



دانشگاه کردستان
University of Kurdistan
زانکۆی کوردستان

Dynamic of Structures

Single Degree of Freedom Systems: Frequency Domain Analysis

By: Kaveh Karami

Associate Prof. of Structural Engineering

<https://prof.uok.ac.ir/Ka.Karami>

SDOF: Frequency Domain Analysis

I. تحلیل دینامیکی در حوزه فرکانسی- تبدیل فوریه

آنالیز دینامیکی به دو روش انجام می‌شود:

روش تاریخچه زمانی (Time History): در هر لحظه جابجایی در اثر نیروی خارجی (زلزله) محاسبه می‌شود.

روش طیفی (Spectrum): در پایان نیروی خارجی اعمال شده (زلزله) حداکثر جابجایی را محاسبه می‌کنیم.

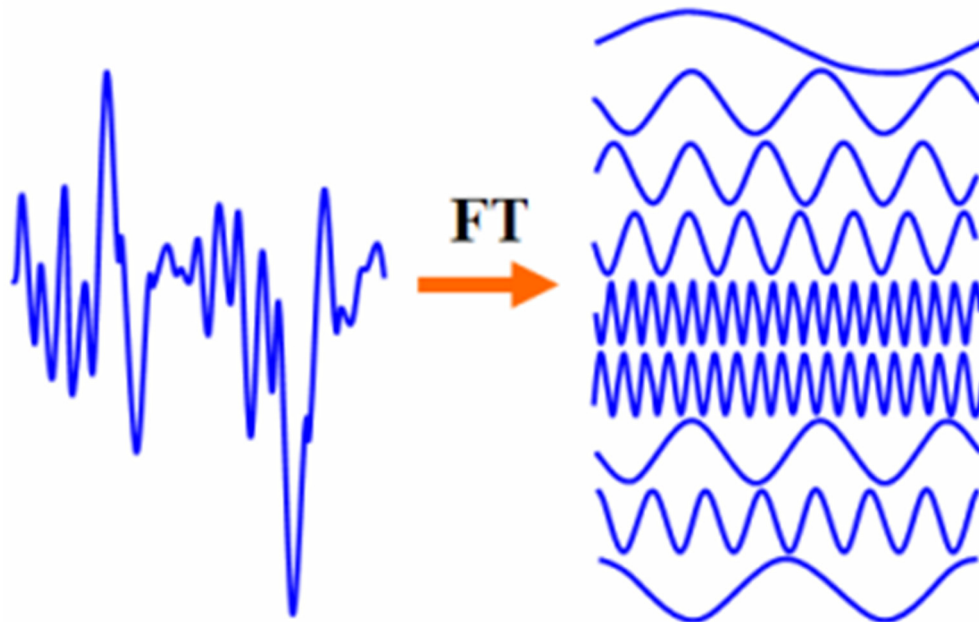
در روش تاریخچه زمانی با استفاده از انتگرال دو هامل، نیروی خارجی به بارهای ضربه‌ای کوچک تقسیم می‌گردد. در این روش محدوده فعالیت‌ها، در حوزه‌ی زمانی (Time Domain) است.

در روش دیگر با استفاده از تبدیل فوریه، نیروی خارجی (زلزله) به مجموعه‌ای از توابع سینوسی و کسینوسی تبدیل می‌گردد. یکی از مزیت‌های این روش آن است که امکان قضاوت و تصمیم‌گیری را برای ما فراهم می‌کند. یکی از این قضاوت‌ها در مورد شناسایی فرکانس‌های غالب و موثر نیروی خارجی بر سازه می‌باشد. شناسایی فرکانس‌های غالب، به طور مثال در مورد زلزله، می‌تواند ما را در تصفیه (filtering) کمک کند. به همین دلیل در این روش محدوده فعالیت‌ها، در حوزه‌ی فرکانسی (Frequency Domain) است.

SDOF: Frequency Domain Analysis

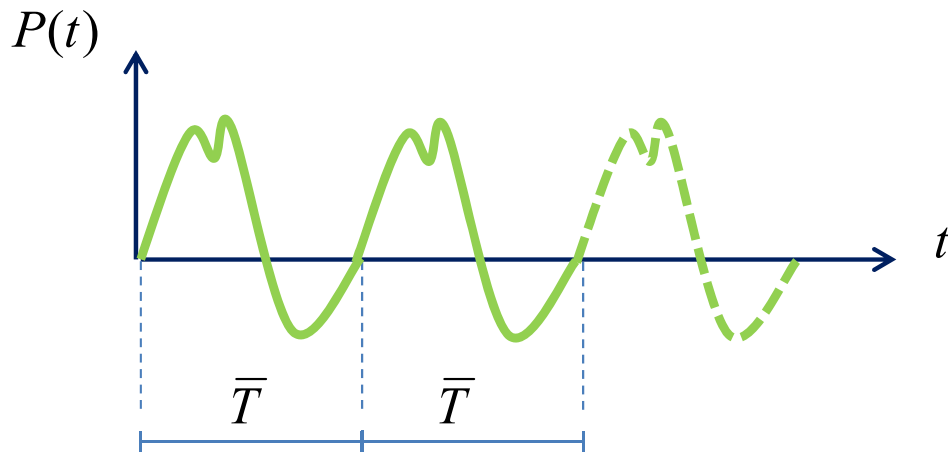
I. تحلیل دینامیکی در حوزه فرکانسی- تبدیل فوریه

تبدیل فوریه (Fourier Transformation) یکی از تکنیک‌های بنیادین ریاضی است که به کمک آن می‌توان یک تابع معمولی را به تعداد زیادی حرکت‌های هارمونیک ساده با فرکانس‌های متفاوت تبدیل کرد. زمانی که نیروی خارجی به کمک تبدیل فوریه به تعداد زیادی عبارت‌های حرکت‌های هارمونیک ساده بسط داده می‌شود؛ پاسخ سازه در اثر هر عبارت با استفاده از روش‌های حل بارگذاری هارمونیک ساده به دست می‌آید. بعد از آن که پاسخ هر یک از عبارت‌های بارگذاری هارمونیک ساده به دست آمد پاسخ سازه در اثر کل نیروی خارجی از جمع تمامی آن پاسخ‌ها به دست می‌آید.



SDOF: Frequency Domain Analysis

I. تحلیل دینامیکی در حوزه فرکانسی- تبدیل فوریه



نیروی تناوبی $p(t)$ را در نظر بگیرید. این نیرو را می‌توان به صورت یک سری از توابع سینوسی و کسینوسی نوشت:

$$p(t) = a_0 + a_1 \cos(\bar{\omega}t) + a_2 \cos(2\bar{\omega}t) + \dots + b_1 \sin(\bar{\omega}t) + b_2 \sin(2\bar{\omega}t) + \dots$$

$$\Rightarrow p(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\bar{\omega}t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(n\bar{\omega}t) \quad (1)$$

SDOF: Frequency Domain Analysis

I. تحلیل دینامیکی در حوزه فرکانسی- تبدیل فوریه

که در آن ضرایب سری‌های فوریه به صورت زیر است:

$$\begin{array}{l|l} 0 \leq t \leq \bar{T} & \text{(حالت کلی)} \\ \hline a_0 = \frac{1}{\bar{T}} \int_{\bar{T}} p(t) dt & a_0 = \frac{1}{\bar{T}} \int_c^{c+\bar{T}} p(t) dt \\ a_n = \frac{2}{\bar{T}} \int_{\bar{T}} p(t) \text{Cos}(n\bar{\omega}t) dt & a_n = \frac{2}{\bar{T}} \int_c^{c+\bar{T}} p(t) \text{Cos}\left(\frac{2n\pi}{\bar{T}}t\right) dt \\ b_n = \frac{2}{\bar{T}} \int_{\bar{T}} p(t) \text{Sin}(n\bar{\omega}t) dt & b_n = \frac{2}{\bar{T}} \int_c^{c+\bar{T}} p(t) \text{Sin}\left(\frac{2n\pi}{\bar{T}}t\right) dt \end{array} \quad (2)$$

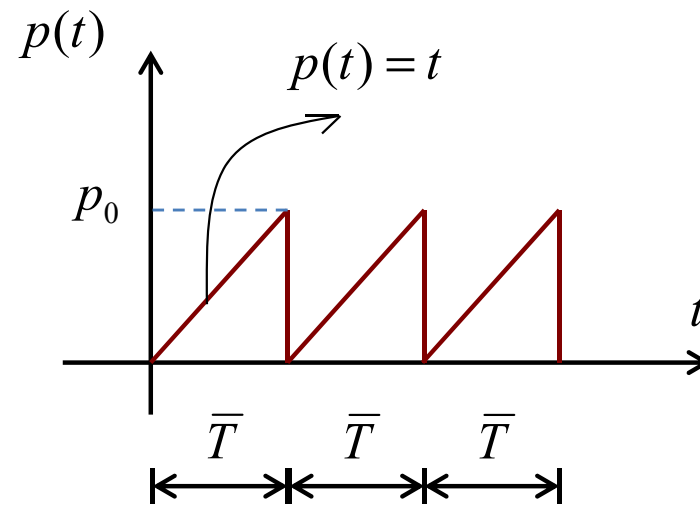
$$\text{if } p(t) : \text{even function} \Rightarrow p(-t) = p(t) \Rightarrow b_n = 0 \stackrel{(1)}{\Rightarrow} p(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{Cos}(n\bar{\omega}t) \quad (3)$$

$$\text{if } p(t) : \text{odd function} \Rightarrow p(-t) = -p(t) \Rightarrow a_n = 0 \stackrel{(1)}{\Rightarrow} p(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \text{Sin}(n\bar{\omega}t) \quad (4)$$

SDOF: Frequency Domain Analysis

I. تحلیل دینامیکی در حوزه فرکانسی- تبدیل فوریه

مثال 1- رابطه نیروی خارجی نشان داده شده در شکل زیر را با استفاده از تبدیل فوریه به صورت سری‌های فوریه بنویسید.



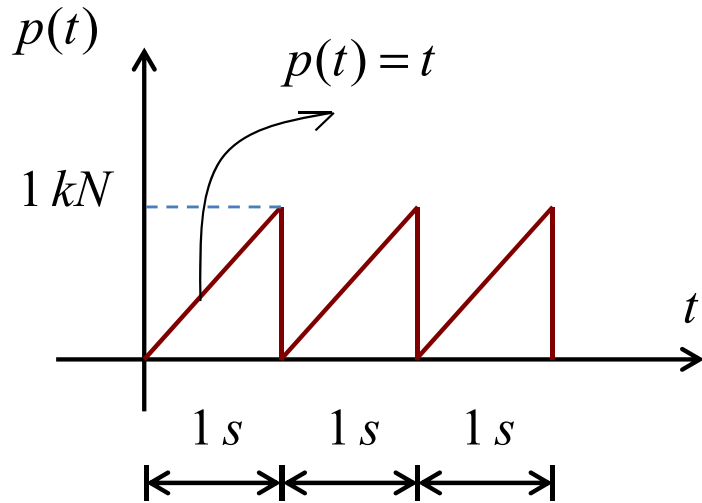
$$\bar{T} = 1 \text{ (sec)}$$

$$p_0 = 1 \text{ (kN)}$$

SDOF: Frequency Domain Analysis

I. تحلیل دینامیکی در حوزه فرکانسی- تبدیل فوریه

پاسخ مثال 1-



$$a_0 = \frac{1}{2}$$

$$a_n = 0$$

$$b_n = -\frac{1}{n\pi}$$

با استفاده از انتگرال جزء به جزء

$$\int u dv = uv - \int v du$$

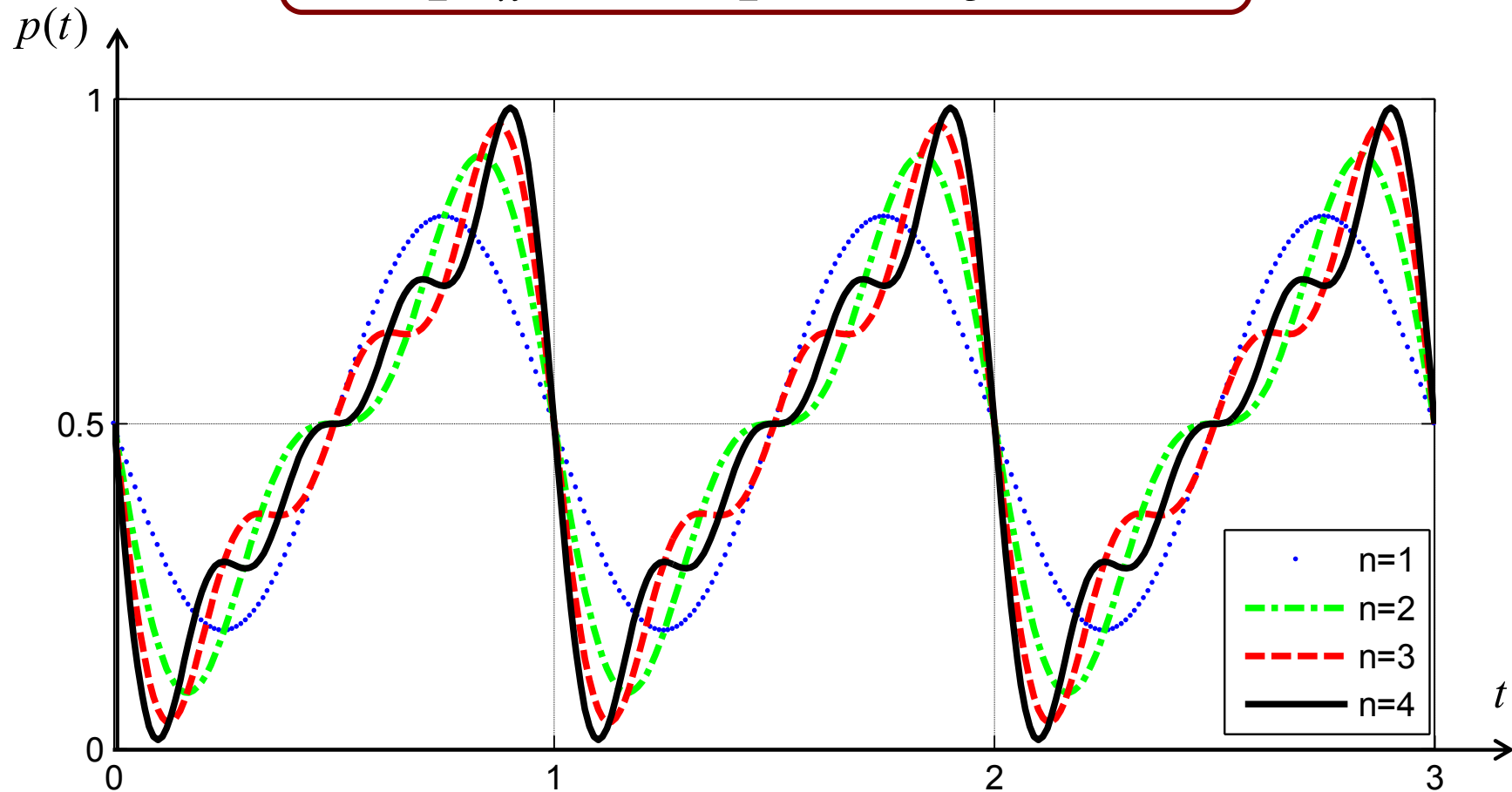
$$u = t, dv = \text{Sin}(2n\pi t) dt$$

SDOF: Frequency Domain Analysis

I. تحلیل دینامیکی در حوزه فرکانسی - تبدیل فوریه

(4) $\Rightarrow p(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \text{Sin}(n\bar{\omega}t) \Rightarrow p(t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \text{Sin}(2n\pi t)$ پاسخ مثال 1-

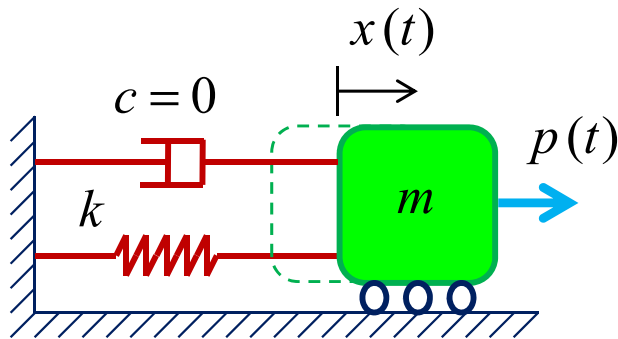
$$\Rightarrow P(t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} (\text{Sin } 2\pi t + \frac{1}{2} \text{Sin } 4\pi t + \frac{1}{3} \text{Sin } 6\pi t + \dots)$$



نمودار نیروی خارجی بر حسب سری فوریه برای n های متفاوت

SDOF: Frequency Domain Analysis

II. پاسخ سیستم SDOF بدون میرایی در اثر بار تناوبی



معادله حرکت سیستم SDOF بدون میرایی در اثر بار تناوبی $p(t)$ به صورت زیر نوشته می شود:

$$m \ddot{x}(t) + k x(t) = p(t) \quad (5)$$

با توجه به رابطه بار تناوبی $p(t)$ ، پاسخ دائمی به صورت زیر به دست می آید:

$$\text{if } p(t) = p_0 \sin(\bar{\omega}t) \Rightarrow x_s(t) = \frac{p_0}{k} \frac{1}{1 - \beta^2} \sin(\bar{\omega}t)$$

$$\text{if } p(t) = p_0 \cos(\bar{\omega}t) \Rightarrow x_s(t) = \frac{p_0}{k} \frac{1}{1 - \beta^2} \cos(\bar{\omega}t) \quad (6)$$

$$\text{if } p(t) = p_0 \Rightarrow x_s(t) = \frac{p_0}{k}$$

که در آن

$$\beta = \frac{\bar{\omega}}{\omega}$$

SDOF: Frequency Domain Analysis

II. پاسخ سیستم SDOF بدون میرایی در اثر بار تناوبی

$$(6) \Rightarrow x_S(t) = \frac{a_0}{k} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{k} \frac{1}{1-\beta_n^2} \cos(n\bar{\omega}t) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{k} \frac{1}{1-\beta_n^2} \sin(n\bar{\omega}t)$$

$$\Rightarrow x_S(t) = \frac{1}{k} \left[a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n \cos(n\bar{\omega}t) + b_n \sin(n\bar{\omega}t)}{(1-\beta_n^2)} \right) \right] \quad (7)$$

پاسخ دائمی سیستم SDOF بدون میرایی در اثر بار تناوبی $p(t)$

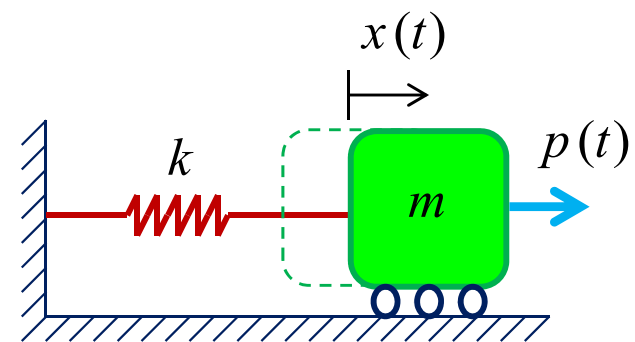
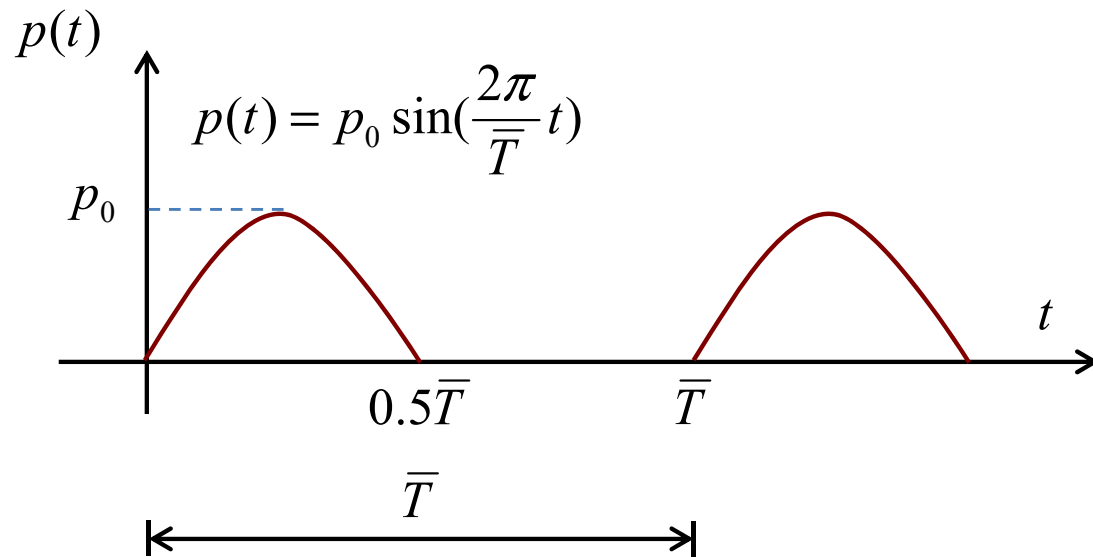
که در آن

$$\beta_n = \frac{n\bar{\omega}}{\omega} \quad (8)$$

SDOF: Frequency Domain Analysis

II. پاسخ سیستم SDOF بدون میرایی در اثر بار تناوبی

مثال 2- با استفاده از تبدیل فوریه پاسخ دائم سیستم SDOF نشان داده شده در شکل زیر را به دست آورید.

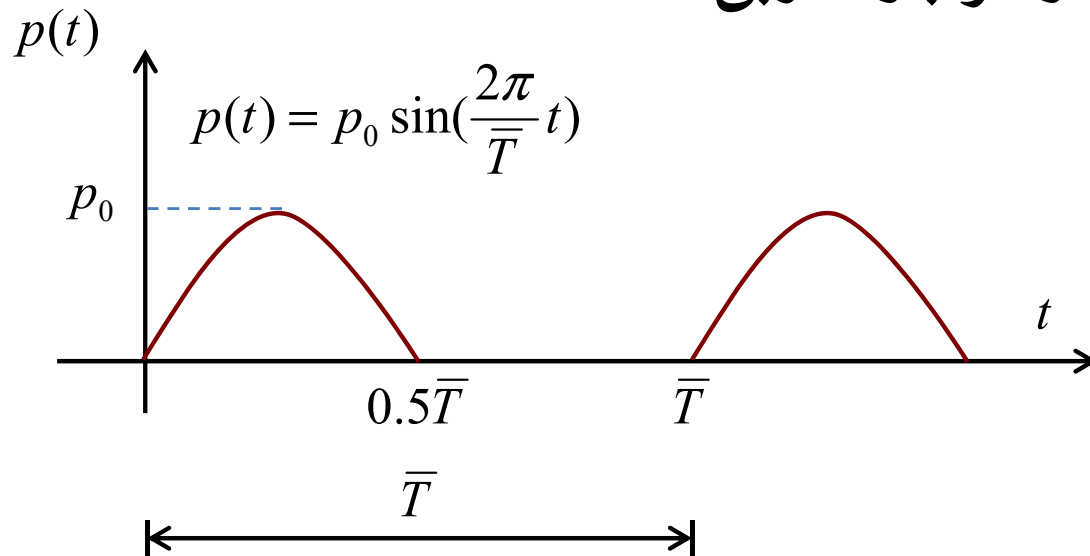


$$\frac{\bar{T}}{T} = \frac{4}{3}$$

SDOF: Frequency Domain Analysis

II. پاسخ سیستم SDOF بدون میرایی در اثر بار تناوبی

پاسخ مثال 2-



$$a_0 = \frac{p_0}{\pi}$$

$$\begin{cases} a_n = 0 & n = \text{odd} \\ a_n = \frac{p_0}{\pi} \frac{2}{1-n^2} & n = \text{even} \end{cases}$$

$$\begin{cases} b_n = \frac{p_0}{2} & n = 1 \\ b_n = 0 & n > 1 \end{cases}$$

SDOF: Frequency Domain Analysis

II. پاسخ سیستم SDOF بدون میرایی در اثر بار تناوبی

(1) $\Rightarrow p(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\bar{\omega}t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(n\bar{\omega}t)$ پاسخ مثال 2-

$$\Rightarrow p(t) = \frac{p_0}{\pi} \left[1 + \frac{\pi}{2} \sin(\bar{\omega}t) - \frac{2}{3} \cos(2\bar{\omega}t) - \frac{2}{15} \cos(4\bar{\omega}t) - \dots \right]$$

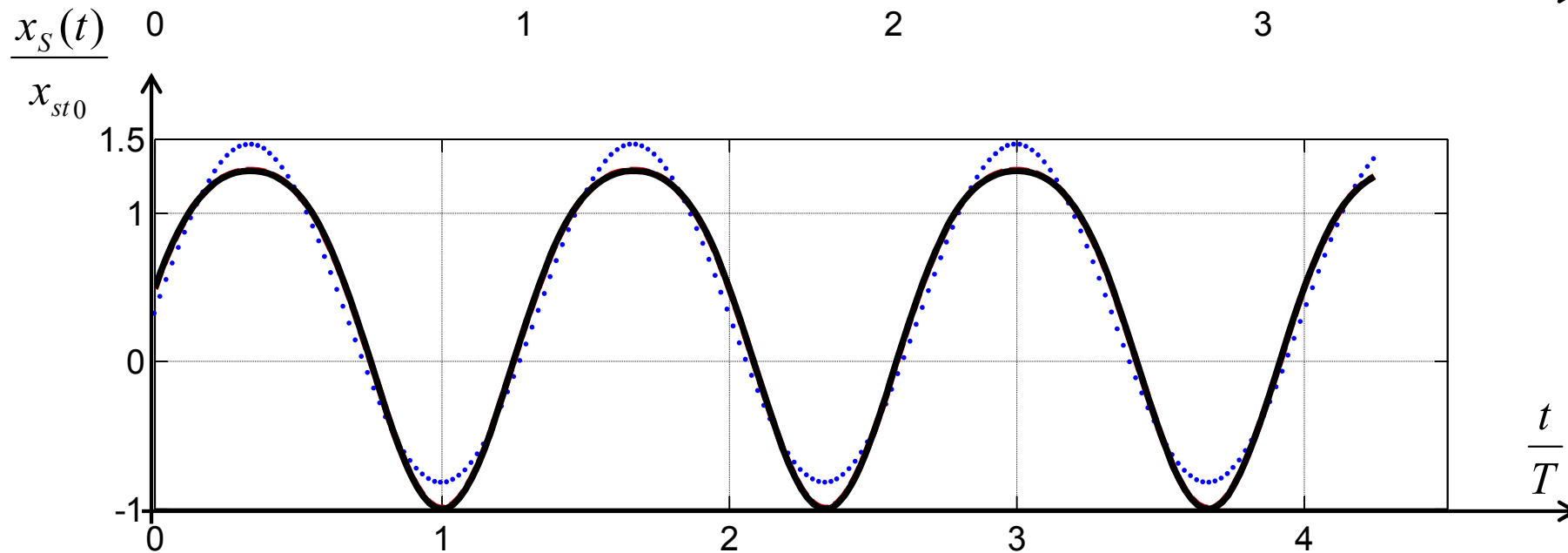
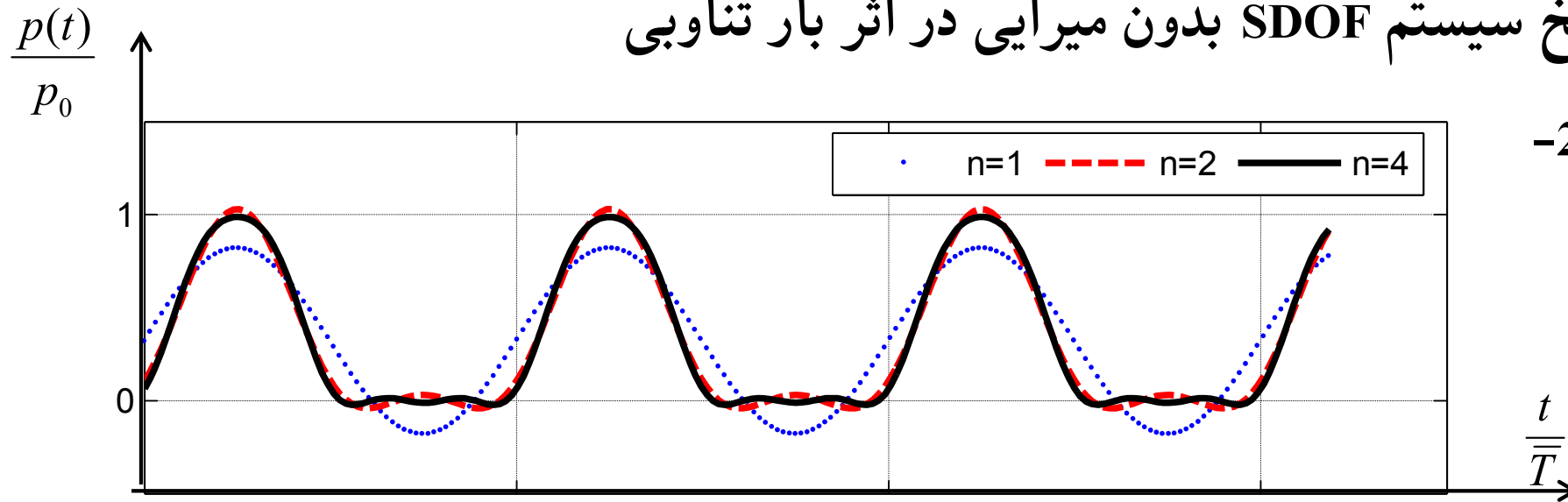
$$(7) \Rightarrow x_s(t) = \frac{a_0}{k} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{k} \frac{1}{1 - \beta_n^2} \cos(n\bar{\omega}t) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{k} \frac{1}{1 - \beta_n^2} \sin(n\bar{\omega}t)$$

$$\Rightarrow x_s(t) = \frac{p_0}{k\pi} \left[1 + \frac{8\pi}{7} \sin(\bar{\omega}t) + \frac{8}{15} \cos(2\bar{\omega}t) + \frac{1}{60} \cos(4\bar{\omega}t) + \dots \right]$$

SDOF: Frequency Domain Analysis

II. پاسخ سیستم SDOF بدون میرایی در اثر بار تناوبی

پاسخ مثال 2-

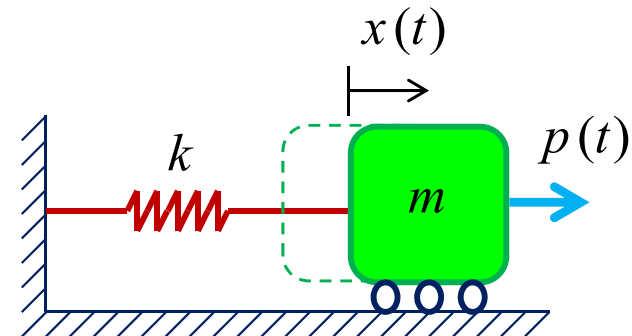
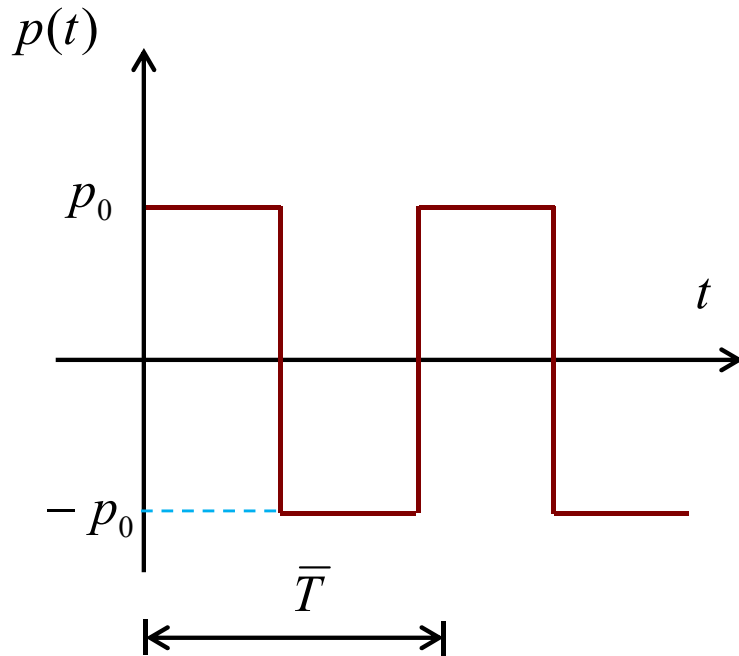


نمودار نیروی خارجی و پاسخ دائم بر حسب سری فوریه برای n های متفاوت و $m = 1$, $\bar{\omega} = 2$, $p_0 = 10$

SDOF: Frequency Domain Analysis

II. پاسخ سیستم SDOF بدون میرایی در اثر بار تناوبی

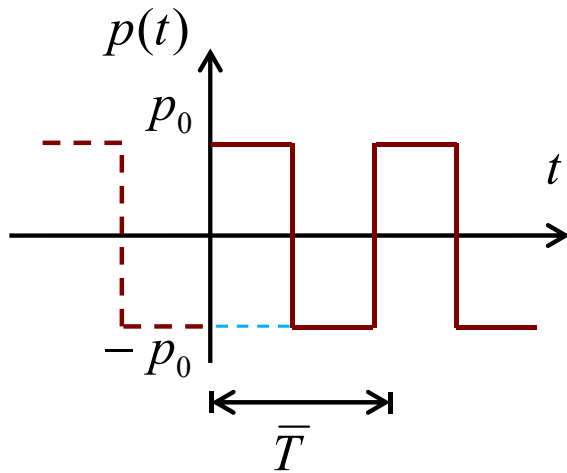
مثال 3- با استفاده از تبدیل فوریه پاسخ دائم سیستم SDOF نشان داده شده در شکل زیر را به دست آورید. همچنین طیف نیرو و جواب با فرض $\beta = \frac{1}{6}$ رسم نمایید.



SDOF: Frequency Domain Analysis

II. پاسخ سیستم SDOF بدون میرایی در اثر بار تناوبی

پاسخ مثال 3-

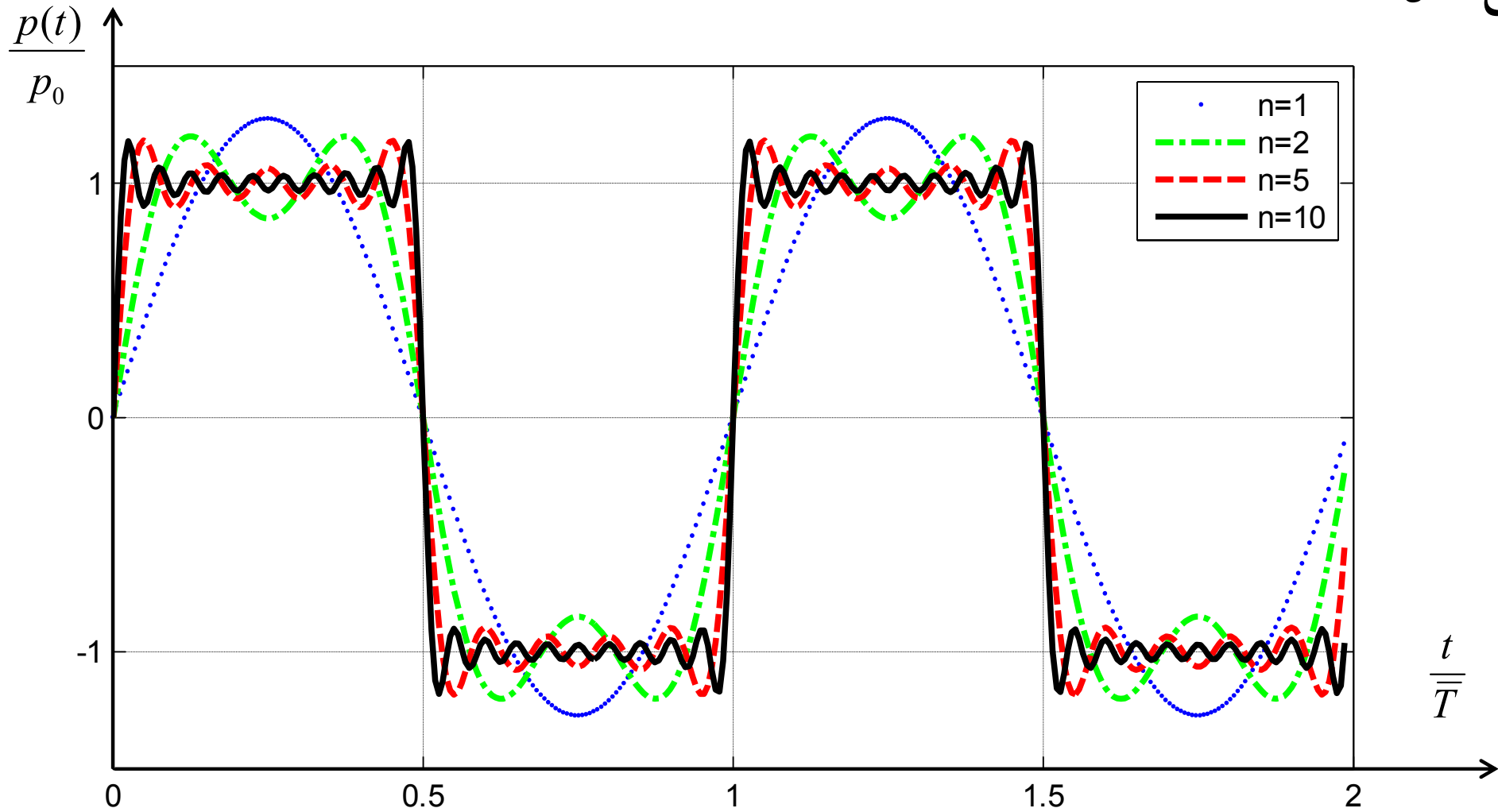


$$b_n = \frac{4p_0}{n\pi} \quad (n = 1, 3, 5, \dots, 2i-1)$$

SDOF: Frequency Domain Analysis

II. پاسخ سیستم SDOF بدون میرایی در اثر بار تناوبی

پاسخ مثال 3-



نمودار نیروی خارجی بر حسب سری فوریه برای n های متفاوت

SDOF: Frequency Domain Analysis

II. پاسخ سیستم SDOF بدون میرایی در اثر بار تناوبی

پاسخ مثال 3-

$$\Rightarrow p(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4p_0}{(2n-1)\pi} \text{Sin}([2n-1]\bar{\omega}t) \Rightarrow p_n = \frac{4p_0}{(2n-1)\pi}$$

با توجه به رابطه نیرو

p_n : مقدار نیروی ماکزیمم برای هریک از جمله‌های $p_n \text{Sin}([2n-1]\bar{\omega}t)$ به ازای فرکانس نیروی خارجی $\bar{\omega} = [2n-1]\bar{\omega}$

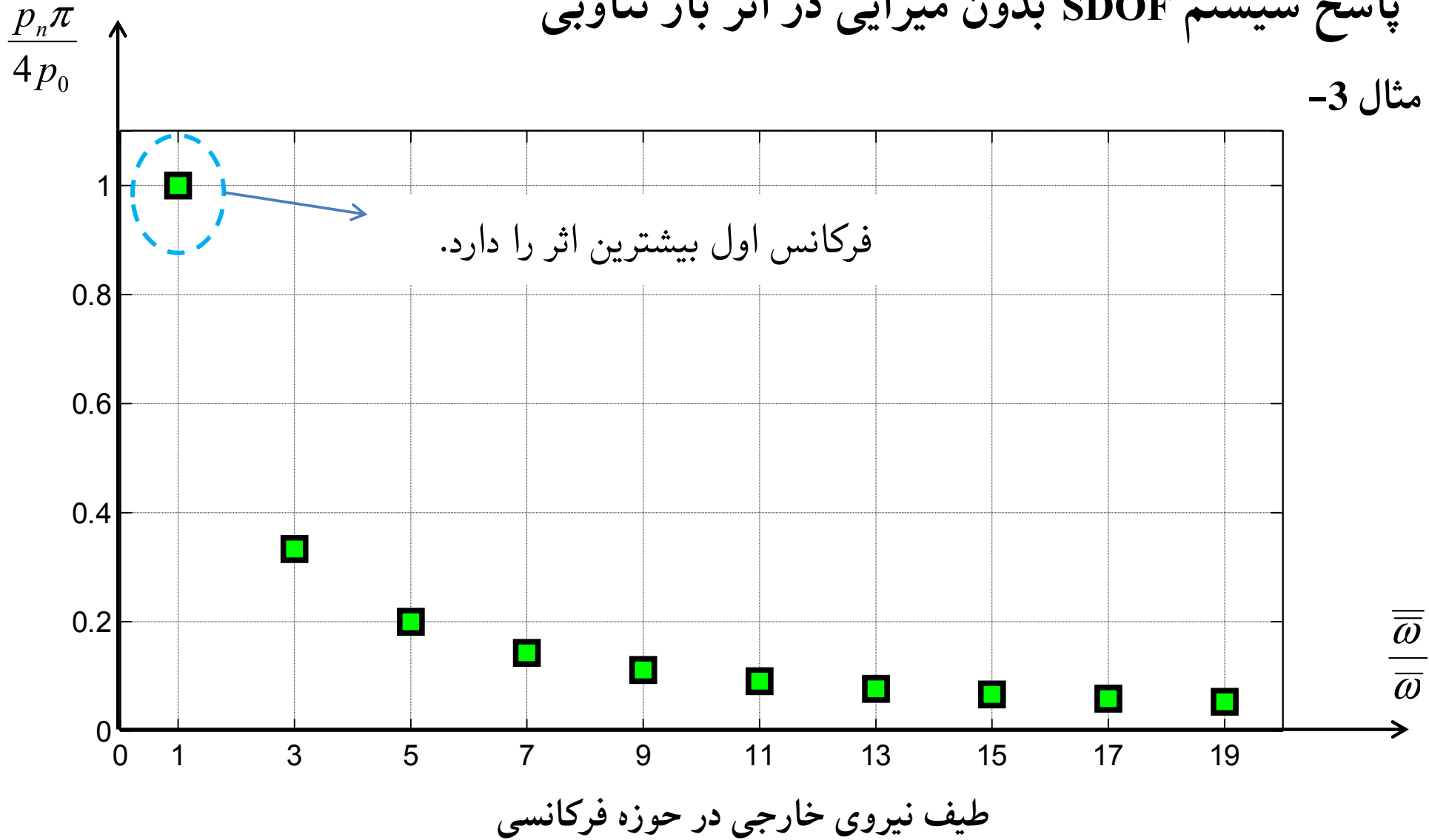
$$p_n = \frac{4p_0}{(2n-1)\pi} \Rightarrow \frac{p_n \pi}{4p_0} = \frac{1}{(2n-1)}$$

طیف نیروی خارجی منحنی است که به ازای مقادیر مختلف $\bar{\omega}$ (در صورتی که سایر $\bar{\omega}$ ها را در نظر نگیریم) حداکثر نیروی خارجی را به ما می‌دهد. به طور مثال نیروی ماکزیمم به ازای $\bar{\omega}_3$ بدون در نظر گرفتن نیرو در فرکانس‌های $\bar{\omega}_1, \bar{\omega}_2, \bar{\omega}_4, \dots$

SDOF: Frequency Domain Analysis

II. پاسخ سیستم SDOF بدون میرایی در اثر بار تناوبی

پاسخ مثال 3-



این نمودار نشان می‌دهد که اولین فرکانس بیشترین مقدار نیرو را نسبت به سایر فرکانس‌های $p(t)$ دارد.

SDOF: Frequency Domain Analysis

.II پاسخ سیستم SDOF بدون میرایی در اثر بار تناوبی

پاسخ مثال 3-

$$a_0 = a_n = 0$$

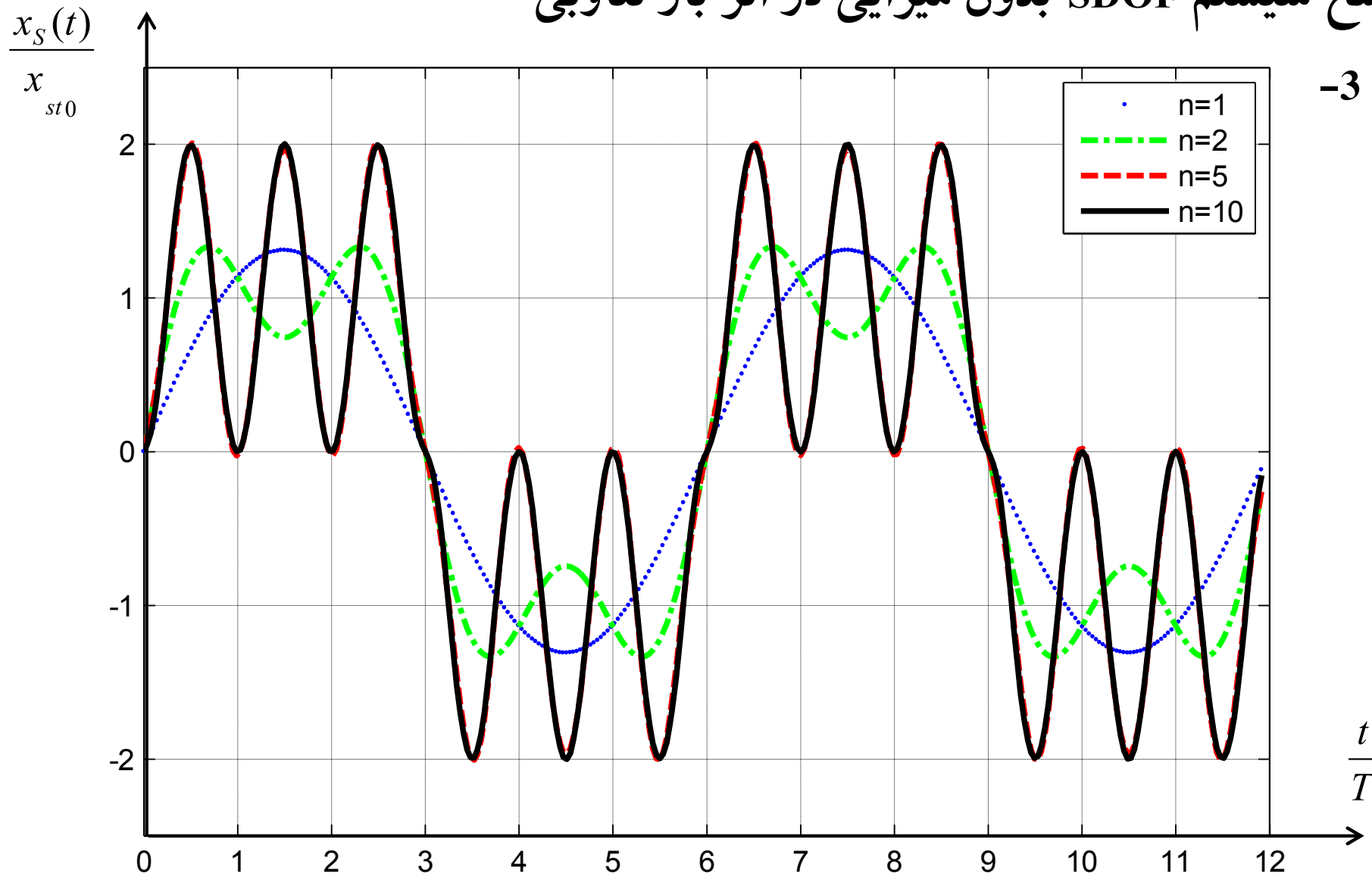
$$b_n = \frac{4p_0}{n\pi} \quad (n = 1, 3, 5, \dots, 2i-1)$$

$$\Rightarrow x_S(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4p_0 \text{Sin}([2n-1]\bar{\omega}t)}{k\pi(2n-1) \left[1 - \left(\frac{(2n-1)\bar{\omega}}{\omega} \right)^2 \right]} \right)$$

SDOF: Frequency Domain Analysis

II. پاسخ سیستم SDOF بدون میرایی در اثر بار تناوبی

پاسخ مثال 3-



نمودار پاسخ دائم بر حسب سری فوریه برای n های متفاوت و $\beta = \frac{1}{6}$, $p_0 = 10$

SDOF: Frequency Domain Analysis

II. پاسخ سیستم SDOF بدون میرایی در اثر بار تناوبی

پاسخ مثال 3-

با توجه به رابطه پاسخ دائمی

$$\Rightarrow x_S(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4p_0 \text{Sin}([2n-1]\bar{\omega}t)}{k\pi(2n-1) \left[1 - \left(\frac{(2n-1)\bar{\omega}}{\omega} \right)^2 \right]} \right) \Rightarrow x_n = \frac{4p_0}{k\pi(2n-1) \left[1 - \left(\frac{(2n-1)\bar{\omega}}{\omega} \right)^2 \right]}$$

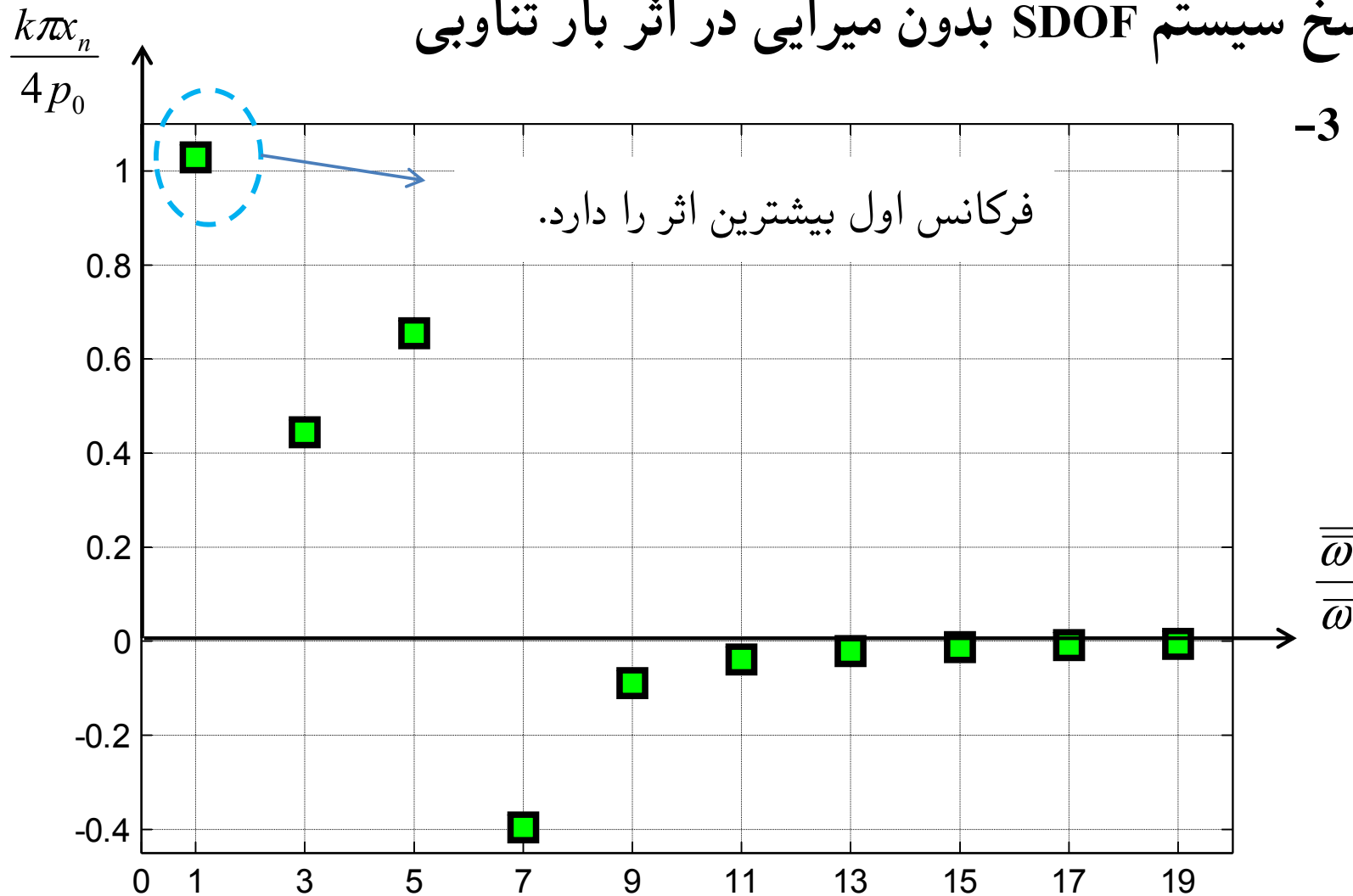
x_n : مقدار پاسخ ماکزیمم برای هریک از جمله‌های $x_n \text{Sin}([2n-1]\bar{\omega}t)$ به ازای فرکانس نیروی خارجی $\bar{\omega} = [2n-1]\bar{\omega}$

$$x_n = \frac{4p_0}{k\pi(2n-1) \left[1 - \left(\frac{(2n-1)\bar{\omega}}{\omega} \right)^2 \right]} \Rightarrow \frac{k\pi x_n}{4p_0} = \frac{1}{(2n-1) \left[1 - \left(\frac{(2n-1)\bar{\omega}}{\omega} \right)^2 \right]}$$

SDOF: Frequency Domain Analysis

II. پاسخ سیستم SDOF بدون میرایی در اثر بار تناوبی

پاسخ مثال 3-



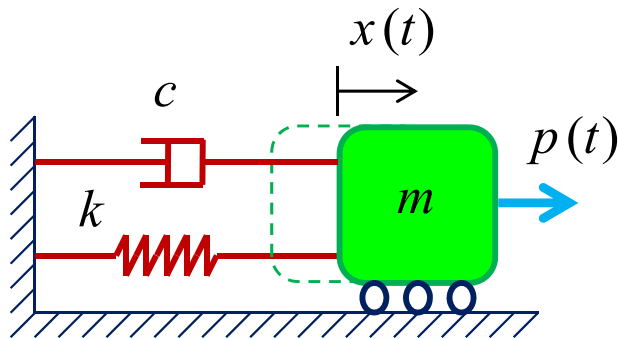
طیف پاسخ دائمی در حوزه فرکانسی در حالت $\beta = \frac{1}{6}$

این نمودار نشان می‌دهد که اولین فرکانس بیشترین مقدار جابجایی را نسبت به سایر فرکانس‌ها دارد.

SDOF: Frequency Domain Analysis

III. پاسخ سیستم SDOF با میرایی در اثر بار تناوبی

معادله حرکت سیستم SDOF با میرایی در اثر بار تناوبی $p(t)$ به صورت زیر نوشته می‌شود:



$$m \ddot{x}(t) + c \dot{x}(t) + k x(t) = p(t) \quad (9)$$

با توجه به رابطه بار تناوبی $p(t)$ ، پاسخ دائمی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \text{if } p(t) &= p_0 \sin(\bar{\omega} t) \Rightarrow x_s(t) = \frac{p_0}{k} \frac{(1 - \beta^2) \sin(\bar{\omega} t) - 2\xi\beta \cos(\bar{\omega} t)}{(2\xi\beta)^2 + (1 - \beta^2)^2} \\ \text{if } p(t) &= p_0 \cos(\bar{\omega} t) \Rightarrow x_s(t) = \frac{p_0}{k} \frac{2\xi\beta \sin(\bar{\omega} t) + (1 - \beta^2) \cos(\bar{\omega} t)}{(2\xi\beta)^2 + (1 - \beta^2)^2} \\ \text{if } p(t) &= p_0 \Rightarrow x_s(t) = \frac{p_0}{k} \end{aligned} \quad (10)$$

SDOF: Frequency Domain Analysis

III. پاسخ سیستم SDOF با میرایی در اثر بار تناوبی

(10) \Rightarrow

$$x_S(t) = \frac{a_0}{k} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{k} \frac{2\xi\beta_n \sin(n\bar{\omega}t) + (1-\beta_n^2) \cos(n\bar{\omega}t)}{(2\xi\beta_n)^2 + (1-\beta_n^2)^2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{k} \frac{(1-\beta_n^2) \sin(n\bar{\omega}t) - 2\xi\beta_n \cos(n\bar{\omega}t)}{(2\xi\beta_n)^2 + (1-\beta_n^2)^2}$$

$$\Rightarrow x_S(t) = \frac{1}{k} \left[a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[a_n(2\xi\beta_n) + b_n(1-\beta_n^2)] \sin(n\bar{\omega}t) + [a_n(1-\beta_n^2) - b_n(2\xi\beta_n)] \cos(n\bar{\omega}t)}{(2\xi\beta_n)^2 + (1-\beta_n^2)^2} \right] \quad (11)$$

پاسخ دائمی سیستم SDOF با میرایی در اثر بار تناوبی $p(t)$

SDOF: Frequency Domain Analysis

IV. تبدیل بار تناوبی با استفاده از صورت نمایی سری فوریه

بار تناوبی $p(t)$ با استفاده از رابطه (1) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$p(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\bar{\omega}t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(n\bar{\omega}t) \quad \text{تکرار رابطه (1)}$$

$$\begin{aligned} \cos(n\bar{\omega}t) &= \frac{1}{2}(e^{in\bar{\omega}t} + e^{-in\bar{\omega}t}) \\ \sin(n\bar{\omega}t) &= -\frac{i}{2}(e^{in\bar{\omega}t} - e^{-in\bar{\omega}t}) \end{aligned} \quad (12)$$

براساس روابط مثلثاتی داریم:

$$(12) \Rightarrow p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{in\bar{\omega}t} \quad (13)$$

که در آن

$$C_n = \frac{1}{T} \int_{\bar{T}} p(t) e^{-in\bar{\omega}t} dt \Rightarrow C_n = \frac{1}{2}(a_n - ib_n) \quad (14)$$

$$(-\infty, 0) \cup \{0\} \cup (0, \infty)$$

$$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{a_0}$$

C_n : تبدیل فوریه می‌نامیم

SDOF: Frequency Domain Analysis

IV. پاسخ سیستم SDOF با میرایی در اثر بار تناوبی (صورت نمایی سری فوریه)

پاسخ سیستم SDOF با میرایی به صورت زیر به دست می‌آید:

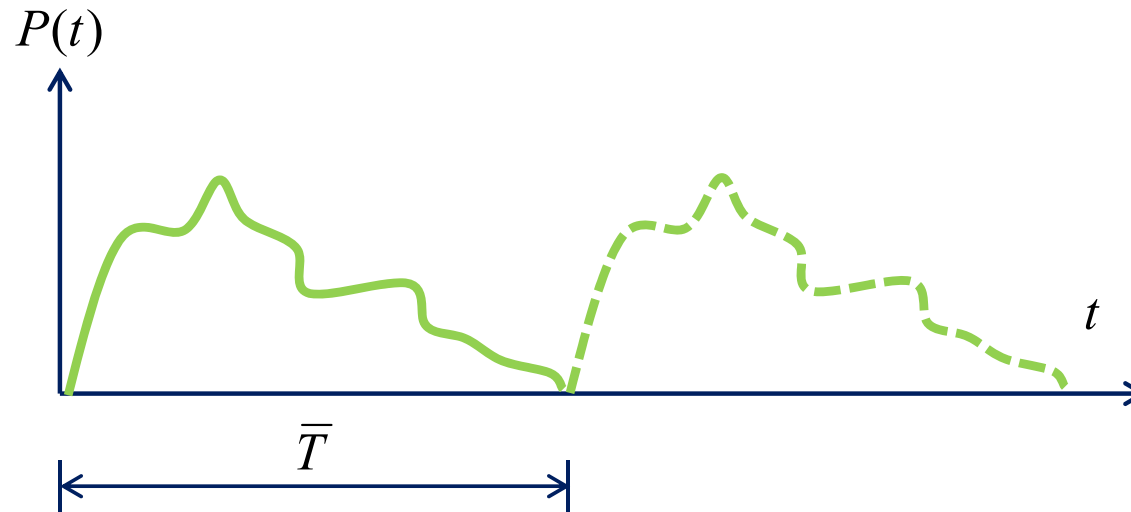
$$x = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n H(n\bar{\omega}) e^{in\bar{\omega}t} \quad (15)$$

که در آن

$$H(n\bar{\omega}) = \frac{1}{k(-n^2 \beta_n^2 + 2i\pi\beta_n\xi + 1)} \quad (16)$$

SDOF: Frequency Domain Analysis

V. پاسخ سیستم SDOF با میرایی در اثر بار غیر مشخص با استفاده از انتگرال فوریه



برای استفاده از سری فوریه برای چنین نیرویی، ابتدا باید یک دوره تناوب برای این بار در نظر بگیریم (یعنی تناوبی بودن نیرو را که از شرایط سری فوریه است برقرار سازیم). حال برای محاسبه دقیق جواب باید این دوره تناوب را به سمت بی نهایت میل دهیم تا شرایط واقعی مساله (غیرتناوبی بودن نیرو) به هم نخورد. جواب این مساله، انتگرال فوریه خواهد بود. در ضمن تابعی پیوسته‌ای از ω خواهیم داشت.

SDOF: Frequency Domain Analysis

V. پاسخ سیستم SDOF با میرایی در اثر بار غیر مشخص با استفاده از انتگرال فوریه

رابطه نیروی غیرمشخص به صورت زیر است:

$$p(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} C(\bar{\omega}) e^{-i\bar{\omega}t} d\bar{\omega} \quad (17)$$

که در آن تبدیل فوریه $C(\bar{\omega})$ برابر است با

$$C(\bar{\omega}) = \int_{-\infty}^{\infty} p(t) e^{-i\bar{\omega}t} dt \quad (18)$$

پاسخ سیستم SDOF با میرایی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$x = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} C(\bar{\omega}) H(\bar{\omega}) e^{i\bar{\omega}t} d\bar{\omega} \quad (19)$$

که در آن

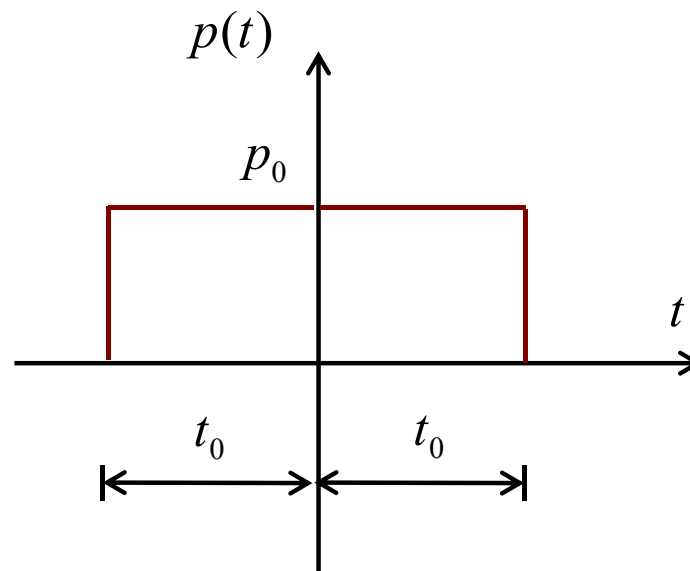
$$H(\bar{\omega}) = \frac{1}{k(-\beta^2 + 2i\beta\xi + 1)} \quad (20)$$

SDOF: Frequency Domain Analysis

V. پاسخ سیستم SDOF با میرایی در اثر بار غیر مشخص با استفاده از انتگرال فوریه

مثال 4- تبدیل فوریه نیروی پله‌ای مقابل را به دست

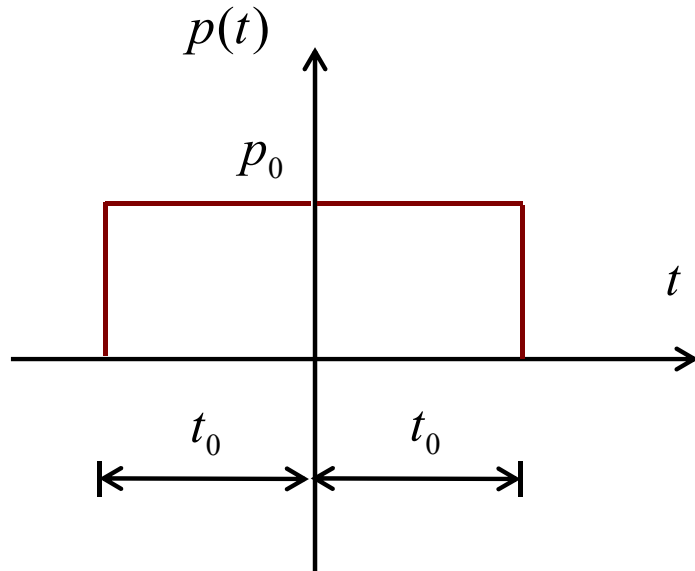
آورده و بر حسب $\bar{\omega}$ آن را رسم نمایید.



SDOF: Frequency Domain Analysis

V. پاسخ سیستم SDOF با میرایی در اثر بار غیر مشخص با استفاده از انتگرال فوریه

پاسخ مثال 4-

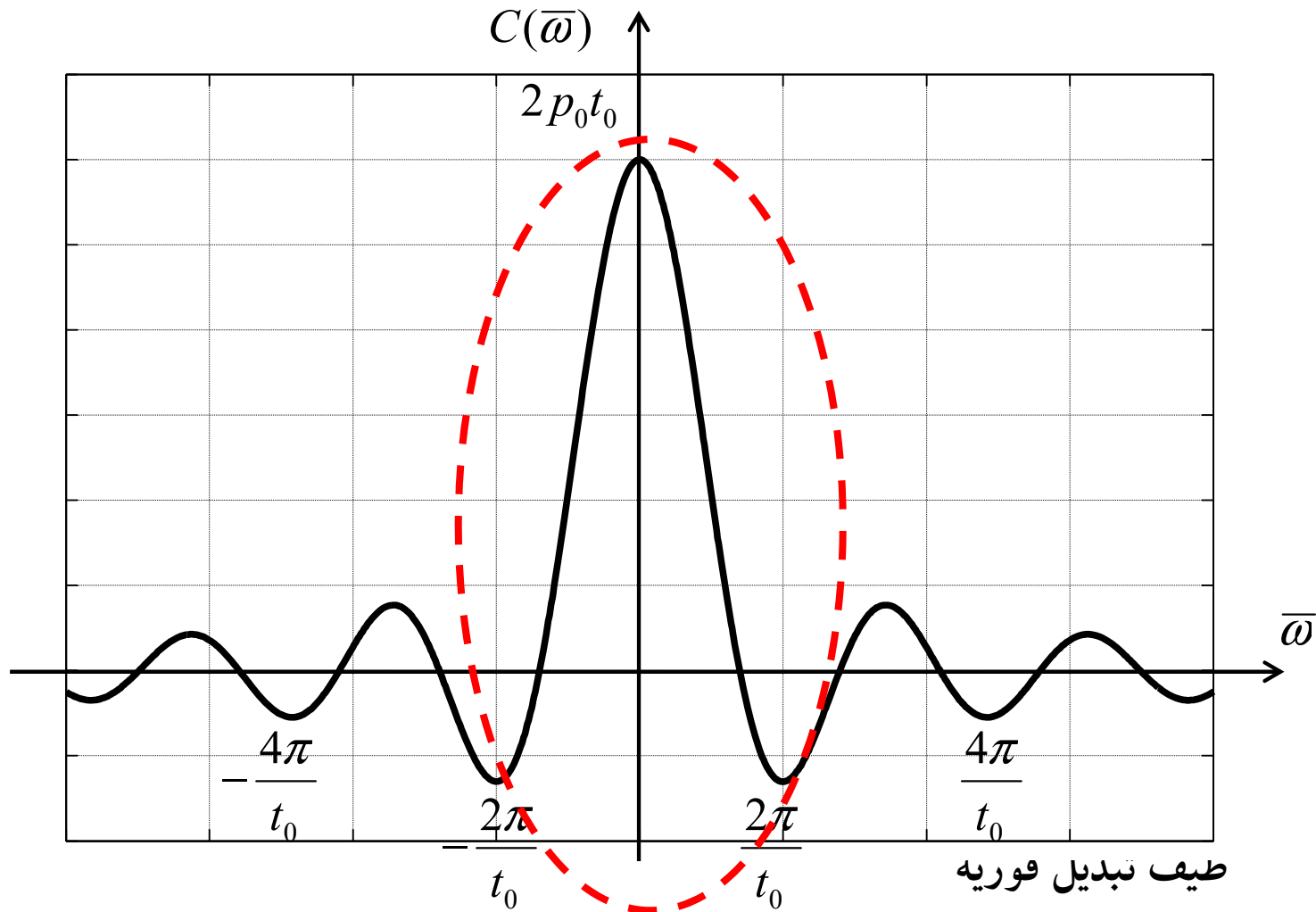


$$\Rightarrow C(\bar{\omega}) = 2p_0t_0 \frac{\sin(\bar{\omega}t_0)}{\bar{\omega}t_0}$$

$$p(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{p_0}{-i\bar{\omega}} (e^{-i\bar{\omega}t_0} - e^{i\bar{\omega}t_0}) e^{-i\bar{\omega}t} d\bar{\omega} = \dots$$

SDOF: Frequency Domain Analysis

V. پاسخ سیستم SDOF با میرایی در اثر بار غیر مشخص با استفاده از انتگرال فوریه



پاسخ مثال 4-

نمودار $C(\bar{\omega})$ نشان می‌دهد که قسمت اعظم $p(t)$ (که در انتگرال فوریه موثر است)، قسمت مرکزی $C(\bar{\omega})$ است