



دانشگاه کردستان
University of Kurdistan
زانکۆی کوردستان

تحلیل سازه‌ها

تغییر شکل در تیرهای معین - تمرین

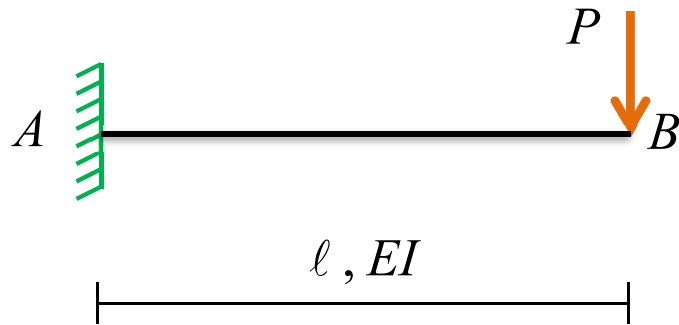
تهیه کننده: کاوه کرمی
دانشیار مهندسی سازه

<https://prof.uok.ac.ir/Ka.Karami>

تغییر شکل در تیرهای معین

انتگرال گیری مستقیم

تمرین 1- با استفاده از روش انتگرال گیری مستقیم در تیر نشان داده شده مطلوب است تعیین:



الف- معادله خیز در طول تیر. $y_{(x)} = ?$

ب- معادله شیب در طول تیر. $\theta_{(x)} = ?$

ج- مقدار خیز در گره B . $y_B = ?$

د- مقدار شیب در گره B . $\theta_B = ?$

پاسخ تمرین 1-

$$l \geq x \geq 0 @ \Rightarrow \begin{cases} \theta_{(x)} = -\frac{px^2}{2EI} + \frac{pl^2}{2EI} \\ y_{(x)} = -\frac{px^3}{6EI} + \frac{pl^2x}{2EI} - \frac{pl^3}{3EI} \end{cases}$$

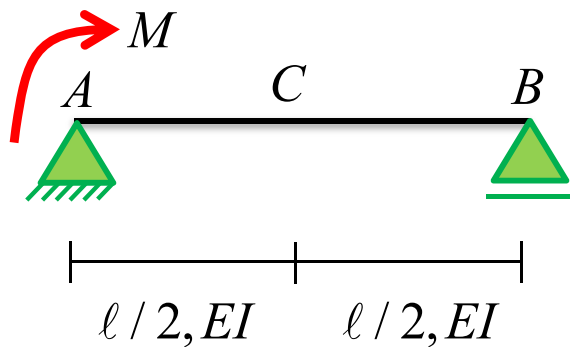
$$y_B = -\frac{pl^3}{3EI}$$

$$\theta_B = \frac{pl^2}{2EI}$$

تغییر شکل در تیرهای معین

انتگرال گیری مستقیم

تمرین 2- با استفاده از روش انتگرال گیری مستقیم در تیر نشان داده شده مطلوب است تعیین:



الف- معادله خیز در طول تیر. $y_{(x)} = ?$

ب- معادله شیب در طول تیر. $\theta_{(x)} = ?$

پ- مقدار خیز در گره C . $y_C = ?$

ج- مقدار شیب در گره A . $\theta_A = ?$

چ- مقدار شیب در گره B . $\theta_B = ?$

$$l \geq x \geq 0 @ \Rightarrow \begin{cases} \theta_{(x)} = \frac{Mx^2}{2EI\ell} - \frac{M\ell}{6EI} \\ y_{(x)} = \frac{Mx^3}{6EI\ell} - \frac{M\ell x}{6EI} \end{cases}$$

پاسخ تمرین 2-

$$\theta_B = -\frac{M\ell}{6EI}$$

$$\theta_A = \frac{M\ell}{3EI}$$

$$y_C = -\frac{M\ell^2}{16EI}$$

تغییر شکل در تیرهای معین

انتگرال گیری مستقیم

تمرین 3- با استفاده از روش انتگرال گیری مستقیم در تیر نشان داده شده مطلوب است تعیین:

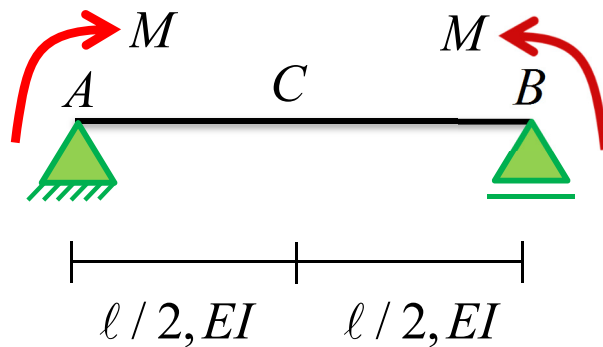
الف- معادله خیز در طول تیر. $y_{(x)} = ?$

ب- معادله شیب در طول تیر. $\theta_{(x)} = ?$

پ- مقدار خیز در گره C. $y_C = ?$

ج- مقدار شیب در گره A. $\theta_A = ?$

چ- مقدار شیب در گره B. $\theta_B = ?$



پاسخ تمرین 3-

$$@0 \leq x \leq l \Rightarrow \begin{cases} \theta_{(x)} = \frac{Mx}{EI} - \frac{Ml}{2EI} \\ y_{(x)} = \frac{Mx^2}{2EI} - \frac{Mlx}{2EI} \end{cases}$$

$$y_C = -\frac{Ml^2}{8EI}$$

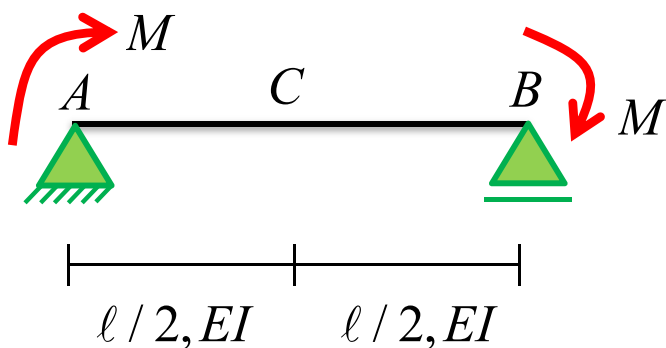
$$\theta_A = -\frac{Ml}{2EI}$$

$$\theta_B = \frac{Ml}{2EI}$$

تغییر شکل در تیرهای معین

انتگرال گیری مستقیم

تمرین 4- با استفاده از روش انتگرال گیری مستقیم در تیر نشان داده شده مطلوب است تعیین:



الف- معادله خیز در طول تیر. $y_{(x)} = ?$

ب- معادله شیب در طول تیر. $\theta_{(x)} = ?$

پ- مقدار خیز در گره C. $y_C = ?$

ج- مقدار شیب در گره A. $\theta_A = ?$

چ- مقدار شیب در گره B. $\theta_B = ?$

پاسخ تمرین 4-

$$@0 \leq x \leq l \Rightarrow \begin{cases} \theta_{(x)} = -\frac{Mx^2}{EI l} + \frac{Mx}{EI} - \frac{M l}{6EI} \\ y_{(x)} = -\frac{Mx^3}{3EI l} + \frac{Mx^2}{2EI} - \frac{M l x}{6EI} \end{cases}$$

$$y_C = 0$$

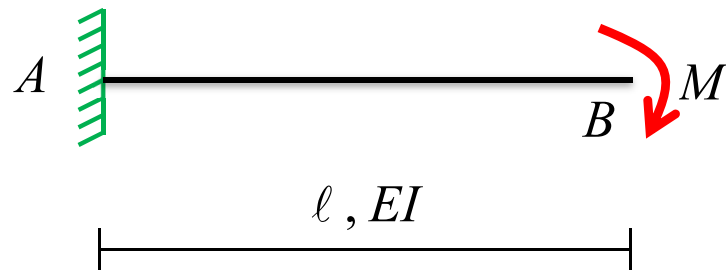
$$\theta_A = -\frac{M l}{6EI}$$

$$\theta_B = -\frac{M l}{6EI}$$

تغییر شکل در تیرهای معین

انتگرال گیری مستقیم

تمرین 5- با استفاده از روش انتگرال گیری مستقیم در تیر نشان داده شده مطلوب است تعیین:



الف- معادله خیز در طول تیر. $y_{(x)} = ?$

ب- معادله شیب در طول تیر. $\theta_{(x)} = ?$

ج- مقدار خیز در گره B. $y_B = ?$

د- مقدار شیب در گره B. $\theta_B = ?$

پاسخ تمرین 5-

$$\ell \geq x \geq 0 @ \Rightarrow \begin{cases} \theta_{(x)} = -\frac{Mx}{EI} + \frac{M\ell}{EI} \\ y_{(x)} = -\frac{Mx^2}{2EI} + \frac{M\ell x}{EI} - \frac{M\ell^2}{2EI} \end{cases}$$

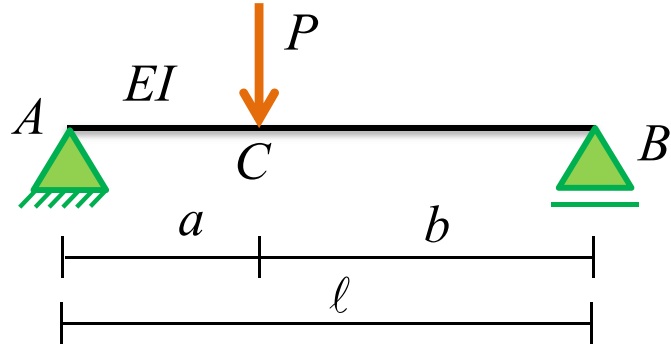
$$y_B = -\frac{M\ell^2}{2EI}$$

$$\theta_B = \frac{M\ell}{EI}$$

تغییر شکل در تیرهای معین

انتگرال گیری مستقیم

تمرین 6- با استفاده از روش انتگرال گیری مستقیم در تیر نشان داده شده مطلوب است:



الف- معادله شیب در طول تیر. $\theta_{(x)} = ?$

ب- معادله خیز در طول تیر. $y_{(x)} = ?$

پ- مقدار شیب در دو انتهای تیر. $\theta_A = ?$ & $\theta_B = ?$

ج- مقدار خیز در گره C. $y_C = ?$

د- مقدار خیز ماکزیمم و محل آن. $y_{\max} = ?$

پاسخ تمرین 6-

$$@0 \leq x \leq a \Rightarrow \begin{cases} \theta_{(x)} = \frac{Pbx^2}{2EI\ell} - \frac{Pba(b+\ell)}{6EI\ell} \\ y_{(x)} = \frac{Pbx^3}{6EI\ell} - \frac{Pba(b+\ell)x}{6EI\ell} \end{cases}$$

$$@0 \leq x \leq b \Rightarrow \begin{cases} \theta_{(x)} = -\frac{Pax^2}{2EI\ell} + \frac{Pbax}{EI\ell} + \frac{Pba(a-b)}{3EI\ell} \\ y_{(x)} = -\frac{Pax^3}{6EI\ell} + \frac{Pbax^2}{2EI\ell} + \frac{Pba(a-b)x}{3EI\ell} - \frac{Pb^2a^2}{3EI\ell} \end{cases}$$

$$\theta_A = -\frac{Pab(\ell+b)}{6EI\ell}$$

$$\theta_B = \frac{Pba(\ell+a)}{6EI\ell}$$

$$y_C = -\frac{Pa^2b^2}{3EI\ell}$$

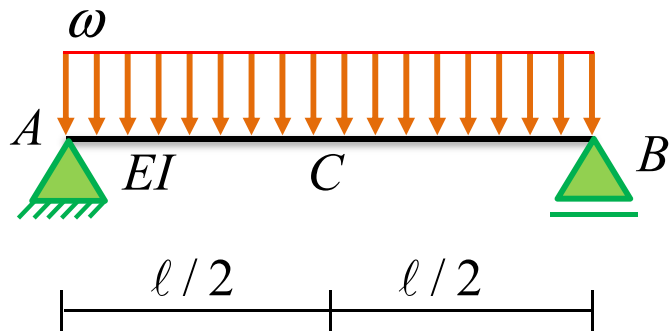
$$x_{y_{\max}} = \sqrt{\frac{a(b+\ell)}{3}}$$

$$y_{\max} = -\frac{Pba(b+\ell)}{9EI\ell} \sqrt{\frac{a(b+\ell)}{3}}$$

تغییر شکل در تیرهای معین

انتگرال گیری مستقیم

تمرین 7- با استفاده از روش انتگرال گیری مستقیم در تیر نشان داده شده مطلوب است:



الف- معادله شیب در طول تیر. $\theta_{(x)} = ?$

ب- معادله خیز در طول تیر. $y_{(x)} = ?$

ج- مقدار شیب در دو انتهای تیر. $\theta_A = ?$ & $\theta_B = ?$

د- مقدار خیز در وسط تیر. $y_C = ?$

پاسخ تمرین 7-

$$@0 \leq x \leq l \Rightarrow \begin{cases} \theta_{(x)} = -\frac{\omega x^3}{6EI} + \frac{\omega l x^2}{4EI} - \frac{\omega l^3}{24EI} \\ y_{(x)} = -\frac{\omega x^4}{24EI} + \frac{\omega l x^3}{12EI} - \frac{\omega l^3 x}{24EI} \end{cases}$$

$$\theta_A = -\frac{\omega l^3}{24EI}$$

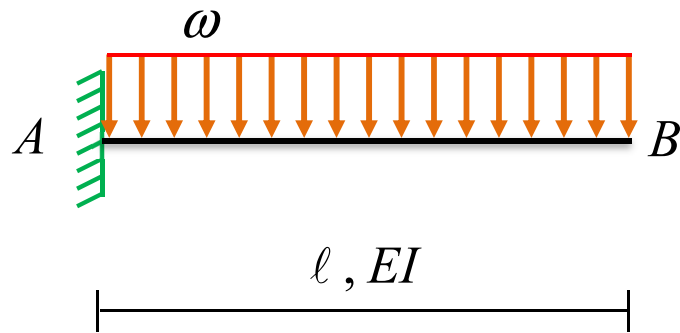
$$\theta_B = \frac{\omega l^3}{24EI}$$

$$y_C = -\frac{5\omega l^4}{384EI}$$

تغییر شکل در تیرهای معین

انتگرال گیری مستقیم

تمرین 8- با استفاده از روش انتگرال گیری مستقیم در تیر نشان داده شده مطلوب است تعیین:



الف- معادله خیز در طول تیر. $y_{(x)} = ?$

ب- معادله شیب در طول تیر. $\theta_{(x)} = ?$

ج- مقدار خیز در گره B. $y_B = ?$

د- مقدار شیب در گره B. $\theta_B = ?$

پاسخ تمرین 8-

$$l \geq x \geq 0 @ \Rightarrow \begin{cases} \theta_{(x)} = -\frac{\omega x^3}{6EI} + \frac{\omega l^3}{6EI} \\ y_{(x)} = -\frac{\omega x^4}{24EI} + \frac{\omega l^3 x}{6EI} - \frac{\omega l^4}{8EI} \end{cases}$$

$$y_B = -\frac{\omega l^4}{8EI}$$

$$\theta_B = \frac{\omega l^3}{6EI}$$

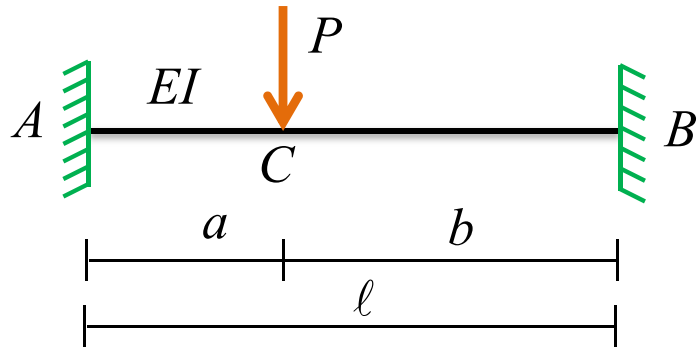
تغییر شکل در تیرهای معین

تمرین 9- در تیر نشان داده شده با استفاده از نتایج تمرین‌های قبلی و

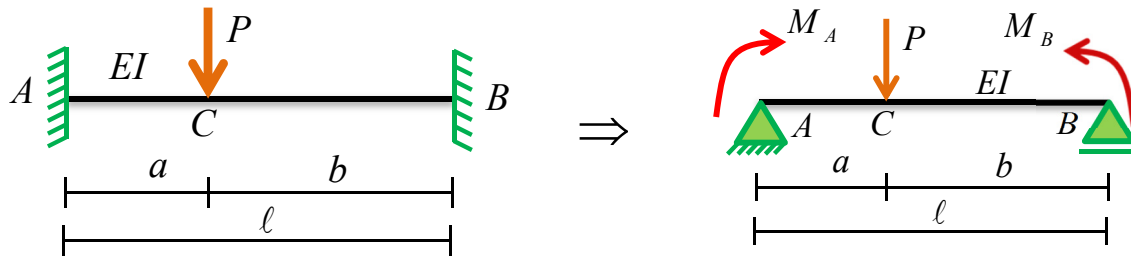
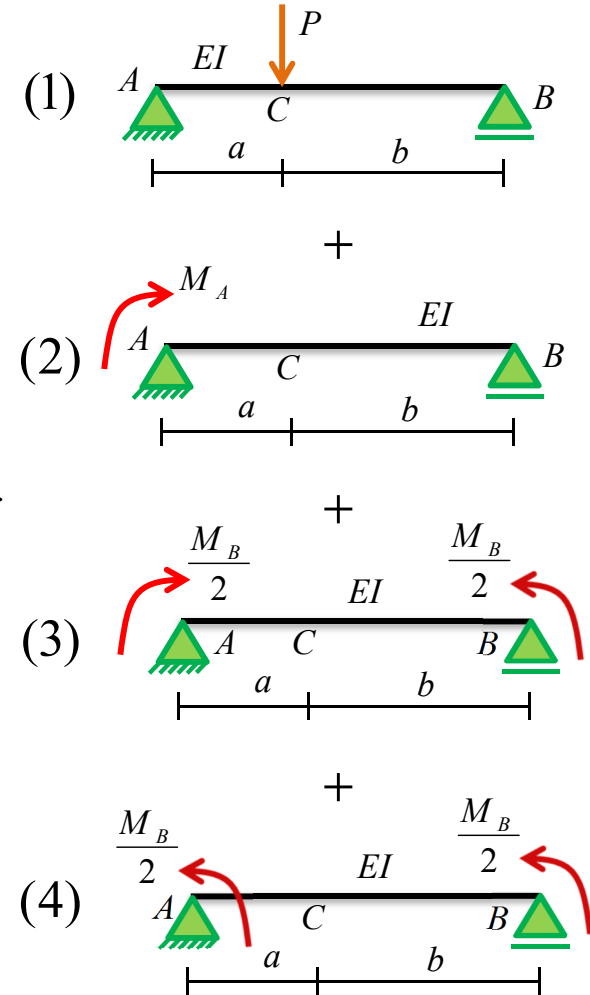
اصل برهم نهی مطلوب است:

الف- مقدار خیز در گره C. $y_C = ?$

د- مقدار لنگر در دو انتهای تیر. $M_A = ? , M_B = ?$



راهنمایی:



پاسخ تمرین 9-

$$y_C = -\frac{Pa^3b^3}{3EI\ell^3}$$

$$M_A = -\frac{Pab^2}{\ell^2}$$

$$M_B = -\frac{Pba^2}{\ell^2}$$

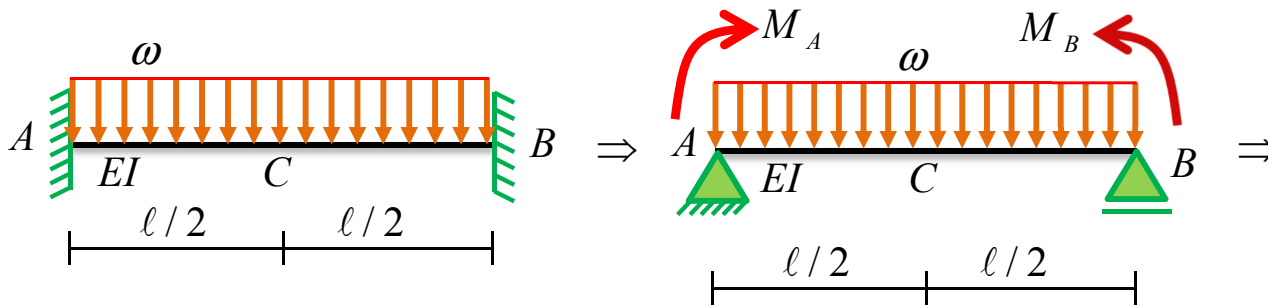
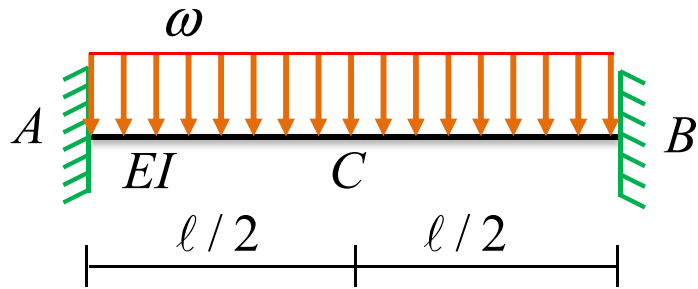
تغییر شکل در تیرهای معین

تمرین 10- در تیر نشان داده شده با استفاده از نتایج تمرین‌های قبلی

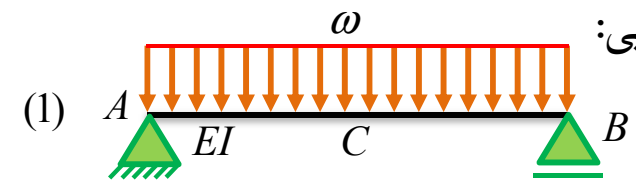
و اصل برهم نهی مطلوب است:

الف- مقدار خیز در گره C. $y_C = ?$

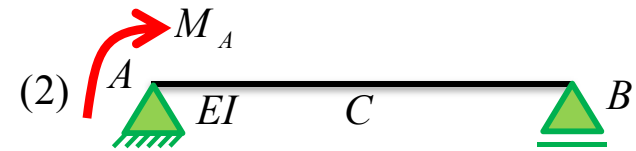
د- مقدار لنگر در دو انتهای تیر. $M_A = ? , M_B = ?$



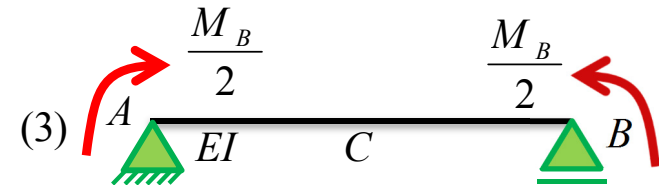
راهنمایی:



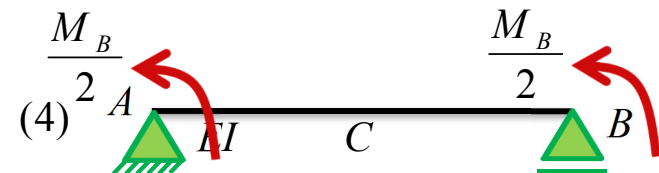
+



+



+



پاسخ تمرین 10-

$$y_C = -\frac{\omega l^4}{384EI}$$

$$M_A = -\frac{\omega l^2}{12}$$

$$M_B = -\frac{\omega l^2}{12}$$

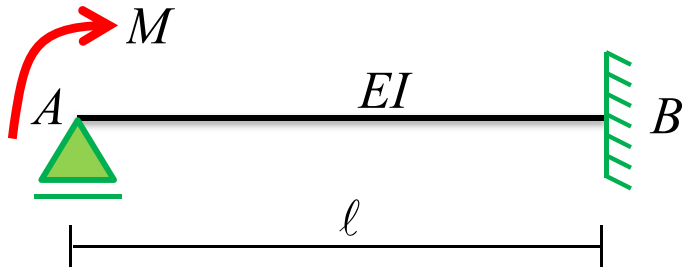
تغییر شکل در تیرهای معین

تمرین 11- در تیر نشان داده شده با استفاده از نتایج تمرین‌های قبلی

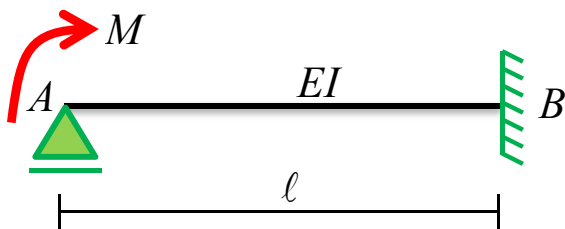
و اصل برهم نهی مطلوب است:

الف- مقدار شیب در گره A. $\theta_A = ?$

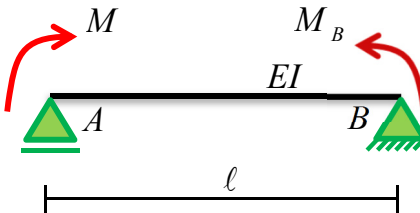
د- مقدار لنگر در تکیه گاه B. $M_B = ?$



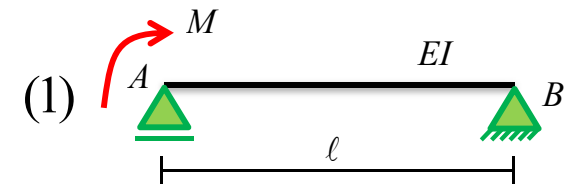
راهنمایی:



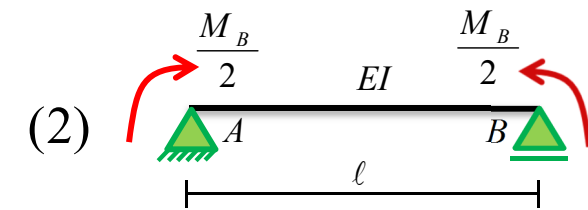
\Rightarrow



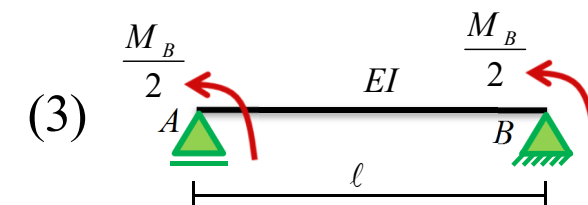
\Rightarrow



+



+



پاسخ تمرین 11-

$$\theta_A = -\frac{M \ell}{4EI}$$

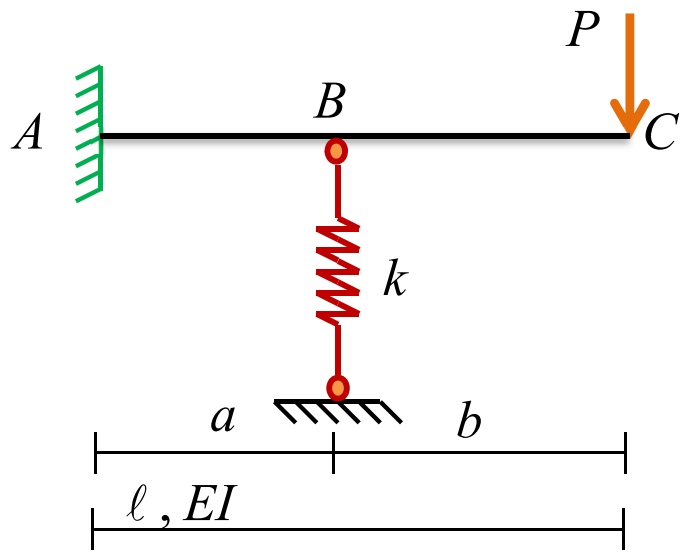
$$M_B = -\frac{M}{2}$$

تغییر شکل در تیرهای معین

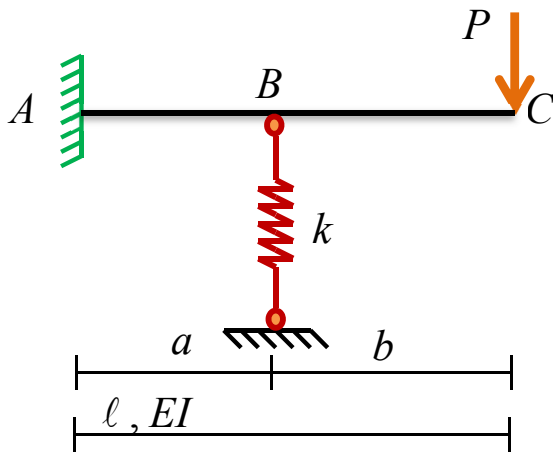
تمرین 12- در تیر نشان داده شده با استفاده از نتایج تمرین‌های قبلی

و اصل برهم نهی مطلوب است:

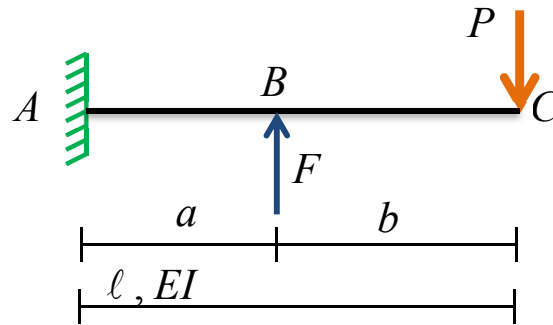
الف- مقدار خیز در گره B. $y_B = ?$



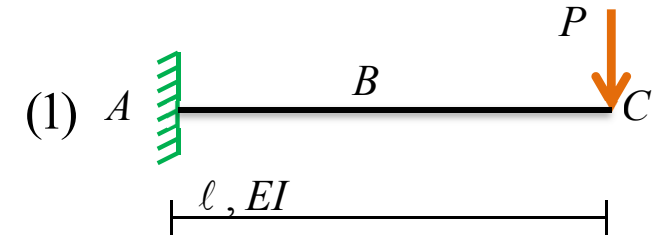
راهنمایی:



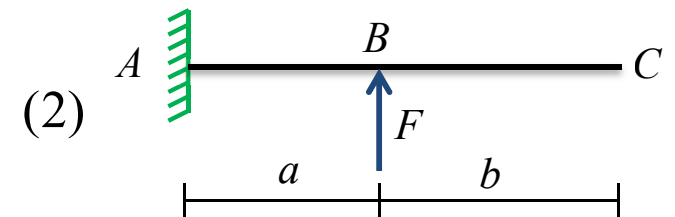
\Rightarrow



\Rightarrow



+



پاسخ تمرین 12-

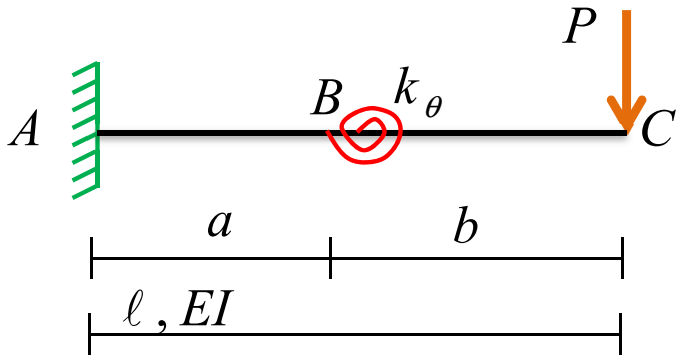
$$y_B = \frac{2pa^3 + 3pba^2}{2ka^3 - 6EI}$$

تغییر شکل در تیرهای معین

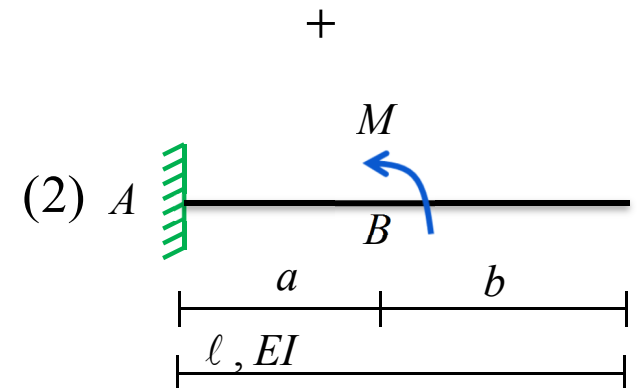
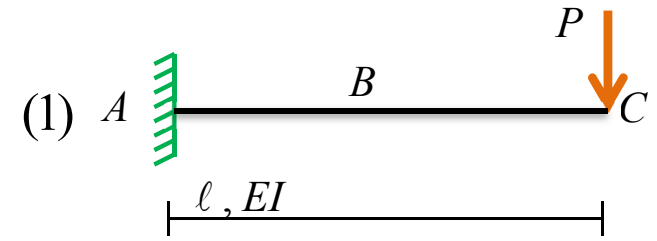
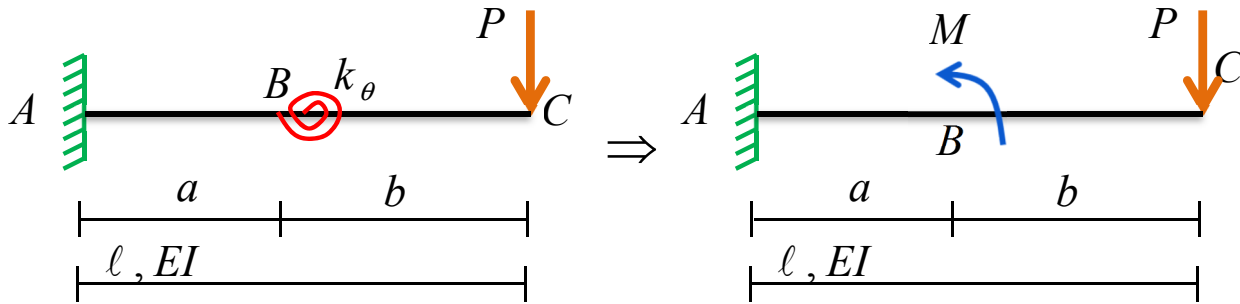
تمرین 13- در تیر نشان داده شده با استفاده از نتایج تمرین‌های قبلی

و اصل برهم نهی مطلوب است:

الف- مقدار شیب در گره B. $\theta_B = ?$



راهنمایی:



پاسخ تمرین 13-

$$\theta_B = \frac{Pa^2 + 2Pba}{2EI - 2k_\theta a}$$

تغییر شکل در تیرهای معین

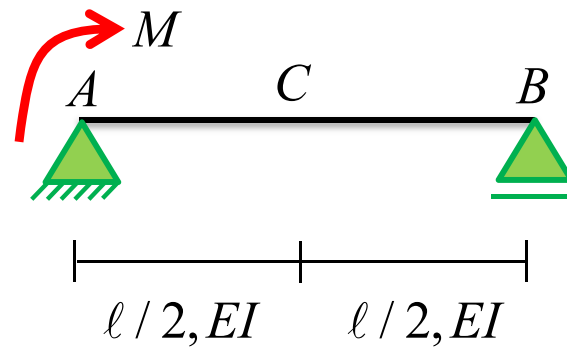
روش لنگر سطح

تمرین 14- با استفاده از روش لنگر سطح در تیر نشان داده شده مطلوب است تعیین:

الف- مقدار خیز در گره C. $y_C = ?$

ب- مقدار شیب در گره A. $\theta_A = ?$

ج- مقدار شیب در گره B. $\theta_B = ?$



پاسخ تمرین 14-

$$\theta_B = -\frac{M l}{6EI}$$

$$\theta_A = \frac{M l}{3EI}$$

$$y_C = -\frac{M l^2}{16EI}$$

تغییر شکل در تیرهای معین

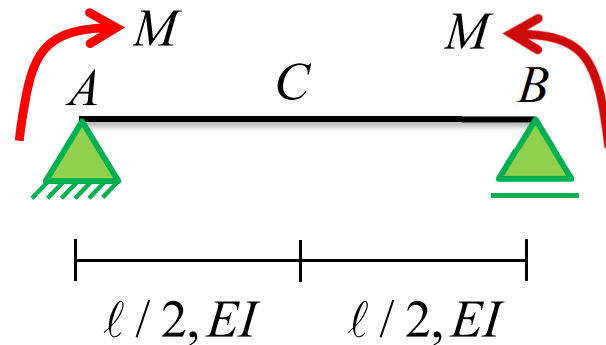
روش لنگر سطح

تمرین 15- با استفاده از روش لنگر سطح در تیر نشان داده شده مطلوب است تعیین:

الف- مقدار خیز در گره C. $y_C = ?$

ب- مقدار شیب در گره A. $\theta_A = ?$

ج- مقدار شیب در گره B. $\theta_B = ?$



پاسخ تمرین 15-

$$\theta_A = -\frac{M \ell}{2EI}$$

$$\theta_B = \frac{M \ell}{2EI}$$

$$y_C = -\frac{M \ell^2}{8EI}$$

تغییر شکل در تیرهای معین

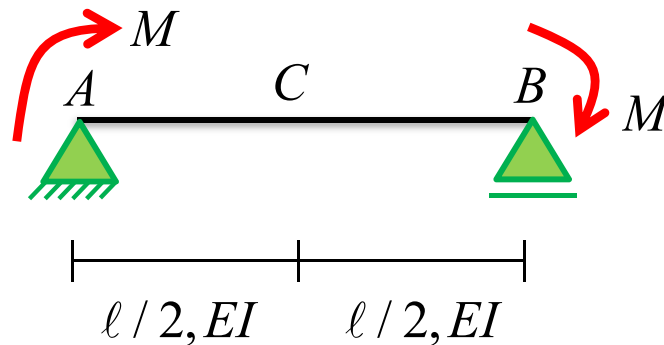
روش لنگر سطح

تمرین 16- با استفاده از روش لنگر سطح در تیر نشان داده شده مطلوب است تعیین:

الف- مقدار خیز در گره C. $y_C = ?$

ب- مقدار شیب در گره A. $\theta_A = ?$

ج- مقدار شیب در گره B. $\theta_B = ?$



پاسخ تمرین 16-

$$\theta_A = -\frac{M \ell}{6EI}$$

$$\theta_B = -\frac{M \ell}{6EI}$$

$$y_C = 0$$

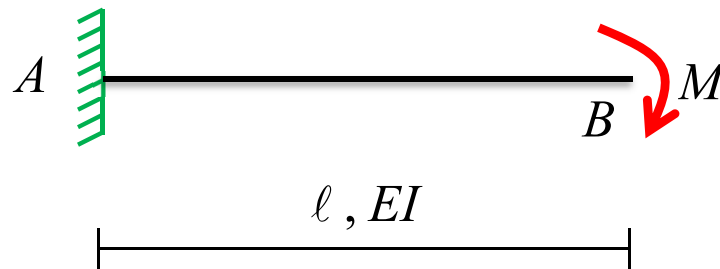
تغییر شکل در تیرهای معین

روش لنگر سطح

تمرین 17- با استفاده از روش لنگر سطح در تیر نشان داده شده مطلوب است تعیین:

الف- مقدار خیز در گره B. $y_B = ?$

ب- مقدار شیب در گره B. $\theta_B = ?$



پاسخ تمرین 17-

$$\theta_B = \frac{M l}{EI} \text{ (ساعتگرد)}$$

$$y_B = -\frac{M l^2}{2EI}$$

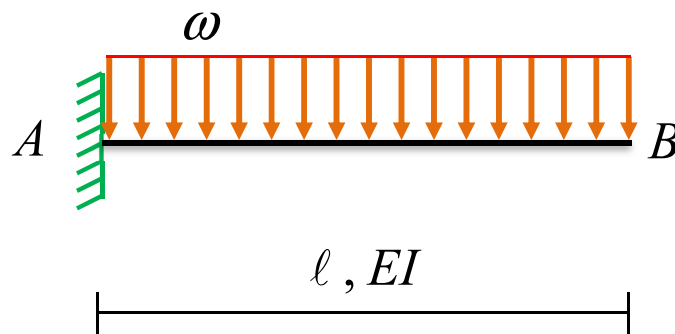
تغییر شکل در تیرهای معین

روش لنگر سطح

تمرین 18- با استفاده از روش لنگر سطح در تیر نشان داده شده مطلوب است تعیین:

الف- مقدار خیز در گره B. $y_B = ?$

ب- مقدار شیب در گره B. $\theta_B = ?$



پاسخ تمرین 18-

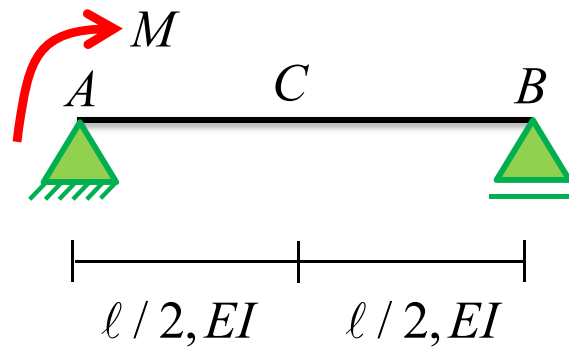
$$\theta_B = \frac{\omega l^3}{6EI} \quad (\text{ساعتگرد})$$

$$y_B = -\frac{\omega l^4}{8EI}$$

تغییر شکل در تیرهای معین

روش تیر مزدوج

تمرین 19- با استفاده از روش تیر مزدوج در تیر نشان داده شده مطلوب است تعیین:



الف- مقدار خیز در گره C . $y_C = ?$

ب- مقدار شیب در گره A . $\theta_A = ?$

ج- مقدار شیب در گره B . $\theta_B = ?$

د- محل خیز ماکزیمم از تکیه‌گاه B . $x_{y_{\max}} = ?$

ر- مقدار خیز ماکزیمم. $y_{\max} = ?$

پاسخ تمرین 19-

$$\theta_B = \frac{M l}{6EI}$$

$$\theta_A = -\frac{M l}{3EI}$$

$$y_C = -\frac{M l^2}{16EI}$$

$$x_{y_{\max}} = \frac{l}{\sqrt{3}}$$

$$y_{\max} = -\frac{\sqrt{3} M l^2}{27EI}$$

تغییر شکل در تیرهای معین

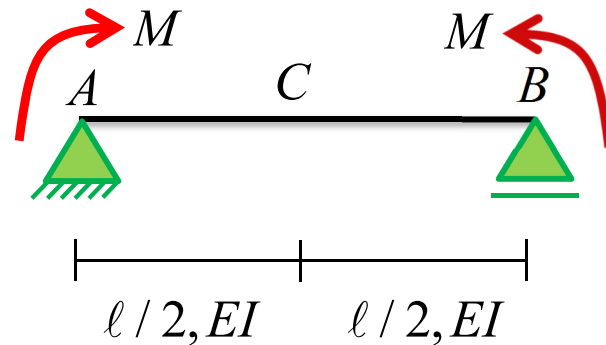
روش تیر مزدوج

تمرین 20- با استفاده از روش تیر مزدوج در تیر نشان داده شده مطلوب است تعیین:

الف- مقدار خیز در گره C. $y_C = ?$

ب- مقدار شیب در گره A. $\theta_A = ?$

ج- مقدار شیب در گره B. $\theta_B = ?$



پاسخ تمرین 20-

$$\theta_A = -\frac{M l}{2EI}$$

$$\theta_B = \frac{M l}{2EI}$$

$$y_C = -\frac{M l^2}{8EI}$$

تغییر شکل در تیرهای معین

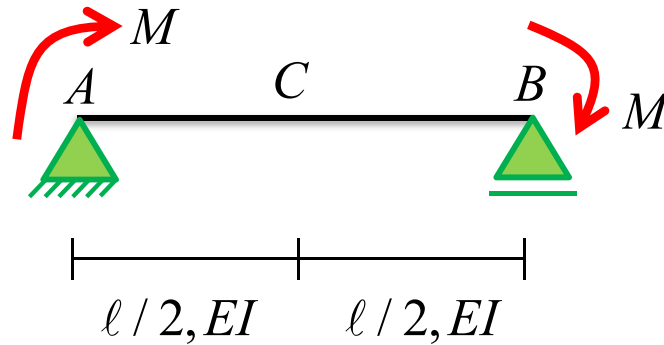
روش تیر مزدوج

تمرین 21- با استفاده از روش تیر مزدوج در تیر نشان داده شده مطلوب است تعیین:

الف- مقدار خیز در گره C. $y_C = ?$

ب- مقدار شیب در گره A. $\theta_A = ?$

ج- مقدار شیب در گره B. $\theta_B = ?$



پاسخ تمرین 21-

$$\theta_A = -\frac{M \ell}{6EI}$$

$$\theta_B = -\frac{M \ell}{6EI}$$

$$y_C = 0$$

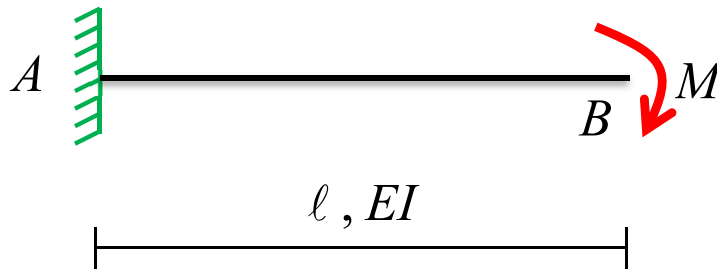
تغییر شکل در تیرهای معین

روش تیر مزدوج

تمرین 22- با استفاده از روش تیر مزدوج در تیر نشان داده شده مطلوب است تعیین:

الف- مقدار خیز در گره B. $y_B = ?$

ب- مقدار شیب در گره B. $\theta_B = ?$



پاسخ تمرین 22-

$$\theta_B = \frac{M l}{EI} \text{ (ساعتگرد)}$$

$$y_B = -\frac{M l^2}{2EI}$$

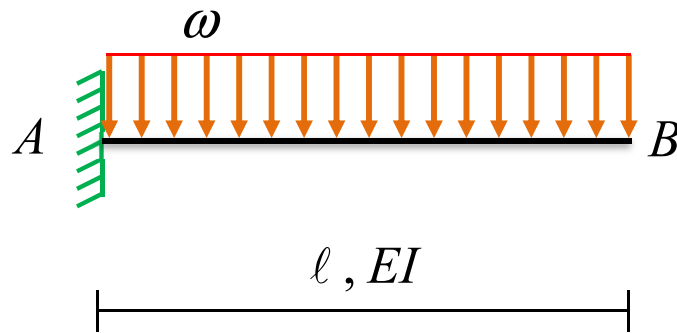
تغییر شکل در تیرهای معین

روش تیر مزدوج

تمرین 23- با استفاده از روش تیر مزدوج در تیر نشان داده شده مطلوب است تعیین:

الف- مقدار خیز در گره B. $y_B = ?$

ب- مقدار شیب در گره B. $\theta_B = ?$



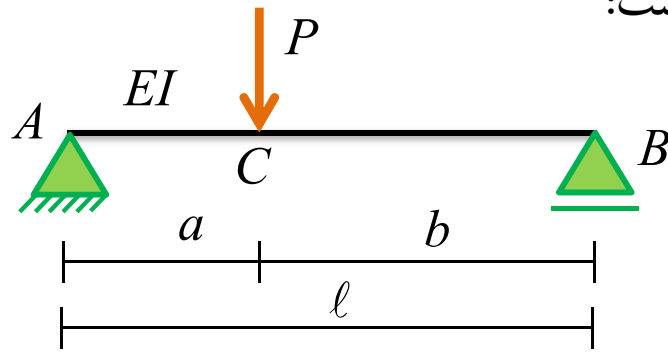
پاسخ تمرین 23-

$$\theta_B = \frac{\omega l^3}{6EI} \quad (\text{ساعتگرد})$$

$$y_B = -\frac{\omega l^4}{8EI}$$

تغییر شکل در تیرهای معین

روش تیر مزدوج



تمرین 24- با استفاده از روش تیر مزدوج در تیر نشان داده شده مطلوب است:

الف- معادله شیب در طول تیر. $\theta_{(x)} = ?$

ب- معادله خیز در طول تیر. $y_{(x)} = ?$

پ- مقدار شیب در دو انتهای تیر. $\theta_A = ?$ & $\theta_B = ?$

ج- مقدار خیز در گره C . $y_C = ?$

د- مقدار خیز ماکزیمم و محل آن. $y_{\max} = ?$

پاسخ تمرین 24-

$$@0 \leq x \leq a \Rightarrow \begin{cases} \theta_{(x)} = \frac{Pbx^2}{2EI\ell} - \frac{Pba(b+\ell)}{6EI\ell} \\ y_{(x)} = \frac{Pbx^3}{6EI\ell} - \frac{Pba(b+\ell)x}{6EI\ell} \end{cases}$$

$$@0 \leq x \leq b \Rightarrow \begin{cases} \theta_{(x)} = -\frac{Pax^2}{2EI\ell} + \frac{Pbax}{EI\ell} + \frac{Pba(a-b)}{3EI\ell} \\ y_{(x)} = -\frac{Pax^3}{6EI\ell} + \frac{Pbax^2}{2EI\ell} + \frac{Pba(a-b)x}{3EI\ell} - \frac{Pb^2a^2}{3EI\ell} \end{cases}$$

$$\theta_A = -\frac{Pab(\ell+b)}{6EI\ell}$$

$$\theta_B = \frac{Pba(\ell+a)}{6EI\ell}$$

$$y_C = -\frac{Pa^2b^2}{3EI\ell}$$

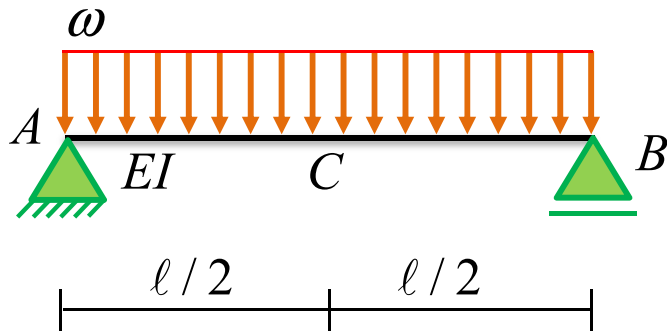
$$x_{y_{\max}} = \sqrt{\frac{a(b+\ell)}{3}}$$

$$y_{\max} = -\frac{Pba(b+\ell)}{9EI\ell} \sqrt{\frac{a(b+\ell)}{3}}$$

تغییر شکل در تیرهای معین

روش تیر مزدوج

تمرین 25- با استفاده از روش تیر مزدوج در تیر نشان داده شده مطلوب است:



الف- معادله شیب در طول تیر. $\theta_{(x)} = ?$

ب- معادله خیز در طول تیر. $y_{(x)} = ?$

ج- مقدار شیب در دو انتهای تیر. $\theta_A = ?$ & $\theta_B = ?$

د- مقدار خیز در وسط تیر. $y_C = ?$

پاسخ تمرین 25-

$$@0 \leq x \leq l \Rightarrow \begin{cases} \theta_{(x)} = -\frac{\omega x^3}{6EI} + \frac{\omega l x^2}{4EI} - \frac{\omega l^3}{24EI} \\ y_{(x)} = -\frac{\omega x^4}{24EI} + \frac{\omega l x^3}{12EI} - \frac{\omega l^3 x}{24EI} \end{cases}$$

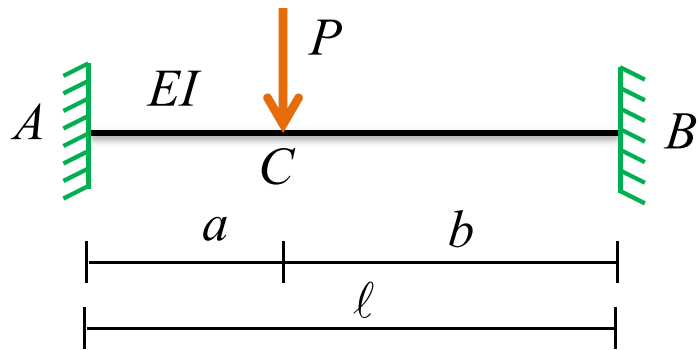
$$\theta_A = -\frac{\omega l^3}{24EI}$$

$$\theta_B = \frac{\omega l^3}{24EI}$$

$$y_C = -\frac{5\omega l^4}{384EI}$$

تغییر شکل در تیرهای معین

روش تیر مزدوج



تمرین 26- در تیر نشان داده شده با استفاده از روش تیر مزدوج مطلوب است:

الف- مقدار خیز در گره C. $y_C = ?$

د- مقدار لنگر در دو انتهای تیر. $M_A = ? , M_B = ?$

پاسخ تمرین 26-

$$y_C = -\frac{Pa^3b^3}{3EI \ell^3}$$

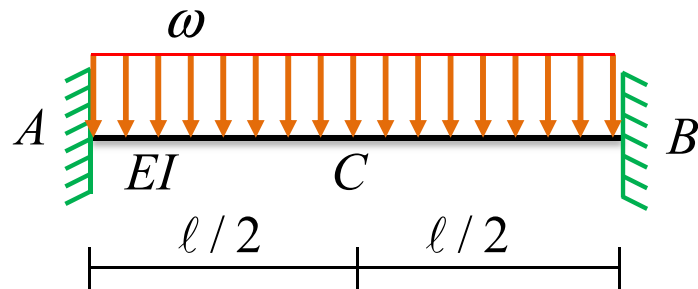
$$M_A = -\frac{Pab^2}{\ell^2}$$

$$M_B = -\frac{Pba^2}{\ell^2}$$

تغییر شکل در تیرهای معین

روش تیر مزدوج

تمرین 27- در تیر نشان داده شده با استفاده از روش تیر مزدوج
مطلوب است:



الف- مقدار خیز در گره C. $y_C = ?$

د- مقدار لنگر در دو انتهای تیر. $M_A = ? , M_B = ?$

پاسخ تمرین 27-

$$y_C = -\frac{\omega l^4}{384EI}$$

$$M_A = -\frac{\omega l^2}{12}$$

$$M_B = -\frac{\omega l^2}{12}$$

تغییر شکل در تیرهای معین

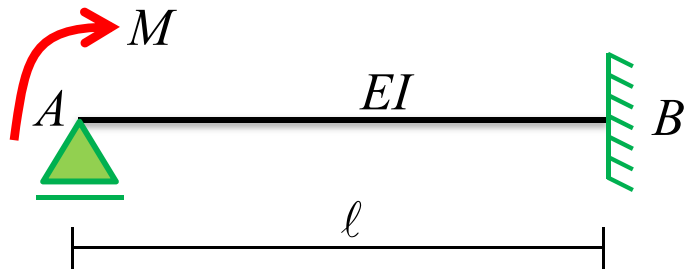
روش تیر مزدوج

تمرین 28- در تیر نشان داده شده با استفاده از روش تیر مزدوج

مطلوب است:

الف- مقدار شیب در گره A. $\theta_A = ?$

د- مقدار لنگر در تکیه گاه B. $M_B = ?$



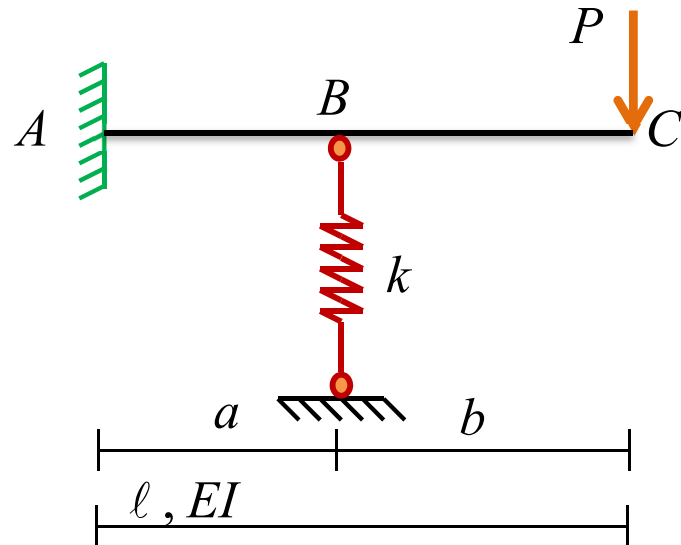
پاسخ تمرین 28-

$$\theta_A = -\frac{M l}{4EI}$$

$$M_B = -\frac{M}{2}$$

تغییر شکل در تیرهای معین

روش تیر مزدوج



تمرین 29- در تیر نشان داده شده با استفاده از روش تیر مزدوج
مطلوب است:

الف- مقدار خیز در گره B. $y_B = ?$

پاسخ تمرین 29-

$$y_B = \frac{2pa^3 + 3pba^2}{2ka^3 - 6EI}$$

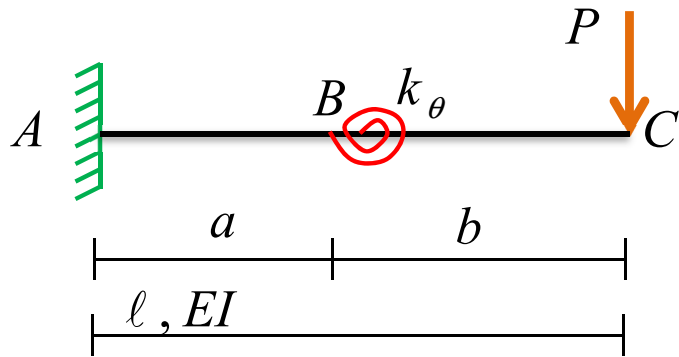
تغییر شکل در تیرهای معین

روش تیر مزدوج

تمرین 30- در تیر نشان داده شده با استفاده از روش تیر مزدوج

مطلوب است:

الف- مقدار شیب در گره B. $\theta_B = ?$



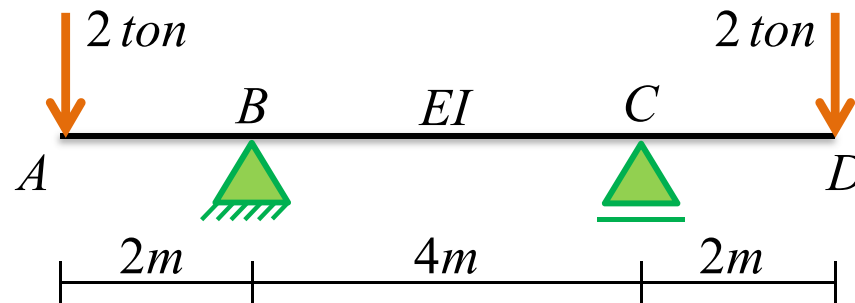
پاسخ تمرین 30-

$$\theta_B = \frac{Pa^2 + 2Pba}{2EI - 2k_\theta a}$$

تغییر شکل در تیرهای معین

روش تیر مزدوج

تمرین 31- با استفاده از روش تیر مزدوج در تیر نشان داده شده مقدار و مکان خیز ماکزیمم را محاسبه نمایید.



$$E = 2 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$I = 10^3 \text{ cm}^4$$

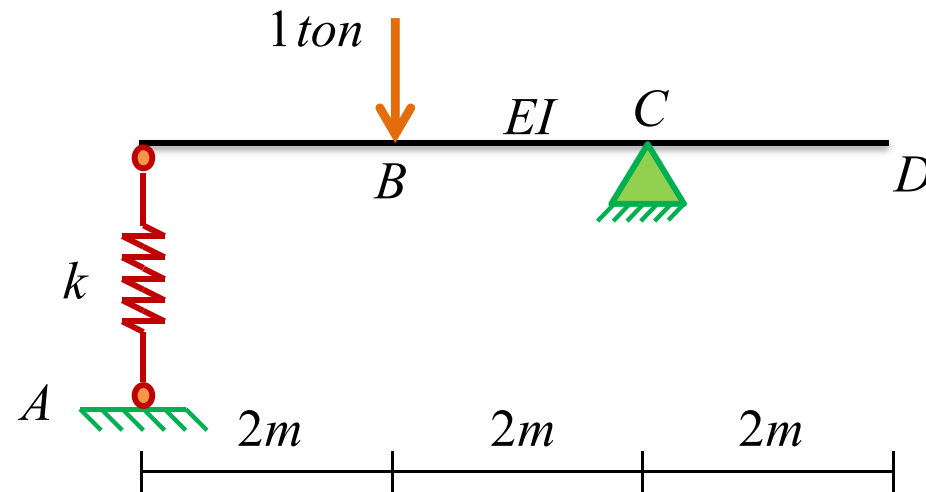
پاسخ تمرین 31-

$$y_{\max} = 10.67 \text{ cm} \quad (\text{در محل اثر بارهای متمرکز اتفاق می افتد})$$

تغییر شکل در تیرهای معین

روش تیر مزدوج

تمرین 32- با استفاده از روش تیر مزدوج در تیر نشان داده شده مقدار تغییر مکان و شیب در محل نقطه اثر نیروی متمرکز را محاسبه نمایید.



$$EI = 100 \text{ ton} \cdot \text{m}^2$$

$$k = 1 \frac{\text{ton}}{\text{m}}$$

پاسخ تمرین 32-

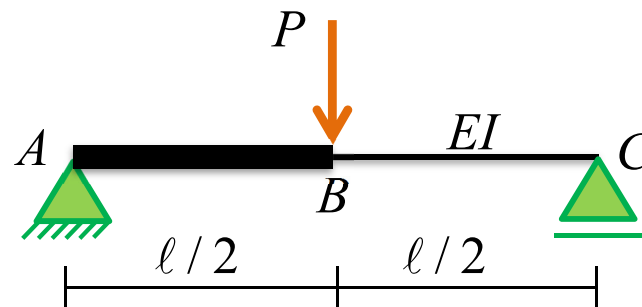
$$y_B = -0.2633 \text{ m}$$

$$\theta_B = -0.125^{\text{rad}}$$

تغییر شکل در تیرهای معین

روش تیر مزدوج

تمرین 33- با استفاده از روش تیر مزدوج در تیر نشان داده شده مقدار تغییر مکان B و شیب در A را محاسبه نمایید. تیر AB صلب است.



پاسخ تمرین 33-

$$\theta_A = -\frac{P\ell^2}{48EI}$$

$$y_B = -\frac{P\ell^3}{96EI}$$