplification Factors: Elastic Design Spectra (ξ : *in percent*)

	Median (50 percentile)	One sigma (84.1 percentile)
α_A	$3.21 - 0.68 \ln \xi$	$4.38 - 1.04 \ln \xi$
α_V	$2.31 - 0.41 \ln \xi$	$3.38 - 0.67 \ln \xi$
α_D	$1.82 - 0.27 \ln \xi$	$2.73 - 0.45 \ln \xi$

Source: N.M. Newmark and W. J. Hall, Earthquake Spectra and Design, Earthquake Engineering Research, Berkeley, Calif., 1982, pp. 35 and 36.

Spectrum Analysis

II. نمودار سه‌گانه طیف شتاب-سرعت-جابجایی (Combined Sd-Sv-Sa response spectrum)
طیف طرح الاستیک (Elastic Design Spectrum)

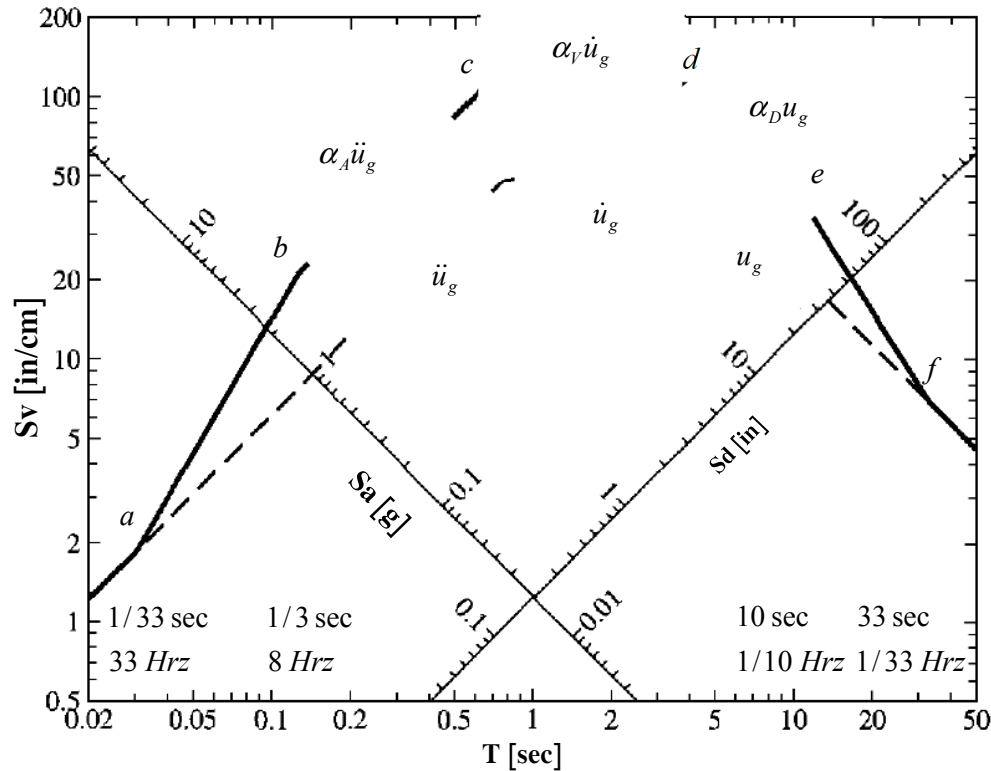
The procedure to construct a design spectrum:

1. Plot the three dashed lines corresponding to the peak values of ground acceleration \ddot{u}_g , velocity \dot{u}_g , and displacement u_g for the design ground motion.
2. Obtain from Table 1. the values for α_A, α_V and α_D for the ξ selected.
3. Multiply \ddot{u}_g by the amplification factor α_A to obtain the straight line $b-c$ representing a constant value of pseudo-acceleration S_a .
4. Multiply \dot{u}_g by the amplification factor α_V to obtain the straight line $c-d$ representing a constant value of pseudo-velocity S_v .
5. Multiply u_g by the amplification factor α_D to obtain the straight line $d-e$ representing a constant value of deformation S_d .
6. Draw the line $S_a = \ddot{u}_g$ for periods shorter than T_a and the line $S_d = u_g$ for periods longer than T_f .
7. The transition lines $a-b$ and $e-f$ complete the spectrum.

Spectrum Analysis

II. نمودار سه‌گانه طیف شتاب-سرعت-جابجایی (Combined Sd-Sv-Sa response spectrum)

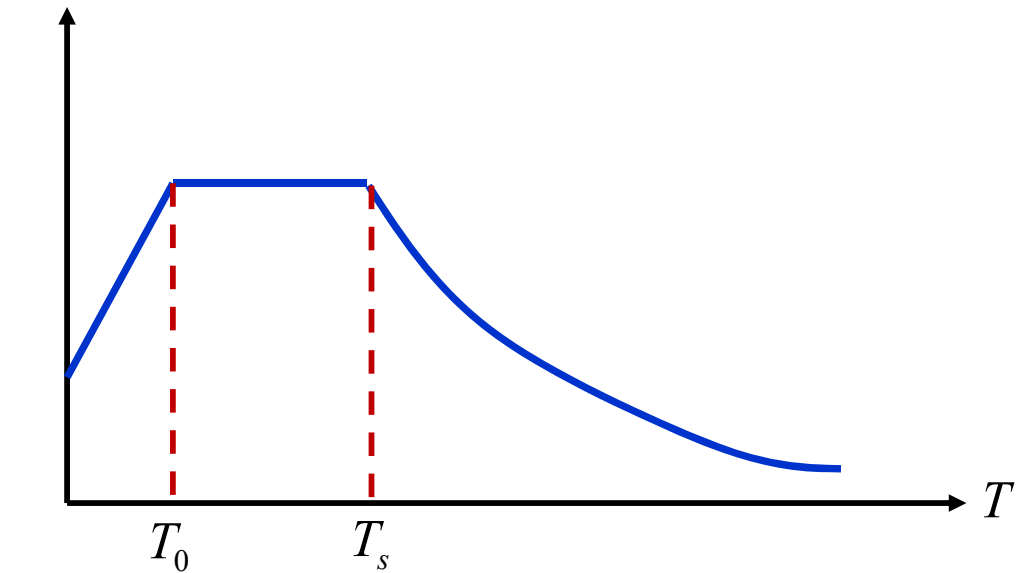
طیف طرح الاستیک (Elastic Design Spectrum)



طیف طرح الاستیک

طیف طرح شتاب الاستیک غیر لگاریتمی همان طیف بازتاب آیین‌نامه 2800 می‌باشد که در شتاب مبنای طرح ضرب شده و متناسب با جنس خاک و نوع رفتار سازه است.

$$S_a = BA$$

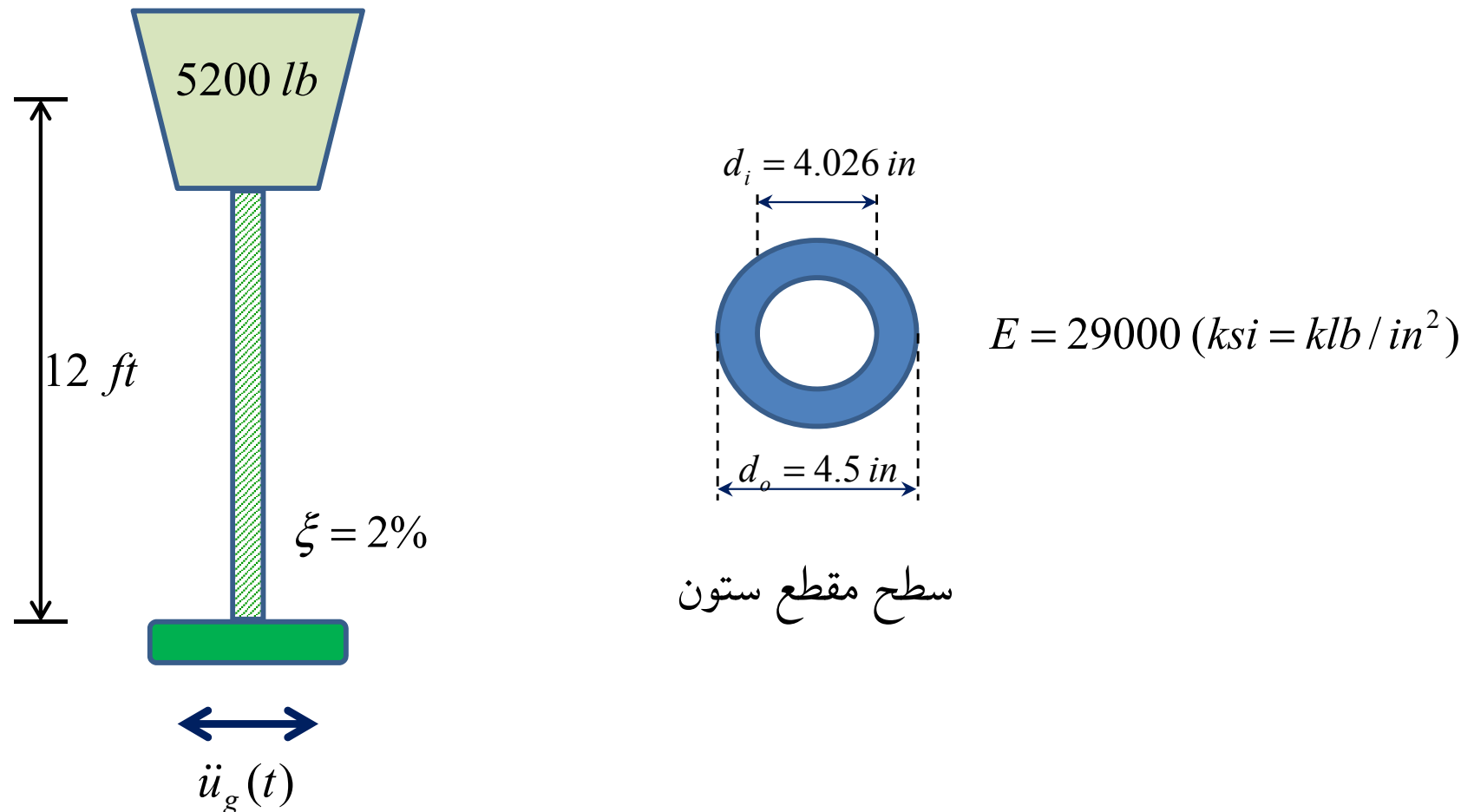


طیف شتاب آیین‌نامه 2800

Spectrum Analysis

.II نمودار سه‌گانه طیف شتاب-سرعت-جابجایی (Combined Sd-Sv-Sa response spectrum)

مثال 1- در سیستم SDOF نشان داده شده در شکل زیر، مطلوب است تعیین تغییرمکان ماکزیمم و همچنین تنش ماکزیمم ایجاد شده در ستون ناشی از زلزله El-Centro



Spectrum Analysis

.II نمودار سه‌گانه طیف شتاب-سرعت-جابجایی (Combined Sd-Sv-Sa response spectrum)

حل مثال 1-

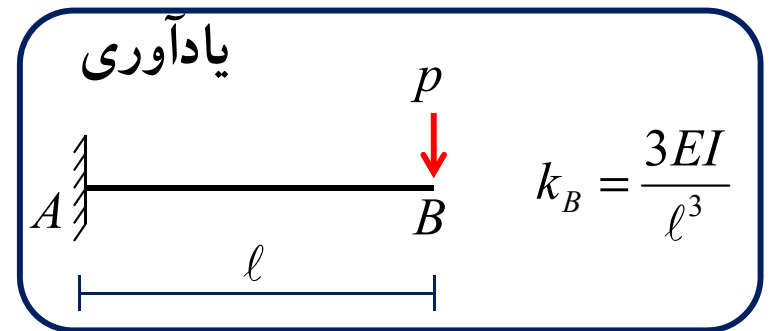
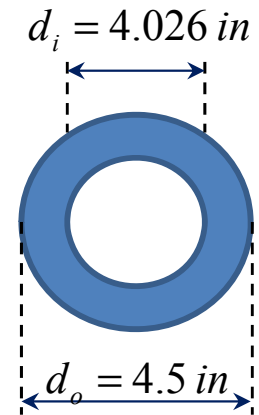
$$\Rightarrow I = 7.23 (in^4)$$

$$k = 211 (lb / in)$$

$$m = 13.47 \left(\frac{lb \cdot sec^2}{in} \right)$$

$$\omega = 3.958 (rad / sec)$$

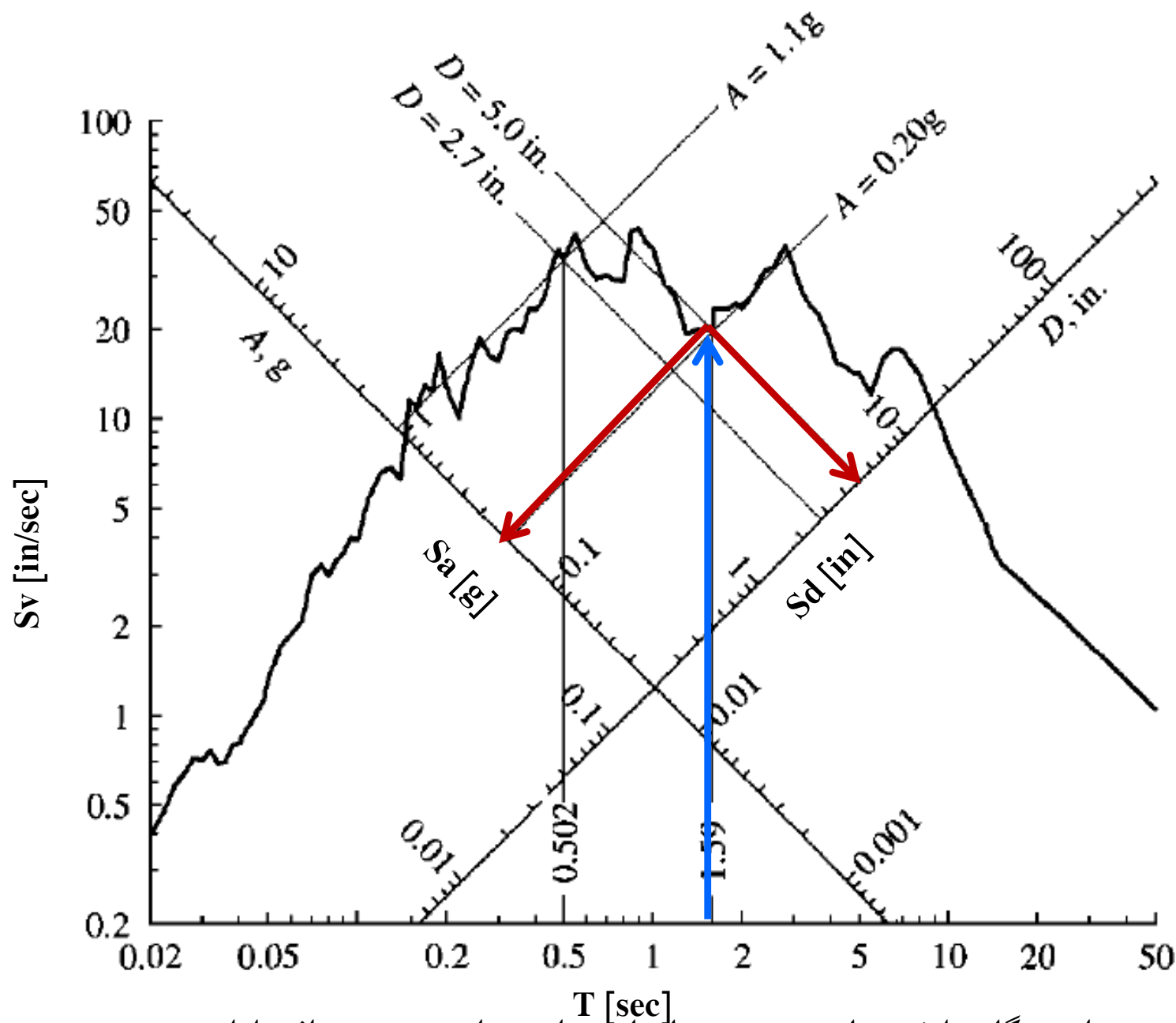
$$T = 1.59 (sec)$$



Spectrum Analysis

II. نمودار سه‌گانه طیف شتاب-سرعت-جابجایی (Combined Sd-Sv-Sa response spectrum)

حل مثال 1-

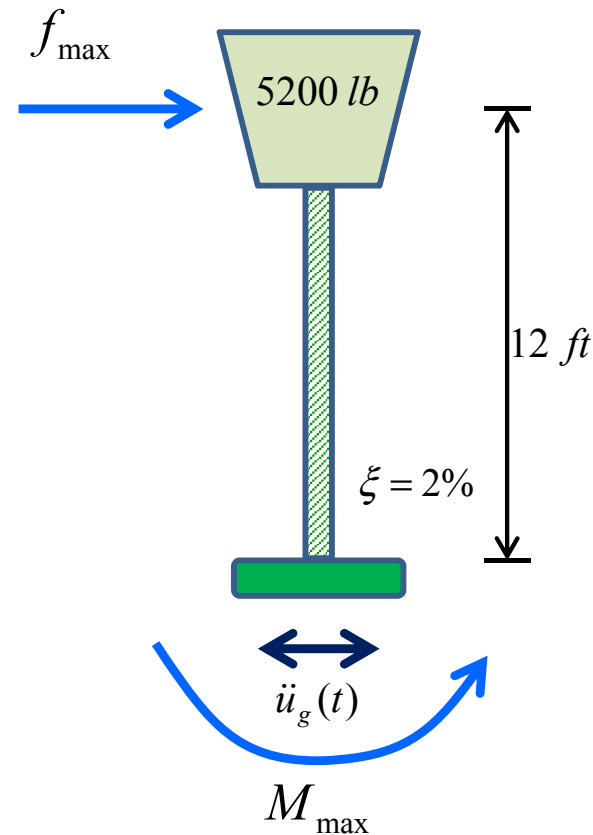


نمودار سه‌گانه طیف شتاب-سرعت-جابجایی برای میرایی $\xi = 2\%$ در اثر زلزله El-Centro

Spectrum Analysis

.II نمودار سه‌گانه طیف شتاب-سرعت-جابجایی (Combined Sd-Sv-Sa response spectrum)

حل مثال 1-



$$\Rightarrow f_{\max} = 1039.88 \text{ (lb)} = 1.04 \text{ (kips)}$$

$$\Rightarrow M_{\max} = 149.76 \text{ (kips.in)}$$

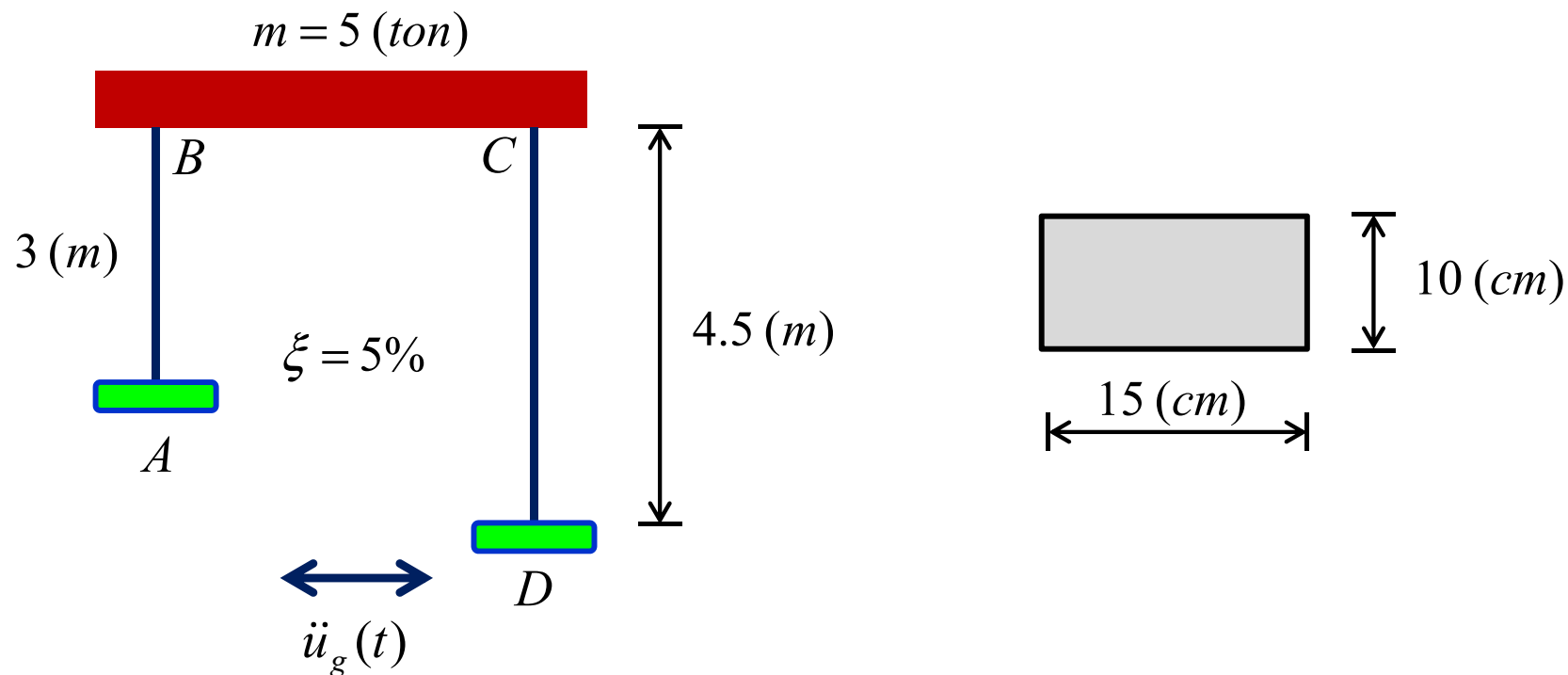
$$\sigma_{\max} = 46.6 \left(\text{ksi} = \frac{\text{kips}}{\text{in}^2} \right)$$

Spectrum Analysis

II. نمودار سه‌گانه طیف شتاب-سرعت-جابجایی (Combined Sd-Sv-Sa response spectrum)

مثال 2- سیستم SDOF نشان داده شده با میرایی $\xi = 5\%$ تحت اثر زلزله El-Centro قرار می‌گیرد. مطلوب است تعیین مقدار برش پایه هر یک از تکیه‌گاه‌ها.

$$E = 2 \times 10^{10} \text{ (N/m}^2\text{)}$$



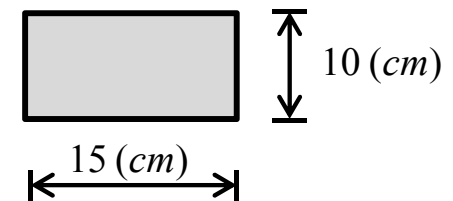
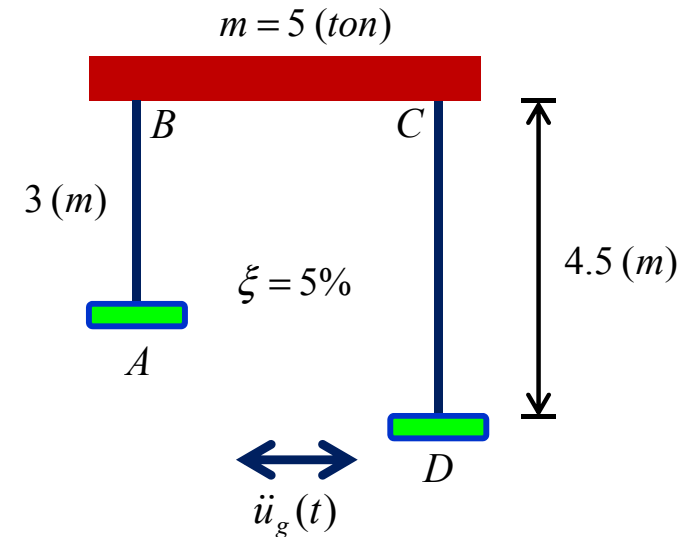
Spectrum Analysis

II. نمودار سه‌گانه طیف شتاب-سرعت-جابجایی (Combined Sd-Sv-Sa response spectrum)

حل مثال 2-

$$\Rightarrow k_{AB} = 250 \times 10^3 \text{ (N/m)}$$

$$\Rightarrow k_{DC} = 74 \times 10^3 \text{ (N/m)}$$



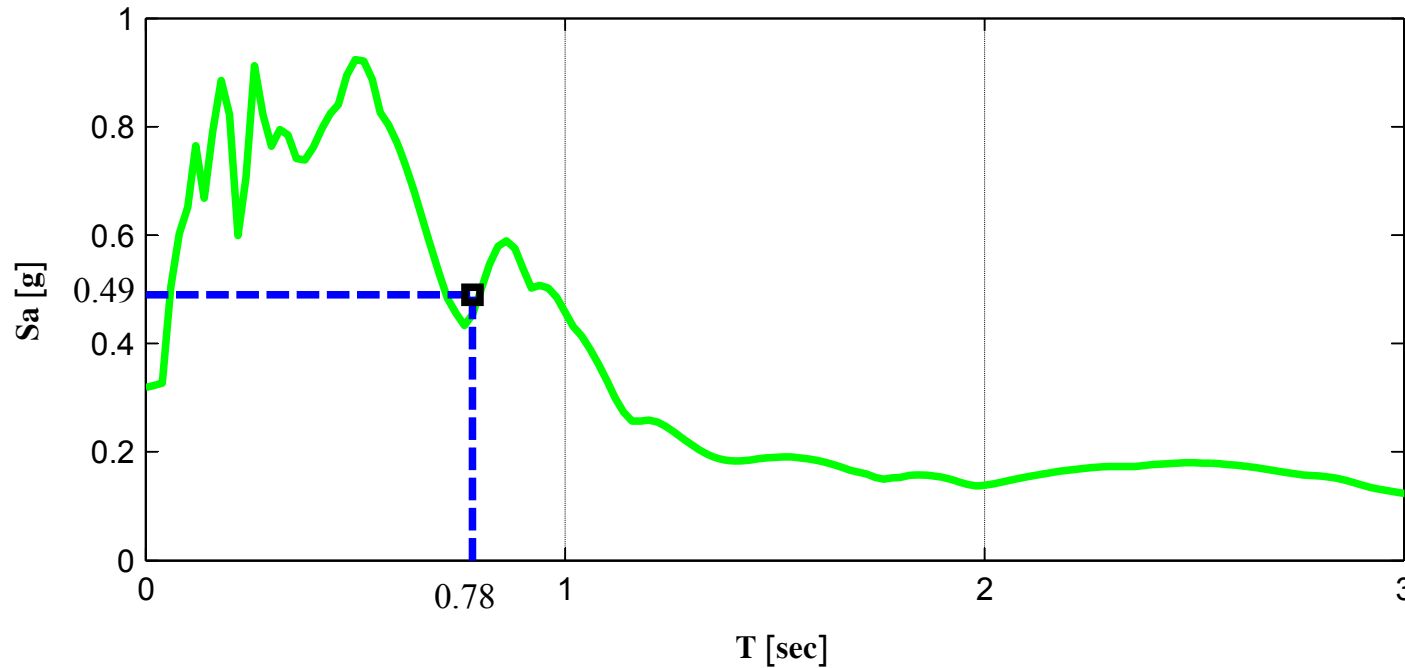
$$\omega = 8.05 \text{ (rad/sec)}$$

$$T = 0.78 \text{ (sec)}$$

Spectrum Analysis

II. نمودار سه‌گانه طیف شتاب-سرعت-جابجایی (Combined Sd-Sv-Sa response spectrum)

حل مثال 2-



نمودار طیف پاسخ شتاب برای میرایی $\xi = 5\%$ در اثر زلزله El-Centro

$$S_d = 7.41 \text{ (cm)}$$

$$V_{AB} = 1.89 \text{ (ton)}$$

$$V_{DC} = 0.56 \text{ (ton)}$$

Spectrum Analysis

III. آنالیز طیفی سیستم‌های MDOF دارای میرایی تحت اثر نیروی زلزله

در بخش آنالیز مودال سیستم‌های MDOF تحت اثر نیروی زلزله پاسخ طبقه i ام در مختصات تعمیم یافته به صورت زیر نتیجه شد:

$$y_i(t) = \frac{\Gamma_i}{M_i} Q_i(t) \quad (14)$$

که در آن

$$Q_i(t) = \frac{-1}{\omega_{Di}} \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\xi_i \omega_i (t-\tau)} \text{Sin}[\omega_{Di} (t-\tau)] \cdot d\tau \quad (15)$$
$$\Gamma_i = \{\phi\}_i^T [m] \{L\}$$

Γ_i : ضریب مشارکت

$Q_i(t)$: از جنس جابجایی است و مقدار ماکزیمم آن همان جابجایی طیفی S_d می‌باشد.

$$(14) \Rightarrow (y_i)_{\max} = \frac{\Gamma_i}{M_i} (S_d)_i \quad (16)$$

$(y_i)_{\max}$: جابجایی ماکزیمم مود i ام در مختصات تعمیم یافته

$$(16) \Rightarrow (\ddot{y}_i)_{\max} = \frac{\Gamma_i}{M_i} (S_a)_i \quad (17)$$

$(\ddot{y}_i)_{\max}$: شتاب ماکزیمم مود i ام در مختصات تعمیم یافته

Spectrum Analysis

III. آنالیز طیفی سیستم‌های MDOF دارای میرایی تحت اثر نیروی زلزله

مقدار جابجایی ماکزیمم طبقه z ام در مود i ام از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$(x_{ji})_{\max} = \phi_{ji} (y_i)_{\max} \quad \Rightarrow \quad (x_{ji})_{\max} = \phi_{ji} \frac{\Gamma_i}{M_i} (S_d)_i \quad (18)$$

مقدار شتاب ماکزیمم طبقه z ام در مود i ام برابر است با:

$$(\ddot{x}_{ji})_{\max} = \phi_{ji} (\ddot{y}_i)_{\max} \quad \Rightarrow \quad (\ddot{x}_{ji})_{\max} = \phi_{ji} \frac{\Gamma_i}{M_i} (S_a)_i \quad (19)$$

مقدار نیروی ماکزیمم وارد بر طبقه z ام در مود i ام از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$(f_{ji})_{\max} = m_j (\ddot{x}_{ji})_{\max} \quad \Rightarrow \quad (f_{ji})_{\max} = m_j \phi_{ji} \frac{\Gamma_i}{M_i} (S_a)_i \quad (20)$$

مقدار برش پایه ماکزیمم در مود i ام برابر است با:

$$(V_i)_{\max} = \sum_{j=1}^n (f_{ji})_{\max} \quad \Rightarrow \quad (V_i)_{\max} = \sum_{j=1}^n m_j \phi_{ji} \frac{\Gamma_i}{M_i} (S_a)_i \quad (21)$$

Spectrum Analysis

III. آنالیز طیفی سیستم‌های MDOF دارای میرایی تحت اثر نیروی زلزله

$$(15) \Rightarrow \Gamma_i = \{\phi\}_i^T [m] \{L\} = \sum_{j=1}^n m_j \phi_{ji} \quad (22)$$

با استفاده از رابطه بالا شکل دیگر رابطه مقدار برش پایه ماکزیمم در مود i ام به صورت زیر به دست می‌آید:

$$(21) \Rightarrow (V_i)_{\max} = \frac{\Gamma_i}{M_i} (S_a)_i \sum_{j=1}^n m_j \phi_{ji} \quad (22) \Rightarrow (V_i)_{\max} = \frac{\Gamma_i^2}{M_i} (S_a)_i \quad (23)$$

به کمک رابطه (23) شکل دیگر رابطه مقدار نیروی ماکزیمم وارد بر طبقه j ام در مود i ام برابر است با:

$$(20) \Rightarrow (f_{ji})_{\max} = \frac{m_j \phi_{ji}}{\Gamma_i} \frac{\Gamma_i^2}{M_i} (S_a)_i \quad (23) \Rightarrow (f_{ji})_{\max} = \frac{m_j \phi_{ji}}{\Gamma_i} (V_i)_{\max} \quad (24)$$

Spectrum Analysis

III. آنالیز طیفی سیستم‌های MDOF دارای میرایی تحت اثر نیروی زلزله

شکل دیگر مقدار جابجایی ماکزیمم طبقه j ام در مود i ام به صورت زیر به دست می‌آید:

$$(4) \Rightarrow x(t) = \frac{\ddot{x}(t)}{\omega^2} \Rightarrow (x_{ji})_{\max} = \frac{1}{\omega_i^2} (\ddot{x}_{ji})_{\max} \stackrel{(19)}{\Rightarrow} (x_{ji})_{\max} = \frac{1}{\omega_i^2} \phi_{ji} \frac{\Gamma_i}{M_i} (S_a)_i$$

$$(23) \Rightarrow (x_{ji})_{\max} = \frac{1}{\omega_i^2} \frac{\phi_{ji}}{\Gamma_i} (V_i)_{\max} \stackrel{(24)}{\Rightarrow} (x_{ji})_{\max} = \frac{1}{\omega_i^2} \frac{(f_{ji})_{\max}}{m_j} \quad (25)$$

تا این جا نحوه محاسبه ماکزیمم پارامترهای مورد نظر مانند جابجایی، نیروی طبقه، شتاب و برش پایه در مود i ام را بررسی کردیم؛ اما باید توجه نمود که مودهای مختلف همزمان با هم به نقطه اوج نمی‌رسند. از این رو برای ترکیب اثر مودها از روش‌های تقریبی مانند جذر مجموع مربعات (SRSS) و یا ترکیب مربعی کامل (CQC) استفاده می‌شود.

Spectrum Analysis

III. آنالیز طیفی سیستم‌های MDOF دارای میرایی تحت اثر نیروی زلزله

روش جذر مجموع مربعات (SRSS: Square Root of Sum of Squares)

مقدار جابجایی ماکزیمم طبقه ز ام به صورت زیر به دست می‌آید:

$$(x_j)_{\max} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_{ji})^2_{\max}} \quad (26)$$

مقدار نیروی ماکزیمم وارد بر طبقه ز ام برابر است با:

$$(f_j)_{\max} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (f_{ji})^2_{\max}} \quad (27)$$

مقدار برش پایه ماکزیمم به صورت زیر به دست می‌آید:

$$(V)_{\max} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (V_i)^2_{\max}} \quad (28)$$

Spectrum Analysis

III. آنالیز طیفی سیستم‌های MDOF دارای میرایی تحت اثر نیروی زلزله

روش ترکیب مربعی کامل (CQC: Complete Quadratic Combination)

اگر تعداد مودهای در نظر گرفته شده برابر با N باشد و همچنین اندیس مودهای انتخاب شده را با p و q نمایش دهیم در این صورت:

$$\rho_{pq} = \frac{8\xi^2(1+z)z^{1.5}}{(1-z^2)^2 + 4\xi^2z(1+z)^2} \quad (29)$$

که در آن

$$z = \frac{T_q}{T_p} \quad (T_q < T_p) \quad (30)$$

Z : نسبت تناوب دو مود

مقدار جابجایی ماکزیمم طبقه z ام به صورت زیر به دست می‌آید:

$$(x_j)_{\max} = \sqrt{\sum_{p=1}^N (x_{jp})_{\max}^2 + 2 \sum_{p=1}^{N-1} \sum_{q=p+1}^N \rho_{pq} (x_{jp})_{\max} (x_{jq})_{\max}} \quad (31)$$

Spectrum Analysis

III. آنالیز طیفی سیستم‌های MDOF دارای میرایی تحت اثر نیروی زلزله

روش ترکیب مربعی کامل (CQC: Complete Quadratic Combination)

مقدار نیروی ماکزیمم وارد بر طبقه z ام برابر است با:

$$(f_j)_{\max} = \sqrt{\sum_{p=1}^N (f_{jp})_{\max}^2 + 2 \sum_{p=1}^{N-1} \sum_{q=p+1}^N \rho_{pq} (f_{jp})_{\max} (f_{jq})_{\max}} \quad (32)$$

مقدار برش پایه ماکزیمم به صورت زیر به دست می‌آید:

$$V_{\max} = \sqrt{\sum_{p=1}^N (v_p)_{\max}^2 + 2 \sum_{p=1}^{N-1} \sum_{q=p+1}^N \rho_{pq} (v_p)_{\max} (v_q)_{\max}} \quad (33)$$

اگر زمان تناوب مودهای انتخاب شده به اندازه کافی از هم دور باشند، تداخل اثر مودها کاهش یافته و روش SRSS از دقت قابل قبولی برخوردار است. براساس توصیه آیین‌نامه 2800 چنانچه نسبت تناوب دو مود، Z ، از 0.67 تجاوز نکند می‌توان از روش SRSS استفاده نمود. اما اگر این نسبت از 0.67 بیشتر باشد ضروری است که برای ترکیب مودها از روش CQC استفاده کرد.

Spectrum Analysis

III. آنالیز طیفی سیستم‌های MDOF دارای میرایی تحت اثر نیروی زلزله مراحل گام به گام روش آنالیز طیفی:

گام اول: تعیین ماتریس اشکال مودی $[\Phi]$ و بردار فرکانس $\{\omega\}$

گام دوم: تعیین زمان تناوب برای هر مود $T_i = 2\pi / \omega_i$

گام سوم: تعیین $\{\Gamma\}$, $[M]$

گام چهارم: تعیین پاسخ شتاب برای هر مود براساس T_i

$$T_i \xRightarrow{\text{Spectrum}} (S_a)_i \times \text{Scale Factor}$$

گام پنجم: تعیین مقدار برش پایه ماکزیمم در هر مود رابطه (23)

گام ششم: تعیین نیروی ماکزیمم وارد بر طبقات در مود i اُم رابطه (24)

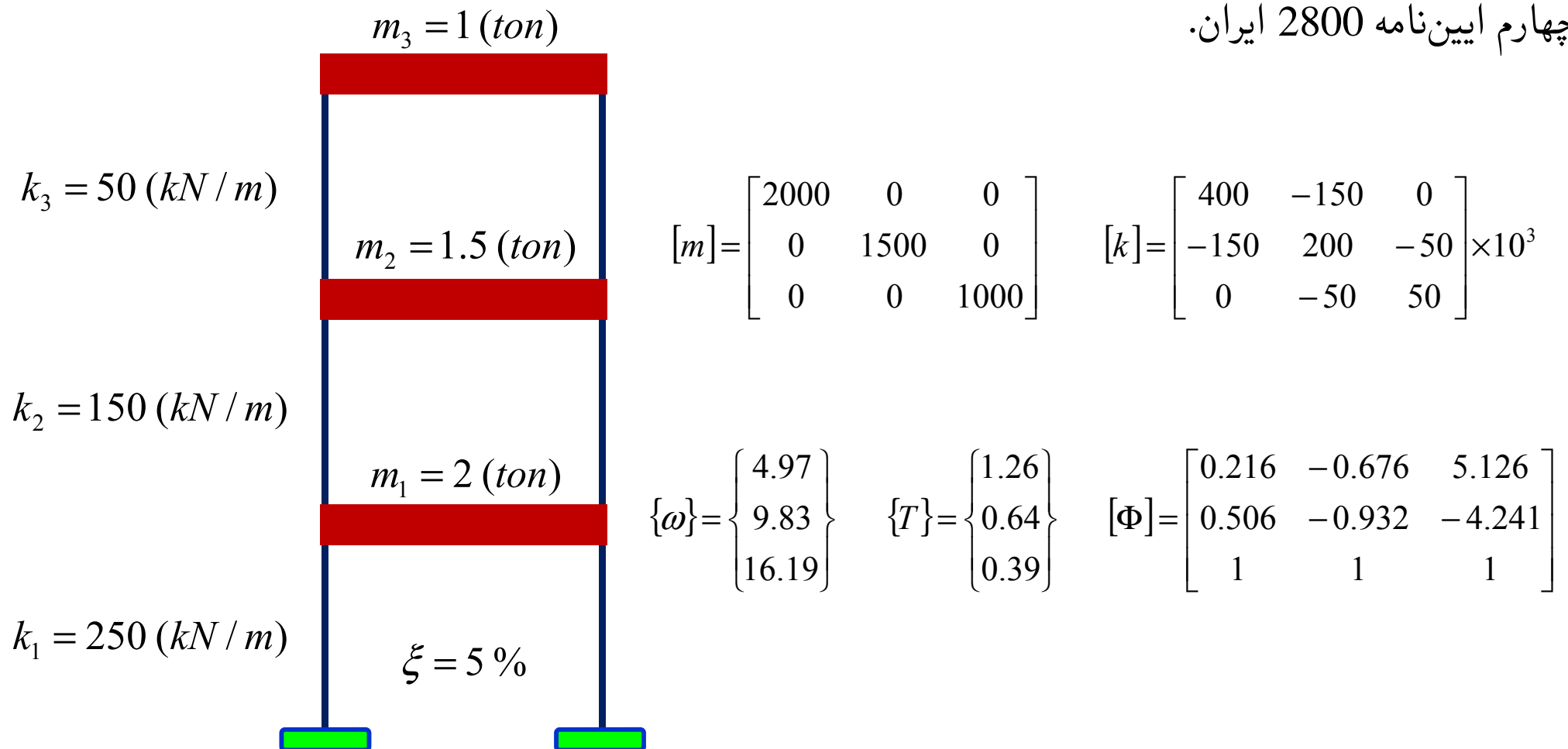
گام هفتم: تعیین جابجایی ماکزیمم طبقات در مود i اُم رابطه (25)

گام هشتم: ترکیب اثر مودها براساس روش SRSS یا CQC

Spectrum Analysis

III. آنالیز طیفی سیستم‌های MDOF دارای میرایی تحت اثر نیروی زلزله

مثال 3- یک ساختمان سه طبقه نامنظم (پیچشی شدید) به ارتفاع 12 متر در شهر تهران ساخته می‌شود. این ساختمان در جهت x دارای سیستم قاب خمشی فولادی متوسط است. خاک منطقه نوع II بوده و کاربری ساختمان مسکونی می‌باشد. مطلوب است آنالیز سازه در جهت x به روش‌های استاتیکی و دینامیکی طیفی بر اساس ویرایش چهارم آیین‌نامه 2800 ایران.



Spectrum Analysis

III. آنالیز طیفی سیستم‌های MDOF دارای میرایی تحت اثر نیروی زلزله حل مثال 3-

روش استاتیکی معادل (بند 3-3)

$$V_u = CW \geq 0.12AIW \quad C = \frac{ABI}{R_u}$$

V_u : نیروی برشی در حد مقاومت (رابطه 3-1).

C : ضریب زلزله

W : وزن موثر لرزه‌ای $W = D_L + (\eta\%)L_L$

I : ضریب اهمیت (بند 3-3-4). در ساختمان مسکونی

R_u : ضریب رفتار ساختمان (بند 3-3-5 و جدول 3-4). قاب خمشی متوسط

A : نسبت شتاب مبناب طرح (بند 2-2 و جدول 2-1). پیوست 1 پهنه‌بندی شهرها). تهران: پهنه‌ی با خطر نسبی خیلی زیاد

B : ضریب بازتاب ساختمان (بند 3-3-4). وابسته به جنس خاک و رفتار ساختمان است. $B = B_1 N$

B_1 : ضریب شکل طیف. با در نظر گرفتن بزرگنمایی خاک در پریودهای مختلف و میزان لرزه‌خیزی منطقه مشخص می‌شود (رابطه 2-2).

پارامترهای S_0, S, T_s, T_0 پارامترهایی هستند که به نوع زمین و

میزان خطر لرزه‌خیزی منطقه وابسته‌اند (جدول 2-2).

با توجه به زمین نوع II و خطر نسبی خیلی زیاد:

$$S_0 = 1, S = 1.5, T_s = 0.5, T_0 = 0.1$$

$$B_1 = \begin{cases} S_0 + (S - S_0 + 1)(T / T_0) & 0 \leq T \leq T_0 \\ S + 1 & T_0 \leq T \leq T_s \\ (S + 1)(T_s / T) & T_s \leq T \end{cases}$$

Spectrum Analysis

III. آنالیز طیفی سیستم‌های MDOF دارای میرایی تحت اثر نیروی زلزله

حل مثال 3-

N : ضریب اصلاح طیف (بند 2-3-2).

الف- برای پهنه‌های با خطر نسبی خیلی زیاد و زیاد

$$N = \begin{cases} 1 & T \leq T_s \\ \frac{0.7}{4 - T_s} (T - T_s) + 1 & T_s \leq T \leq 4_{\text{sec}} \\ 1.7 & T > 4_{\text{sec}} \end{cases}$$

ب- برای پهنه‌های با خطر نسبی متوسط و کم

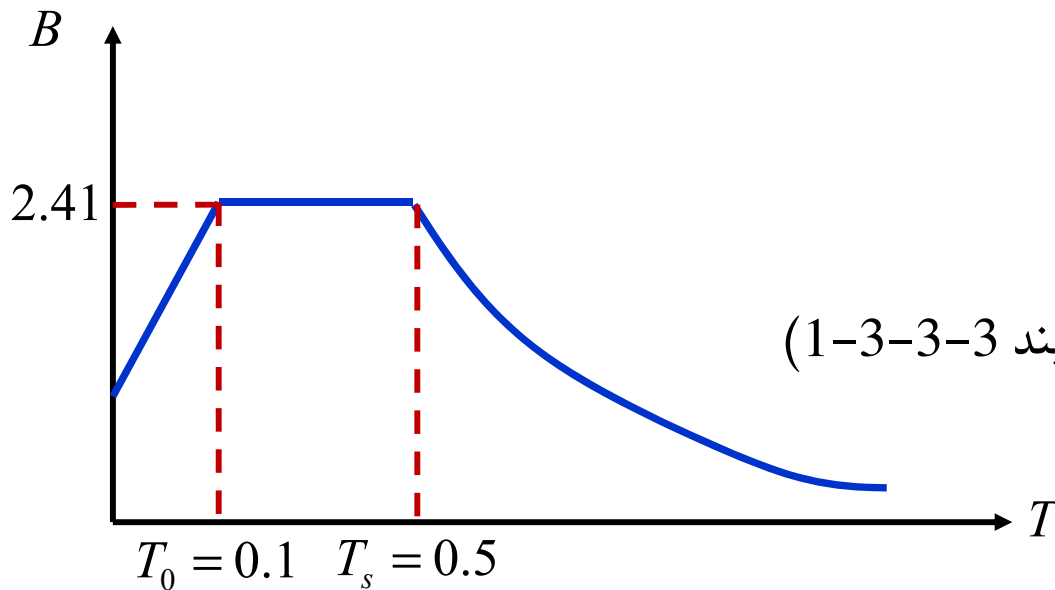
$$N = \begin{cases} 1 & T \leq T_s \\ \frac{0.4}{4 - T_s} (T - T_s) + 1 & T_s \leq T \leq 4_{\text{sec}} \\ 1.4 & T > 4_{\text{sec}} \end{cases}$$

Spectrum Analysis

III. آنالیز طیفی سیستم‌های MDOF دارای میرایی تحت اثر نیروی زلزله

حل مثال 3-

روش استاتیکی معادل



T : زمان تناوب اصلی سازه در ساختمان‌های متعارف (بند 3-3-3-1)

برای ساختمان‌های با قاب خمشی فولادی، چنانچه

جداگرهای میان قابی مانعی برای حرکت قاب‌ها

ایجاد نمایند:

ضریب بازتاب ساختمان برای خاک نوع II و خطر نسبی خیلی زیاد

$$T = 0.08 (H)^{0.75} \quad (\text{رابطه تجربی 3-3})$$

H : ارتفاع ساختمان بر حسب متر، از تراز پایه است و در محاسبه آن ارتفاع خرپشته، در صورتی که وزن آن بیشتر

از 25 درصد وزن بام باشد، نیز باید منظور گردد.

چنانچه جداگرهای میان قابی مانعی برای حرکت قاب‌ها ایجاد نمایند مقدار T برابر با 80 درصد مقدار بالا در نظر

گرفته می‌شود.

Spectrum Analysis

III. آنالیز طیفی سیستم‌های MDOF دارای میرایی تحت اثر نیروی زلزله

حل مثال 3- روش استاتیکی معادل

تبصره: به جای استفاده از رابطه تجربی می‌توان زمان تناوب اصلی سازه را با استفاده از تحلیل دینامیکی تعیین و در محاسبات نیروها منظور نمود، ولی مقدار آن در هر حالت نباید از 1.25 برابر مقدار به دست آورده شده از رابطه تجربی بیشتر در نظر گرفته شود.

Spectrum Analysis

III. آنالیز طیفی سیستم‌های MDOF دارای میرایی تحت اثر نیروی زلزله

حل مثال 3-

روش استاتیکی معادل

توزیع نیروی زلزله در ارتفاع ساختمان (بند 3-3-6)

که در آن

F_{ui} : نیروی جانبی در تراز طبقه i ام

W_i : وزن طبقه i ام شامل وزن سقف و قسمتی از سربار آن مطابق جدول (3-1) و

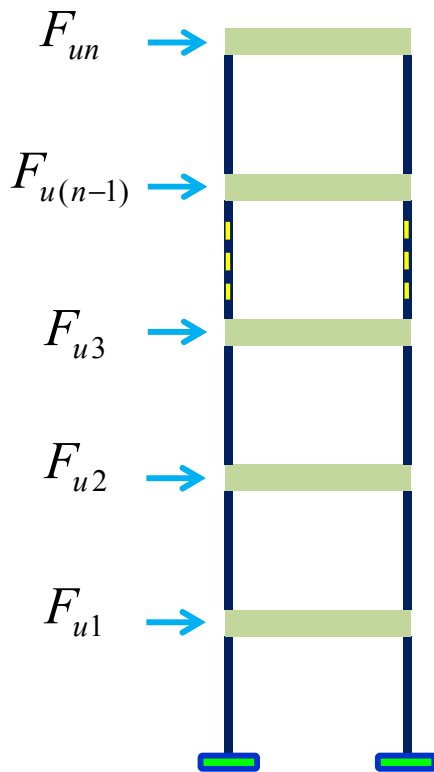
نصف وزن دیوارها و ستون‌هایی که در بالا و پایین سقف قرار گرفته‌اند.

h_i : ارتفاع سقف طبقه i ام از تراز پایه

n : تعداد طبقات ساختمان از تراز پایه به بالا

k : ضریبی است که با توجه به زمان تناوب نوسان اصلی سازه T از رابطه زیر به دست آورده می‌شود:

$$k = \begin{cases} 1 & T \leq 0.5 \\ 0.5T + 0.75 & 0.5 \leq T \leq 2.5 \\ 2 & T \geq 2.5 \end{cases}$$



$$F_{ui} = \frac{W_i h_i^k}{\sum_{j=1}^n W_j h_j^k} V_u$$

Spectrum Analysis

III. آنالیز طیفی سیستم‌های MDOF دارای میرایی تحت اثر نیروی زلزله

حل مثال 3-

روش استاتیکی معادل

$$F_{u2} = (7.44) \frac{(1.5)(8)^{1.01}}{(2)(4)^{1.01} + (1.5)(8)^{1.01} + (1)(12)^{1.01}}$$

$$\Rightarrow F_{u2} = 2.79 \text{ (kN)}$$

$$F_{u3} = (7.44) \frac{(1)(12)^{1.01}}{(2)(4)^{1.01} + (1.5)(8)^{1.01} + (1)(12)^{1.01}}$$

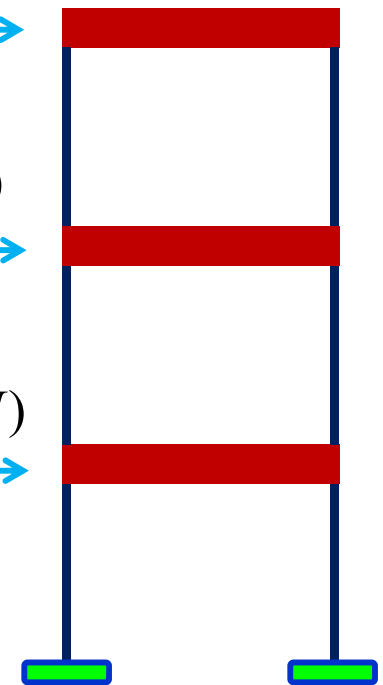
$$\Rightarrow F_{u3} = 2.80 \text{ (kN)}$$

$$\Rightarrow \{F_u\} = \begin{Bmatrix} 1.85 \\ 2.79 \\ 2.80 \end{Bmatrix} \text{ (kN)}$$

$$F_{u3} = 2.80 \text{ (kN)}$$

$$F_{u2} = 2.79 \text{ (kN)}$$

$$F_{u1} = 1.85 \text{ (kN)}$$



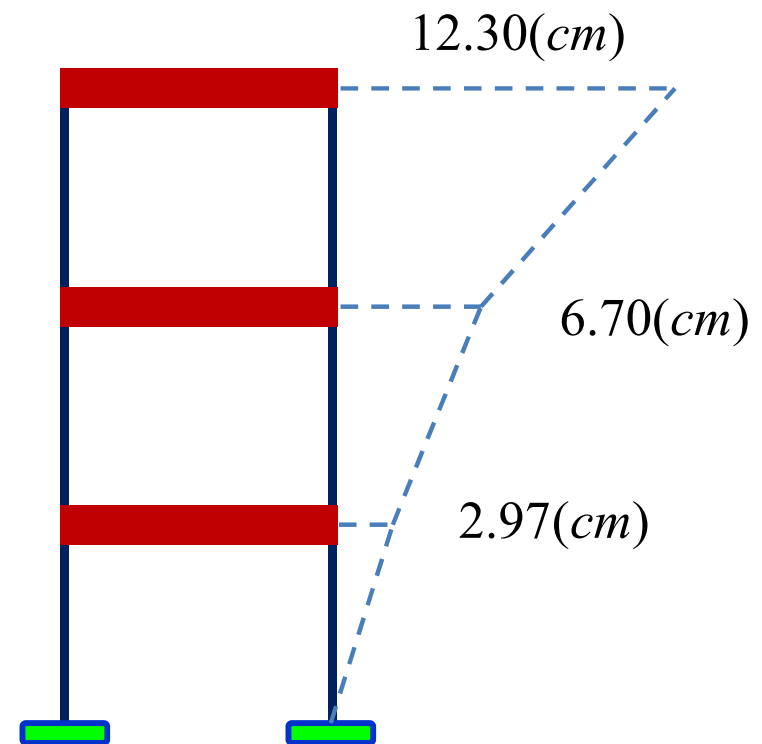
Spectrum Analysis

III. آنالیز طیفی سیستم‌های MDOF دارای میرایی تحت اثر نیروی زلزله

حل مثال 3-

روش استاتیکی معادل

$$\{x\} = \begin{Bmatrix} 0.02976 \\ 0.06702 \\ 0.12303 \end{Bmatrix} (m) = \begin{Bmatrix} 2.97 \\ 6.70 \\ 12.30 \end{Bmatrix} (cm)$$



Spectrum Analysis

III. آنالیز طیفی سیستم‌های MDOF دارای میرایی تحت اثر نیروی زلزله

حل مثال 3-

روش دینامیکی طیفی

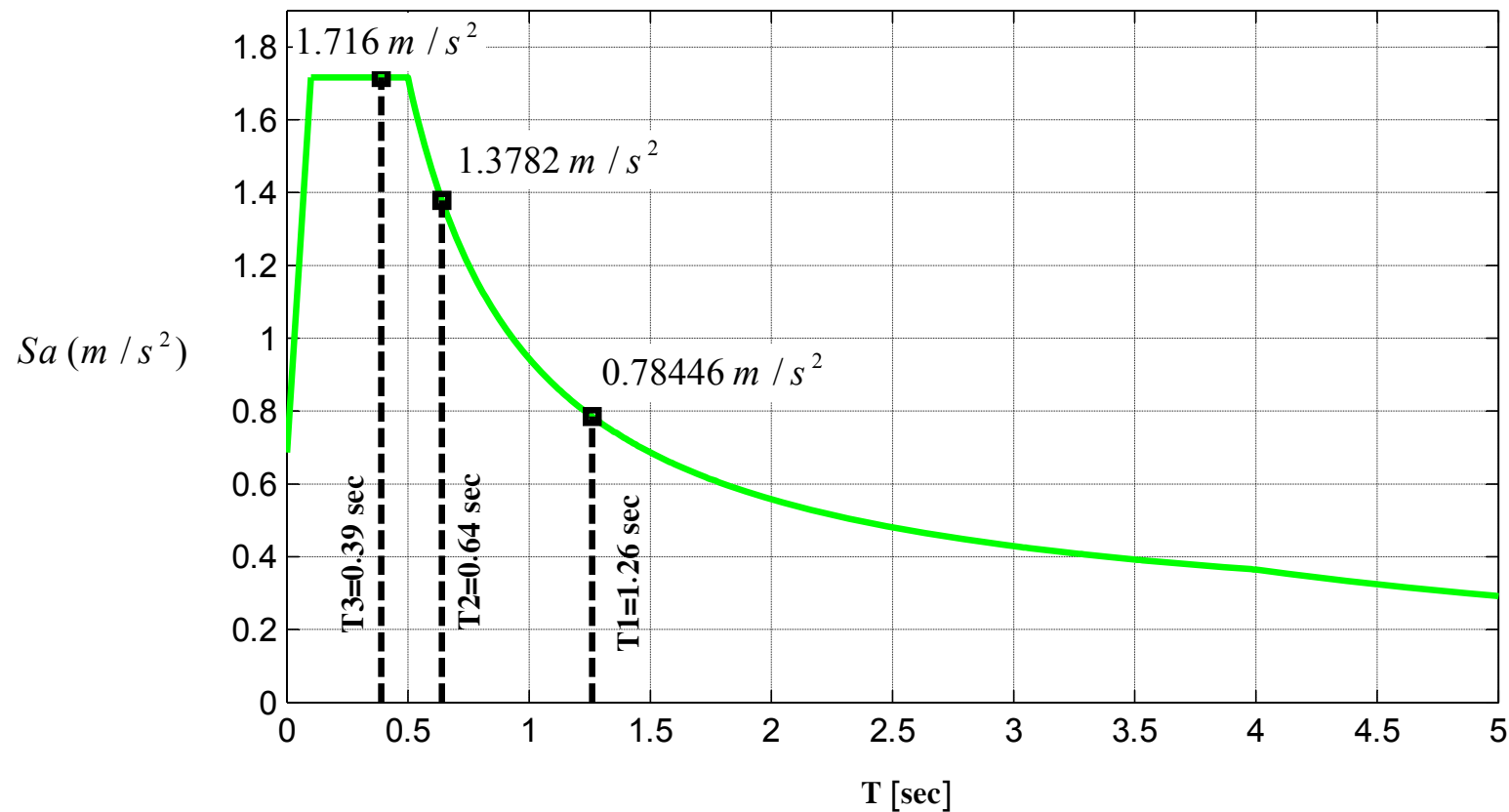
$$\Rightarrow S_a = \begin{cases} 0.6864[1 + (1.5 - 1 + 1)(T / 0.1)] \times 1 = 0.6864 + 10.296T & 0 \leq T \leq 0.1 \\ 0.6864[1.5 + 1] \times 1 = 1.716 & 0.1 \leq T \leq 0.5 \\ 0.6864[(1.5 + 1)(0.5 / T)] \times \left[\frac{0.7}{4 - 0.5}(T - 0.5) + 1 \right] = 0.1716 + \frac{0.7722}{T} & 0.5 \leq T \leq 4 \\ 0.6864[(1.5 + 1)(0.5 / T)] \times 1.7 = \frac{1.4586}{T} & 4 \leq T \end{cases}$$

Spectrum Analysis

III. آنالیز طیفی سیستم‌های MDOF دارای میرایی تحت اثر نیروی زلزله

حل مثال 3-

روش دینامیکی طیفی



نمودار طیف پاسخ شتاب طرح آیین نامه 2800 برای خاک نوع دوم و $I = 1$, $R_u = 5$, $A = 0.35$

Spectrum Analysis

III. آنالیز طیفی سیستم‌های MDOF دارای میرایی تحت اثر نیروی زلزله

حل مثال 3-

روش دینامیکی طیفی

گام سوم: تعیین $[M]$, $\{\Gamma\}$

$$\Rightarrow [M] = \begin{bmatrix} 1478 & 0 & 0 \\ 0 & 3215.3 & 0 \\ 0 & 0 & 80529 \end{bmatrix}$$

$$\{\Gamma\} = \begin{Bmatrix} 2192.3 \\ -1749 \\ 4890.1 \end{Bmatrix}$$

Spectrum Analysis

III. آنالیز طیفی سیستم‌های MDOF دارای میرایی تحت اثر نیروی زلزله

حل مثال 3-

روش دینامیکی طیفی

گام سوم: تعیین $[M]$, $\{\Gamma\}$

$$\Rightarrow \begin{cases} W_{e2} = \frac{\Gamma_2^2}{M_2} = \frac{(-1749)^2}{3215.3} = 951.39 \\ W_{e3} = \frac{\Gamma_3^2}{M_3} = \frac{4890.1^2}{80529} = 296.95 \end{cases}$$

ضریب مشارکت جرم مودی (MPMR: Modal Participating Mass Ratio)

SUM

$$\begin{cases} MPMR_2 = \frac{951.39}{4500} \times 100 = 21.142\% \\ MPMR_3 = \frac{296.95}{4500} \times 100 = 6.5988\% \end{cases}$$

Spectrum Analysis

III. آنالیز طیفی سیستم‌های MDOF دارای میرایی تحت اثر نیروی زلزله

حل مثال 3-

روش دینامیکی طیفی

گام چهارم: تعیین پاسخ شتاب برای هر مود براساس T_i

$$T_2 = 0.64 \text{ (sec)} \xRightarrow{\text{Spectrum}} (S_a)_2 = 1.3782 \text{ (m / s}^2\text{)}$$

$$T_3 = 0.39 \text{ (sec)} \xRightarrow{\text{Spectrum}} (S_a)_3 = 1.716 \text{ (m / s}^2\text{)}$$

گام پنجم: تعیین مقدار برش پایه ماکزیمم در هر مود (رابطه 23)

$$(V_2)_{\max} = \frac{\Gamma_2^2}{M_2} (S_a)_2 = \frac{(-1749)^2}{3215.3} (1.3782) \Rightarrow (V_2)_{\max} = 1311.2 \text{ (N)}$$

$$(V_3)_{\max} = \frac{\Gamma_3^2}{M_3} (S_a)_3 = \frac{(4890.1)^2}{80529} (1.716) \Rightarrow (V_3)_{\max} = 509.56 \text{ (N)}$$

$$\Rightarrow V_{\max} = \begin{Bmatrix} 2550.8 \\ 1311.2 \\ 509.56 \end{Bmatrix} \text{ (N)}$$

Spectrum Analysis

III. آنالیز طیفی سیستم‌های MDOF دارای میرایی تحت اثر نیروی زلزله

حل مثال 3-

روش دینامیکی طیفی

گام ششم: تعیین نیروی ماکزیمم وارد بر طبقات در مود i ام (رابطه 24)

$$(f_{11})_{\max} = \frac{m_1 \phi_{11}}{\Gamma_1} (V_1)_{\max} = \frac{(2000)(0.216)}{2192.3} (2550.8) \Rightarrow (f_{11})_{\max} = 503.9 (N)$$

$$(f_{31})_{\max} = \frac{m_3 \phi_{31}}{\Gamma_1} (V_1)_{\max} = \frac{(1000)(1)}{2192.3} (2550.8) \Rightarrow (f_{31})_{\max} = 1163.5 (N)$$

$$(f_{12})_{\max} = \frac{m_1 \phi_{12}}{\Gamma_2} (V_2)_{\max} = \frac{(2000)(-0.676)}{-1749} (1311.2) \Rightarrow (f_{12})_{\max} = 1013.1 (N)$$

$$(f_{22})_{\max} = \frac{m_2 \phi_{22}}{\Gamma_2} (V_2)_{\max} = \frac{(1500)(-0.932)}{-1749} (1311.2) \Rightarrow (f_{22})_{\max} = 1047.7 (N)$$

Spectrum Analysis

III. آنالیز طیفی سیستم‌های MDOF دارای میرایی تحت اثر نیروی زلزله

حل مثال 3-

روش دینامیکی طیفی

گام ششم: تعیین نیروی ماکزیمم وارد بر طبقات در مود i ام (رابطه 24)

$$(f_{23})_{\max} = \frac{m_2 \phi_{23}}{\Gamma_3} (V_3)_{\max} = \frac{(1500)(-4.241)}{4890.1} (509.56) \Rightarrow (f_{23})_{\max} = -662.9 (N)$$

$$(f_{33})_{\max} = \frac{m_3 \phi_{33}}{\Gamma_3} (V_3)_{\max} = \frac{(1000)(1)}{4890.1} (509.56) \Rightarrow (f_{33})_{\max} = 104.2 (N)$$

$$[f] = \begin{bmatrix} 503.9 & 1013.1 & 1068.3 \\ 883.37 & 1047.7 & -662.9 \\ 1163.5 & -749.68 & 104.2 \end{bmatrix} (N)$$

Spectrum Analysis

III. آنالیز طیفی سیستم‌های MDOF دارای میرایی تحت اثر نیروی زلزله

حل مثال 3-

روش دینامیکی طیفی

گام هفتم: تعیین جابجایی ماکزیمم طبقات در مود i ام (رابطه 25)

$$(x_{11})_{\max} = \frac{1}{\omega_1^2} \frac{(f_{11})_{\max}}{m_1} = \frac{1}{(4.97)^2} \frac{503.9}{2000} \times 10^2 (cm) \Rightarrow (x_{11})_{\max} = 1.0203 (cm)$$

$$(x_{21})_{\max} = \frac{1}{\omega_1^2} \frac{(f_{21})_{\max}}{m_2} = \frac{1}{(4.97)^2} \frac{883.37}{1500} \times 10^2 (cm) \Rightarrow (x_{21})_{\max} = 2.3849 (cm)$$

$$(x_{12})_{\max} = \frac{1}{\omega_2^2} \frac{(f_{12})_{\max}}{m_1} = \frac{1}{(9.83)^2} \frac{1013.1}{2000} \times 10^2 (cm) \Rightarrow (x_{12})_{\max} = 0.52448 (cm)$$

$$(x_{32})_{\max} = \frac{1}{\omega_2^2} \frac{(f_{32})_{\max}}{m_3} = \frac{1}{(9.83)^2} \frac{-749.68}{1000} \times 10^2 (cm) \Rightarrow (x_{32})_{\max} = -0.77619 (cm)$$

Spectrum Analysis

III. آنالیز طیفی سیستم‌های MDOF دارای میرایی تحت اثر نیروی زلزله

حل مثال 3-

روش دینامیکی طیفی

گام هفتم: تعیین جابجایی ماکزیمم طبقات در مود i ام (رابطه 25)

$$(x_{23})_{\max} = \frac{1}{\omega_3^2} \frac{(f_{23})_{\max}}{m_2} = \frac{1}{(16.19)^2} \frac{-662.9}{1500} \times 10^2 (cm) \Rightarrow (x_{23})_{\max} = -0.16864 (cm)$$

$$(x_{33})_{\max} = \frac{1}{\omega_3^2} \frac{(f_{33})_{\max}}{m_3} = \frac{1}{(16.19)^2} \frac{104.2}{1000} \times 10^2 (cm) \Rightarrow (x_{33})_{\max} = 0.039764 (cm)$$

$$[x] = \begin{bmatrix} 1.0203 & 0.52448 & 0.20382 \\ 2.3849 & 0.72318 & -0.16864 \\ 4.712 & -0.77619 & 0.039764 \end{bmatrix} (cm)$$

Spectrum Analysis

III. آنالیز طیفی سیستم‌های MDOF دارای میرایی تحت اثر نیروی زلزله

حل مثال 3-

روش دینامیکی طیفی

$$[x] = \begin{bmatrix} 1.0203 & 0.52448 & 0.20382 \\ 2.3849 & 0.72318 & -0.16864 \\ 4.712 & -0.77619 & 0.039764 \end{bmatrix} (cm)$$

گام هشتم: ترکیب اثر مودها براساس روش SRSS

$$(x_2)_{\max} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 (x_{2i})_{\max}^2} = \sqrt{(2.3849)^2 + (0.72318)^2 + (-0.16864)^2} \Rightarrow (x_2)_{\max} = 2.4979 (cm)$$

$$(x_3)_{\max} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 (x_{3i})_{\max}^2} = \sqrt{(4.712)^2 + (-0.77619)^2 + (0.039764)^2} \Rightarrow (x_3)_{\max} = 4.7757 (cm)$$

$$\{x\}_{\max} = \begin{Bmatrix} 1.1652 \\ 2.4979 \\ 4.7757 \end{Bmatrix} (cm)$$

Spectrum Analysis

III. آنالیز طیفی سیستم‌های MDOF دارای میرایی تحت اثر نیروی زلزله

حل مثال 3-

روش دینامیکی طیفی

$$[f] = \begin{bmatrix} 503.9 & 1013.1 & 1068.3 \\ 883.37 & 1047.7 & -662.9 \\ 1163.5 & -749.68 & 104.2 \end{bmatrix} (N)$$

$$V_{\max} = \begin{Bmatrix} 2550.8 \\ 1311.2 \\ 509.56 \end{Bmatrix} (N)$$

گام هشتم: ترکیب اثر مودها براساس روش SRSS

$$(f_1)_{\max} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 (f_{1i})_{\max}^2} = \sqrt{(503.9)^2 + (1013.1)^2 + (1068.3)^2} = 1556.1 \Rightarrow (f_1)_{\max} = 1.5561 (kN)$$

$$(f_2)_{\max} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 (f_{2i})_{\max}^2} = \sqrt{(883.37)^2 + (1047.7)^2 + (-662.9)^2} = 1522.3 \Rightarrow (f_2)_{\max} = 1.5223 (kN)$$

$$\{f\}_{\max} = \begin{Bmatrix} 1.5561 \\ 1.5223 \\ 1.3881 \end{Bmatrix} (kN) \quad (V)_{\max} = 2.913 (kN)$$

Spectrum Analysis

III. آنالیز طیفی سیستم‌های MDOF دارای میرایی تحت اثر نیروی زلزله

حل مثال 3-

روش دینامیکی طیفی

گام هشتم: ترکیب اثر مودها براساس روش CQC

تعداد مودهای در نظر گرفته شده برابر با $N=3$ است.

$$\begin{aligned} p=1, q=3 &\Rightarrow z = \frac{T_3}{T_1} = \frac{0.39}{1.26} = 0.31 < 0.67 \Rightarrow \rho_{13} = \frac{8(0.05)^2(1+0.31)(0.31)^{1.5}}{[1-(0.31)^2]^2 + 4(0.05)^2(0.31)(1+0.31)^2} \Rightarrow \rho_{13} = 0.0053843 \\ p=2, q=3 &\Rightarrow z = \frac{T_3}{T_2} = \frac{0.39}{0.64} = 0.61 < 0.67 \Rightarrow \rho_{23} = \frac{8(0.05)^2(1+0.61)(0.61)^{1.5}}{[1-(0.61)^2]^2 + 4(0.05)^2(0.61)(1+0.61)^2} \Rightarrow \rho_{23} = 0.036691 \end{aligned}$$

Spectrum Analysis

III. آنالیز طیفی سیستم‌های MDOF دارای میرایی تحت اثر نیروی زلزله

حل مثال 3-

روش دینامیکی طیفی

(31) \Rightarrow

گام هشتم: ترکیب اثر مودها براساس روش CQC

$$(x_2)_{\max} = \sqrt{\sum_{p=1}^3 (x_{2p})_{\max}^2 + 2 \left[\sum_{q=2}^3 \rho_{1q} (x_{21})_{\max} (x_{2q})_{\max} + \sum_{q=3}^3 \rho_{2q} (x_{22})_{\max} (x_{2q})_{\max} \right]} \Rightarrow (x_2)_{\max} = 2.5084 (cm)$$

$$(x_3)_{\max} = \sqrt{\sum_{p=1}^3 (x_{3p})_{\max}^2 + 2 \left[\sum_{q=2}^3 \rho_{1q} (x_{31})_{\max} (x_{3q})_{\max} + \sum_{q=3}^3 \rho_{2q} (x_{32})_{\max} (x_{3q})_{\max} \right]} \Rightarrow (x_3)_{\max} = 4.761 (cm)$$

Spectrum Analysis

III. آنالیز طیفی سیستم‌های MDOF دارای میرایی تحت اثر نیروی زلزله

حل مثال 3-

روش دینامیکی طیفی

گام هشتم: ترکیب اثر مودها براساس روش CQC

$$(f_1)_{\max} = \sqrt{\sum_{p=1}^3 (f_{1p})_{\max}^2 + 2 \left[\sum_{q=2}^3 \rho_{1q} (f_{11})_{\max} (f_{1q})_{\max} + \sum_{q=3}^3 \rho_{2q} (f_{12})_{\max} (f_{1q})_{\max} \right]} \Rightarrow (f_1)_{\max} = 1.5894 (kN)$$

$$(f_2)_{\max} = \sqrt{\sum_{p=1}^3 (f_{2p})_{\max}^2 + 2 \left[\sum_{q=2}^3 \rho_{1q} (f_{21})_{\max} (f_{2q})_{\max} + \sum_{q=3}^3 \rho_{2q} (f_{22})_{\max} (f_{2q})_{\max} \right]} \Rightarrow (f_2)_{\max} = 1.5152 (kN)$$

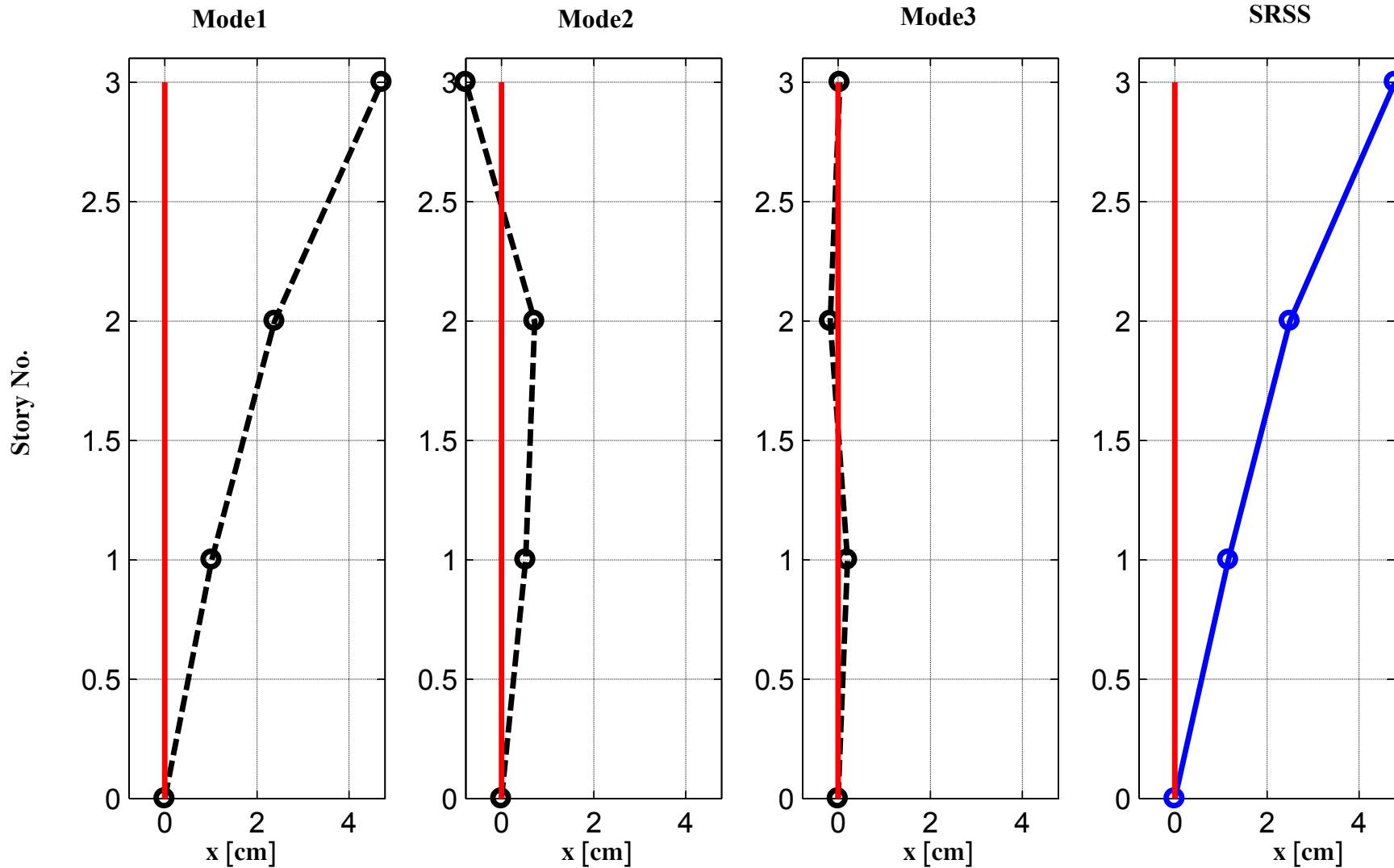
$$(f_3)_{\max} = \sqrt{\sum_{p=1}^3 (f_{3p})_{\max}^2 + 2 \left[\sum_{q=2}^3 \rho_{1q} (f_{31})_{\max} (f_{3q})_{\max} + \sum_{q=3}^3 \rho_{2q} (f_{32})_{\max} (f_{3q})_{\max} \right]} \Rightarrow (f_3)_{\max} = 1.3744 (kN)$$

$$(V)_{\max} = \sqrt{\sum_{p=1}^3 (V_p)_{\max}^2 + 2 \left[\sum_{q=2}^3 \rho_{1q} (V_1)_{\max} (V_q)_{\max} + \sum_{q=3}^3 \rho_{2q} (V_2)_{\max} (V_q)_{\max} \right]} \Rightarrow (V)_{\max} = 2.9456 (kN)$$

$$\{x\}_{\max} = \begin{Bmatrix} 1.1782 \\ 2.5084 \\ 4.761 \end{Bmatrix} (cm) \quad \{f\}_{\max} = \begin{Bmatrix} 1.5894 \\ 1.5152 \\ 1.3744 \end{Bmatrix} (kN) \quad (V)_{\max} = 2.9456 (kN)$$

III. آنالیز طیفی سیستم‌های MDOF دارای میرایی تحت اثر نیروی زلزله

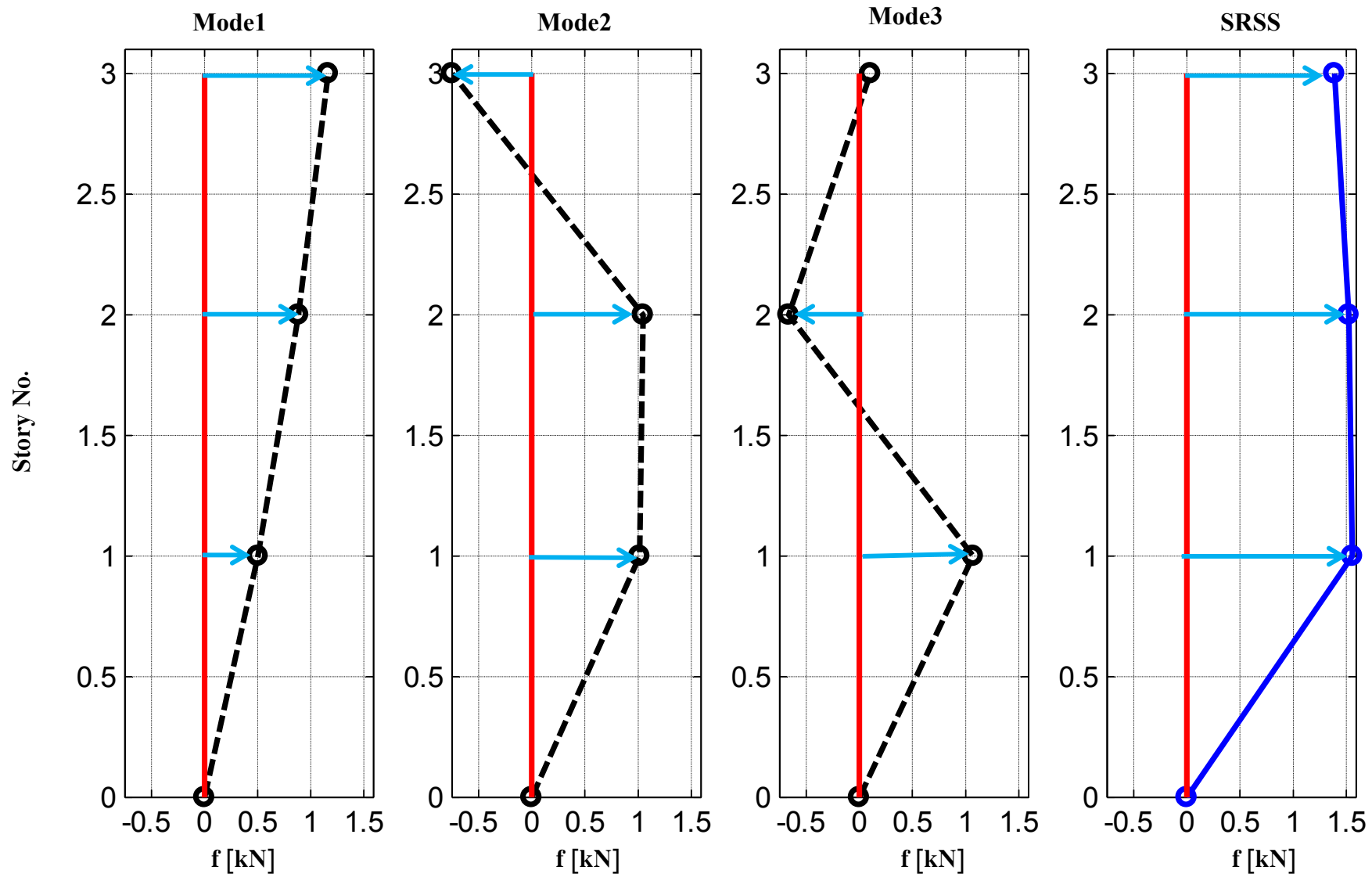
حل مثال 3- روش دینامیکی طیفی



جابجایی طبقات در هر مود و ترکیب پاسخ‌ها به روش SRSS

III. آنالیز طیفی سیستم‌های MDOF دارای میرایی تحت اثر نیروی زلزله

حل مثال 3- روش دینامیکی طیفی



نیروی طبقات در هر مود و ترکیب آن‌ها به روش SRSS

Spectrum Analysis

III. آنالیز طیفی سیستم‌های MDOF دارای میرایی تحت اثر نیروی زلزله

حل مثال 3-

$$V_S = 7.44 (kN) \quad \text{برش پایه استاتیکی}$$

$$V_D = 2.913 (kN) \quad \text{برش پایه دینامیکی}$$

$$\Rightarrow V_D < V_S$$

اصلاح مقادیر بازتاب‌ها (بند 3-4-1-4)

در مواردی که برش پایه به دست آمده از روش تحلیل طیفی کمتر از برش پایه تحلیل استاتیکی معادل باشد، مقدار برش پایه تحلیل طیفی باید به مقادیر زیر افزایش داده شده و بازتاب‌های سازه متناسب با آن‌ها اصلاح گردد:

الف- در سازه‌های نامنظم، که نامنظمی در آن‌ها از نوع «طبقه خیلی ضعیف» یا «طبقه خیلی نرم» یا «پیچشی شدید» نباشد، مقادیر بازتاب‌ها باید در 90 درصد نسبت برش پایه استاتیکی معادل به برش پایه به دست آمده از تحلیل طیفی ضرب شوند.

$$S_a \times \frac{V_S}{V_D} \times 90\%$$

ولی در سازه‌هایی که نامنظمی آن‌ها مشمول موارد فوق‌الذکر باشد، مقادیر بازتاب‌ها باید در نسبت برش پایه استاتیکی معادل به برش پایه به دست آمده از تحلیل طیفی ضرب شود.

$$S_a \times \frac{V_S}{V_D}$$

Spectrum Analysis

III. آنالیز طیفی سیستم‌های MDOF دارای میرایی تحت اثر نیروی زلزله

حل مثال 3-

اصلاح مقادیر بازتاب‌ها (بند 3-4-1-4)

ب- در سازه‌های منظم، مقادیر بازتاب‌ها باید در 85 درصد نسبت برش پایه استاتیکی معادل به برش پایه به دست آمده از تحلیل طیفی ضرب شود.

$$S_a \times \frac{V_S}{V_D} \times 85\%$$

تبصره: مقدار برش پایه تعدیل شده در بندهای الف و ب نباید از برش پایه به دست آمده از تحلیل طیفی کمتر در نظر گرفته شود.

Spectrum Analysis

III. آنالیز طیفی سیستم‌های MDOF دارای میرایی تحت اثر نیروی زلزله

حل مثال 3-

$$\frac{V_s}{V_D} = \frac{7.44}{2.913} = 2.5541$$

$$\Rightarrow S_a \times 2.5541 = \begin{cases} 1.753 + 26.297T & 0 \leq T \leq 0.1 \\ 4.383 & 0.1 \leq T \leq 0.5 \\ 0.4382 + \frac{1.9723}{T} & 0.5 \leq T \leq 4 \\ \frac{3.725}{T} & 4 \leq T \end{cases}$$

$$T_1 = 1.26 \text{ (sec)} \quad \begin{matrix} \text{Spectrum} \\ \Rightarrow \end{matrix} \quad (S_a)_1 = 2.0036 \text{ (m / s}^2\text{)}$$

$$T_2 = 0.64 \text{ (sec)} \quad \begin{matrix} \text{Spectrum} \\ \Rightarrow \end{matrix} \quad (S_a)_2 = 3.52 \text{ (m / s}^2\text{)}$$

$$T_3 = 0.39 \text{ (sec)} \quad \begin{matrix} \text{Spectrum} \\ \Rightarrow \end{matrix} \quad (S_a)_3 = 4.3828 \text{ (m / s}^2\text{)}$$

Spectrum Analysis

III. آنالیز طیفی سیستم‌های MDOF دارای میرایی تحت اثر نیروی زلزله

حل مثال 3-

$$(V_1)_{\max} = 6.515 \text{ (kN)}$$

$$(V_2)_{\max} = 3.3489 \text{ (kN)}$$

$$(V_3)_{\max} = 1.3015 \text{ (kN)}$$

$$[f] = \begin{bmatrix} 1.287 & 2.5877 & 2.7284 \\ 2.2562 & 2.676 & -1.6931 \\ 2.9718 & -1.9148 & 0.26614 \end{bmatrix} \text{ (kN)}$$

$$[x] = \begin{bmatrix} 2.606 & 1.3396 & 0.52058 \\ 6.0913 & 1.8471 & -0.43073 \\ 12.035 & -1.9825 & 0.10156 \end{bmatrix} \text{ (cm)}$$

Spectrum Analysis

III. آنالیز طیفی سیستم‌های MDOF دارای میرایی تحت اثر نیروی زلزله

حل مثال 3-

به کمک ترکیب مودها به روش SRSS:

$$\{x\}_{\max} = \begin{Bmatrix} 2.976 \\ 6.3798 \\ 12.198 \end{Bmatrix} (cm) \quad \{f\}_{\max} = \begin{Bmatrix} 3.9745 \\ 3.8882 \\ 3.5452 \end{Bmatrix} (kN) \quad (V)_{\max} = 7.44 (kN) = V_{Static}$$

به کمک ترکیب مودها به روش CQC:

$$\{x\}_{\max} = \begin{Bmatrix} 3.0093 \\ 6.4067 \\ 12.16 \end{Bmatrix} (cm) \quad \{f\}_{\max} = \begin{Bmatrix} 4.0596 \\ 3.8699 \\ 3.5103 \end{Bmatrix} (kN) \quad (V)_{\max} = 7.5234 (kN) = V_{Static}$$