دانشگاه کردستان
University of Kurdistan
زانکۆی کوردستان

تحلیل سازه‌ها

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

تهیه کننده: کاوه کرمی
دانشیار مهندسی سازه
https://prof.uok.ac.ir/Ka.Karami

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

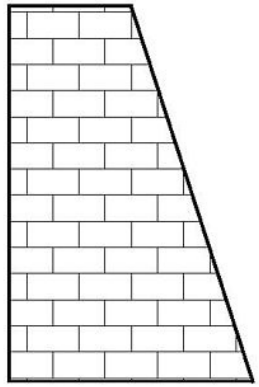
سازه (Structures):

هر سیستم متشکل از یک یا مجموعه‌ای از اعضا که قادر به تحمل نیرو باشد و بتواند این نیرو را به طور خاصی به زمین منتقل نماید سازه می‌نامند.

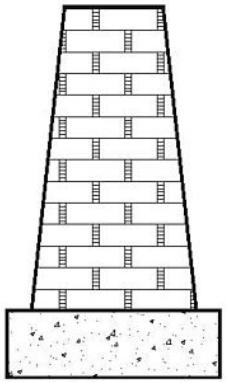
بررسی سیستم‌های سازه‌ای

انواع سازه‌ها:

1- سازه‌های وزنی (Mass Structure): سازه‌هایی که وزن آن‌ها باعث پایداری و مقاومت سازه می‌شود (مانند سدهای وزنی و دیوارهای حائل).



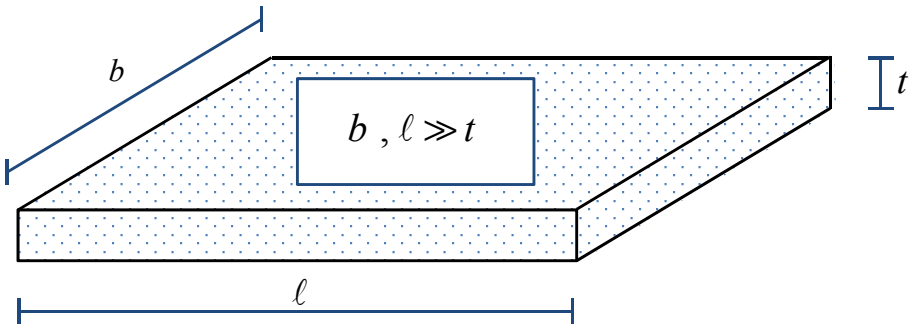
Masonry Unit



Stone

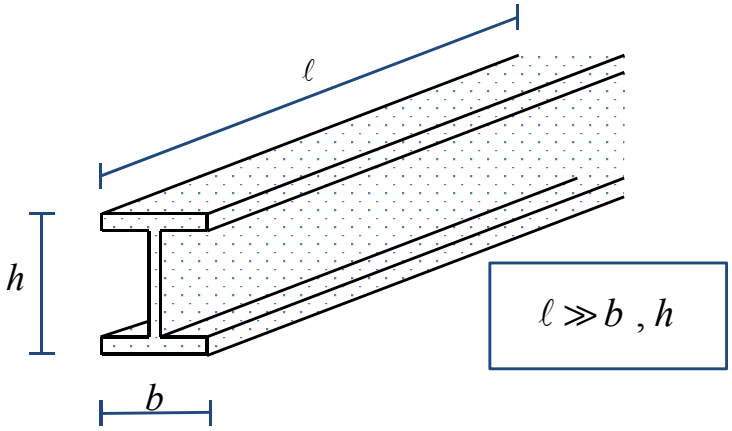
بررسی سیستم‌های سازه‌ای

2- سازه‌های پوسته‌ایی (Shell Structure): سازه‌هایی هستند که از صفحات فلزی و یا دال‌های بتنی تشکیل شده‌اند. معمولا در این سازه‌ها دو بعد از آن‌ها از لحاظ اندازه بر بعد دیگر غلبه می‌کند. مانند دال‌های بتنی کف‌ها، گنبدها و ...



بررسی سیستم‌های سازه‌ای

3- سازه‌های قابی(قاب‌بندی شده) (Frame Structure): سازه‌هایی هستند که از یک سری اعضای خطی که با اتصال به هم وصل شده‌اند، تشکیل شده است. معمولا در این سازه‌ها یک بعد از آن از لحاظ اندازه بر دو بعد دیگر غلبه می‌کند. مانند قاب‌های ساختمانی رایج، در این سازه‌ها ترکیب هندسی اعضا از اهمیت زیادی برخوردار است.



مراحل تحلیل سازه‌ها:

1- بررسی پایداری سازه‌ها

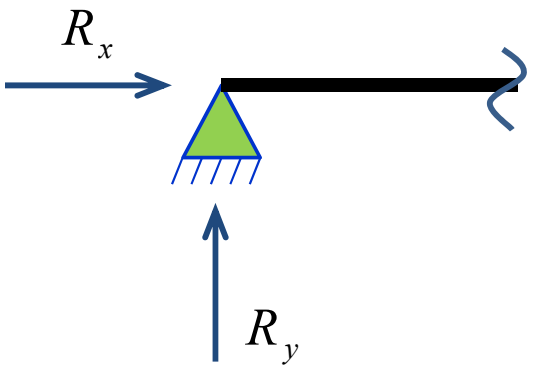
2- بررسی سازه از لحاظ معین بودن یا نامعین بودن

3- محاسبه واکنش نیروهای تکیه‌گاهی و نیروهای داخلی و رسم نمودارها و طراحی سازه‌ها

4- کنترل تغییر شکل‌ها از لحاظ مقدار آن

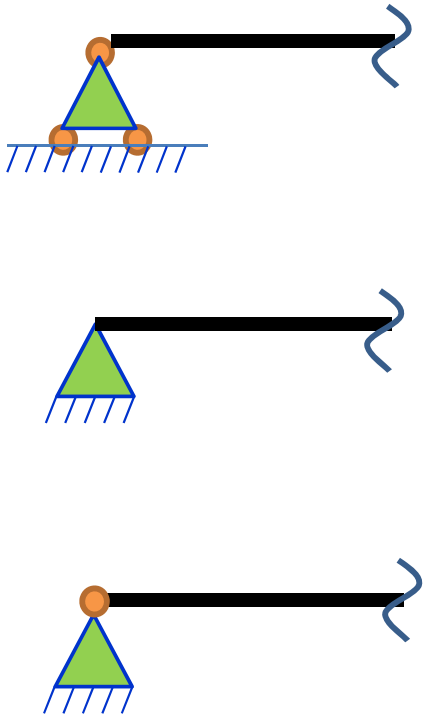
بررسی سیستم‌های سازه‌ای

انواع تکیه‌گاه‌ها:

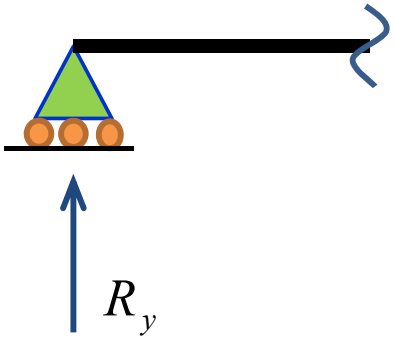


1- تکیه‌گاه مفصلی یا ثابت (Hinged Support):

- مانع حرکات انتقالی می‌شود یعنی درجه آزادی انتقالی ندارد.
- در مقابل دوران از خود مقاومت نشان نمی‌دهد یعنی درجه آزادی دورانی دارد.



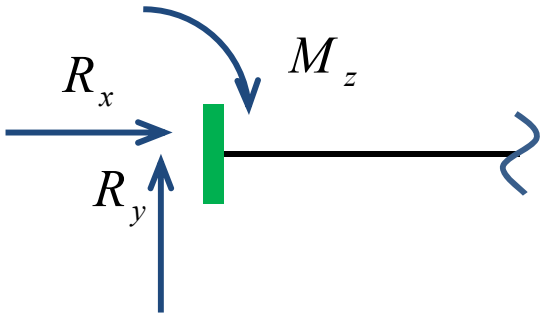
بررسی سیستم‌های سازه‌ای



2- تکیه‌گاه مفصلی متحرک یا غلتکی (Roller Support):

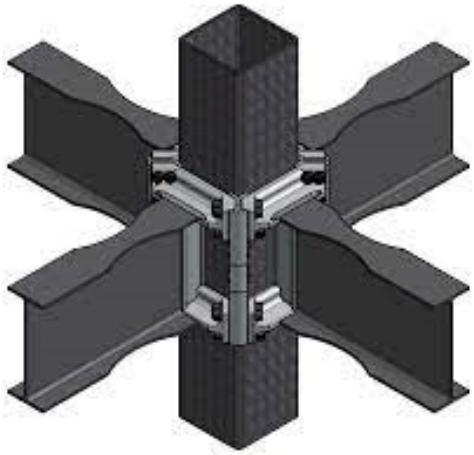
مشخصات تکیه‌گاه مفصلی ثابت را دارد با این تفاوت که تعداد درجات آزادی انتقالی آن بیشتر است.

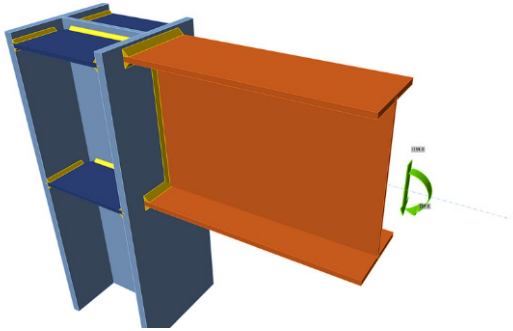
بررسی سیستم‌های سازه‌ای

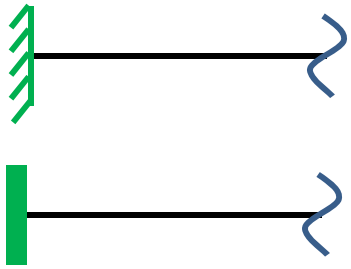


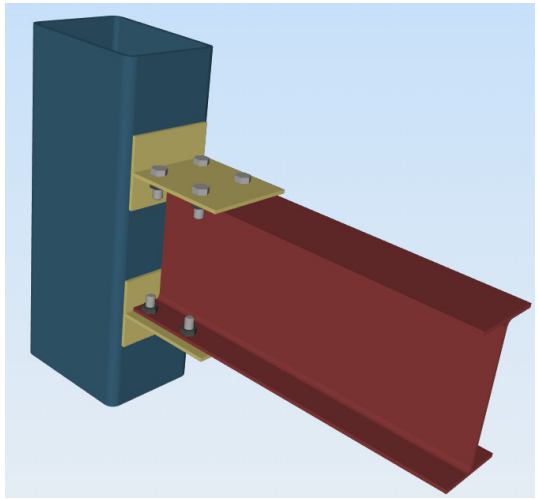
3- تکیه‌گاه گیردار (Fixed Support):

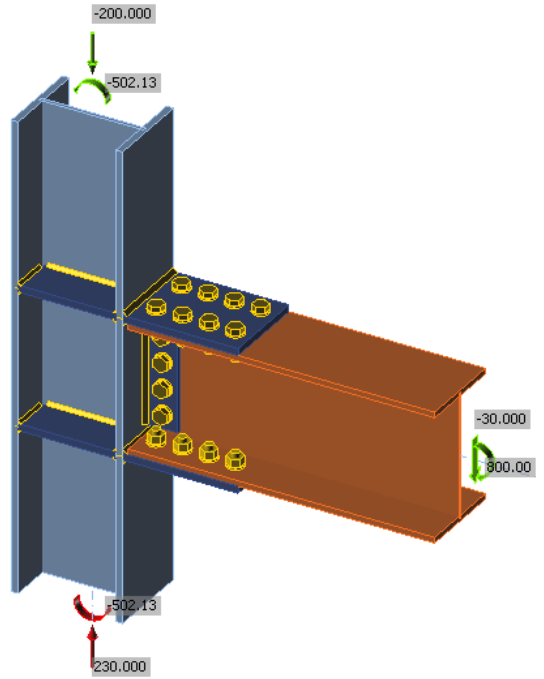
هیچ‌گونه درجه آزادی انتقالی و دورانی ندارد.







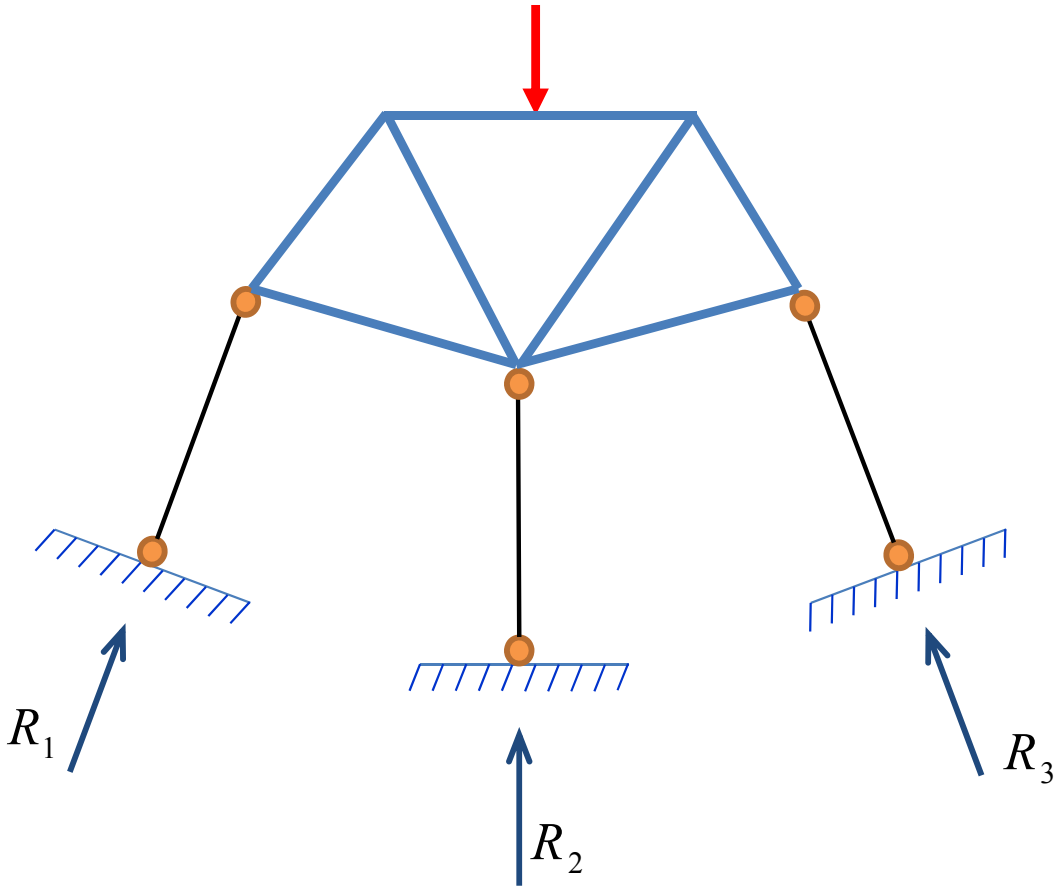




بررسی سیستم‌های سازه‌ای

4- تکیه‌گاه رابط یا میله‌ایی(Link Support):

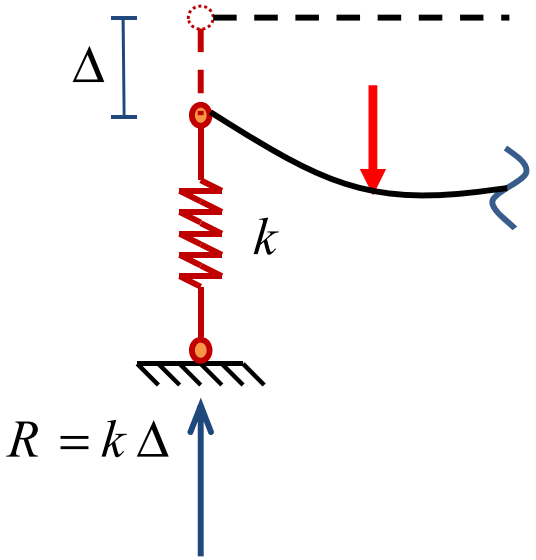
تنها یک نیرو در امتداد محور مرکزی میله تحمل می‌شود.

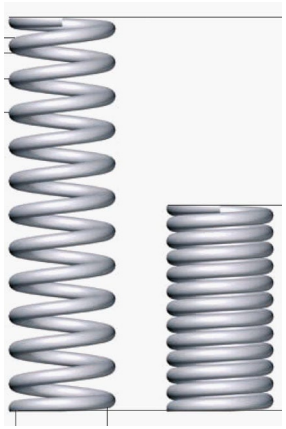


بررسی سیستم‌های سازه‌ای

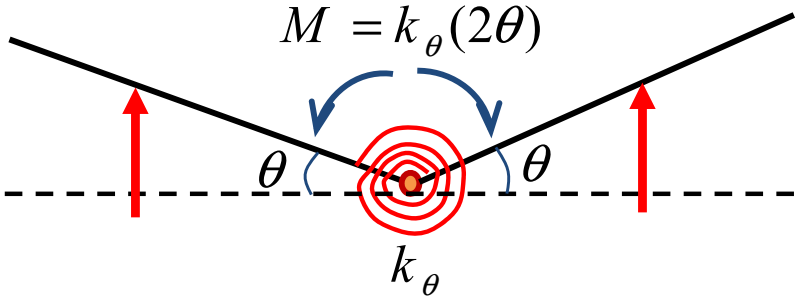
5- تکیه‌گاه‌های ارتجاعی یا فنری (Elastic Support):

نیرو متناسب با راستای مقاومتی فنر وارد می‌شود.





اگر فنر محوری با سختی k باشد، تغییر مکانی به اندازه Δ ایجاد می‌کند که واکنش آن از رابطه $R = k\Delta$ محاسبه می‌گردد.

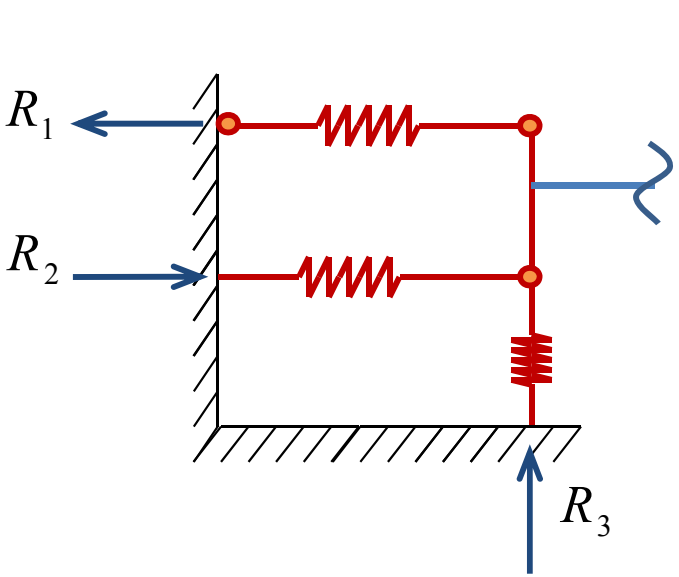


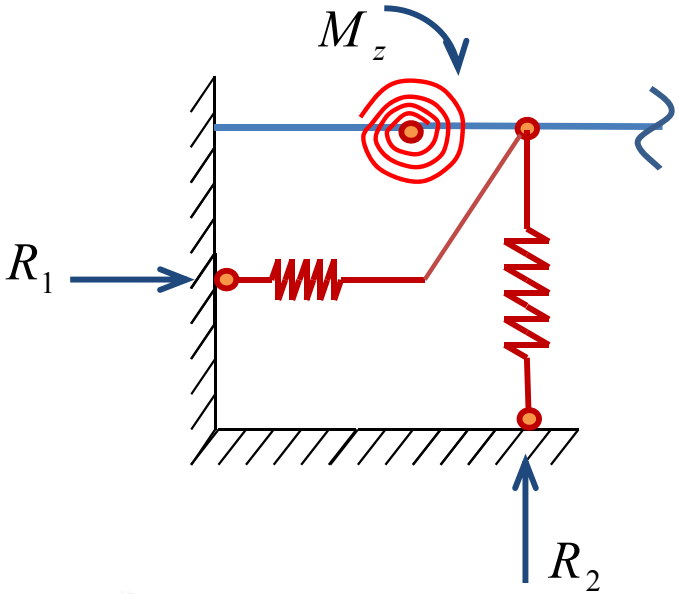
اگر فنر پیچشی با سختی k_θ باشد، دورانی به اندازه θ ایجاد می‌کند که واکنش آن از رابطه $M = k_\theta\theta$ محاسبه می‌گردد.

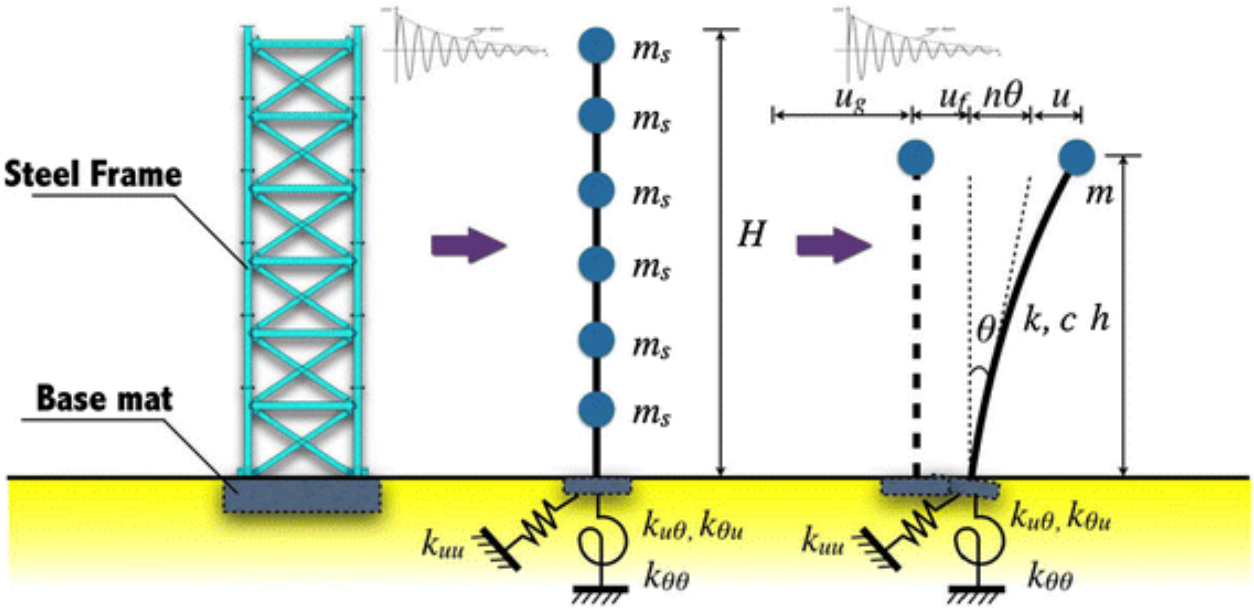
بررسی سیستم‌های سازه‌ای

5- تکیه‌گاه‌های ارتجاعی یا فنری (Elastic Support):

کاربرد در مدل‌سازی انواع تکیه‌گاه گیردار و نیمه گیردار





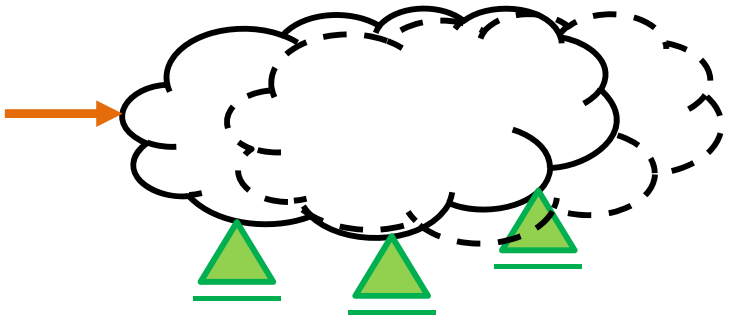


بررسی سیستم‌های سازه‌ای

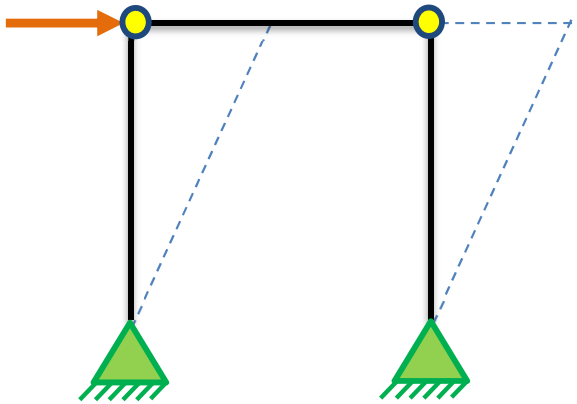
پایداری سازه‌ها (Stability of Structure):

مفهوم پایداری:

سازه‌ایی پایدار است که بتواند هر نوع بار وارده را در هر راستایی تحمل کند و حرکت یا ریزش نکند. برای بررسی این نوع پایداری اعضا سازه صلب فرض می‌شوند به همین دلیل به این نوع پایداری، پایداری صلب‌گونه سازه نیز گفته می‌شود.



سازه حرکت دارد (ناپایدار)

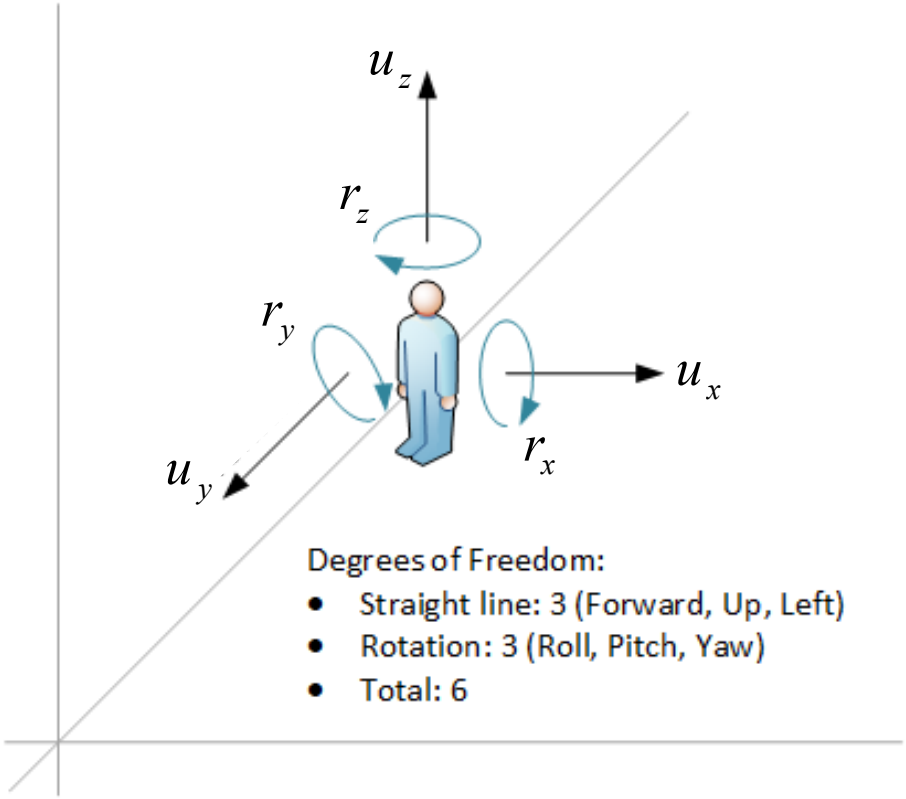


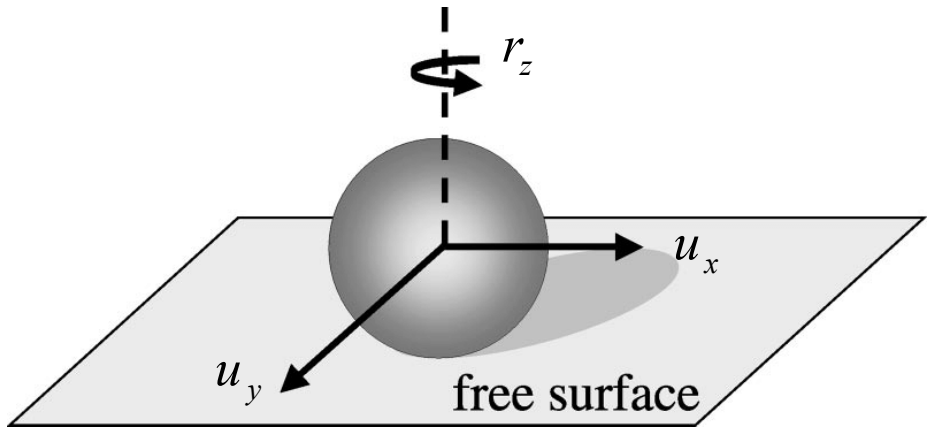
سازه ریزش دارد (ناپایدار)

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

پایداری سازه‌ها (Stability of Structure):

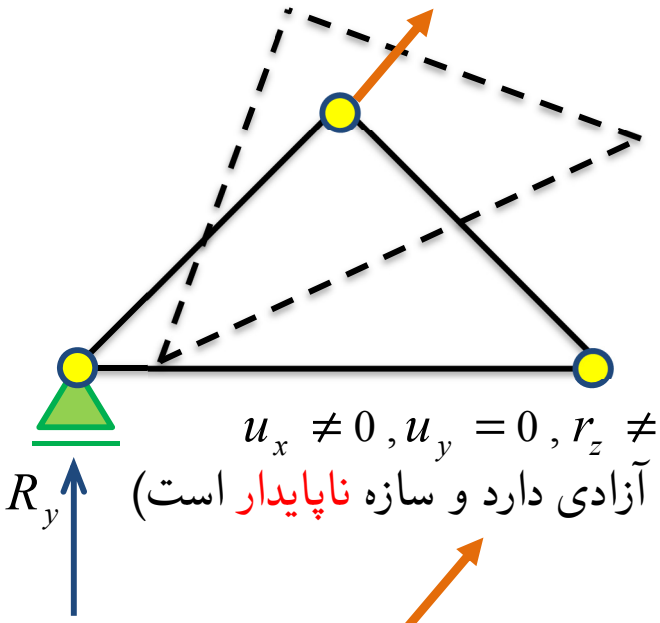
سازه در حالت فضای دوبعدی دارای سه درجه آزادی (دو درجه انتقالی و یک درجه دورانی) و در حالت فضای سه بعدی دارای شش درجه آزادی (سه درجه انتقالی و سه درجه دورانی) می‌باشد. برای پایدار نمودن سازه باید درجه‌های آزادی سازه مقید گردد.





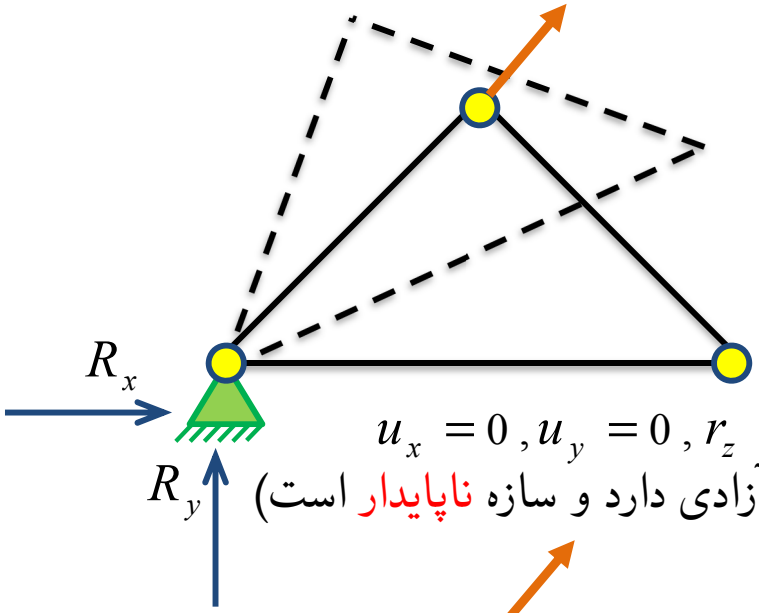
بررسی سیستم‌های سازه‌ای

پایداری سازه‌ها (Stability of Structure):



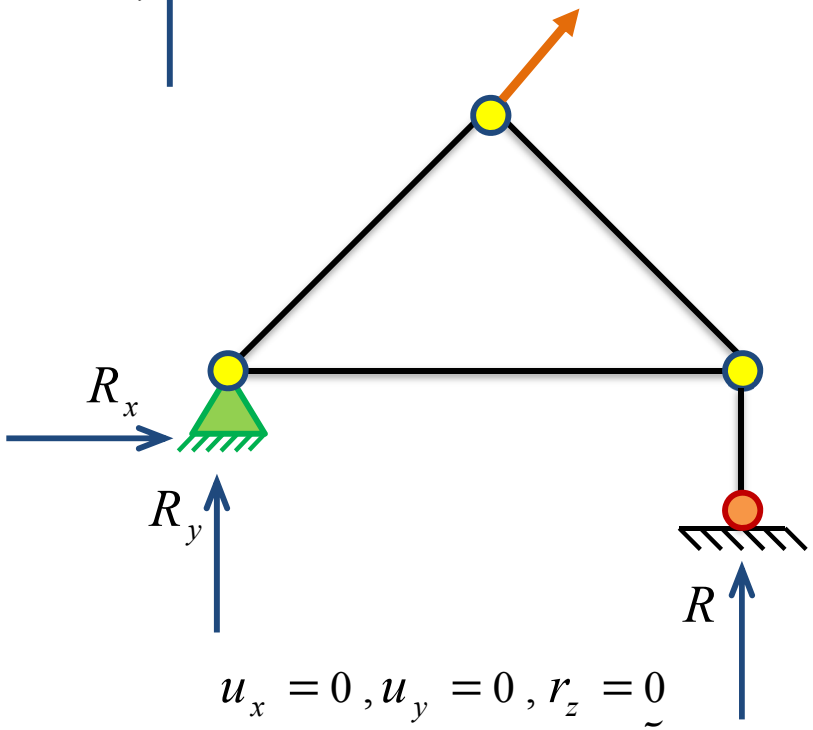
$u_x \neq 0 , u_y = 0 , r_z \neq 0$

(دو درجه آزادی دارد و سازه ناپایدار است)



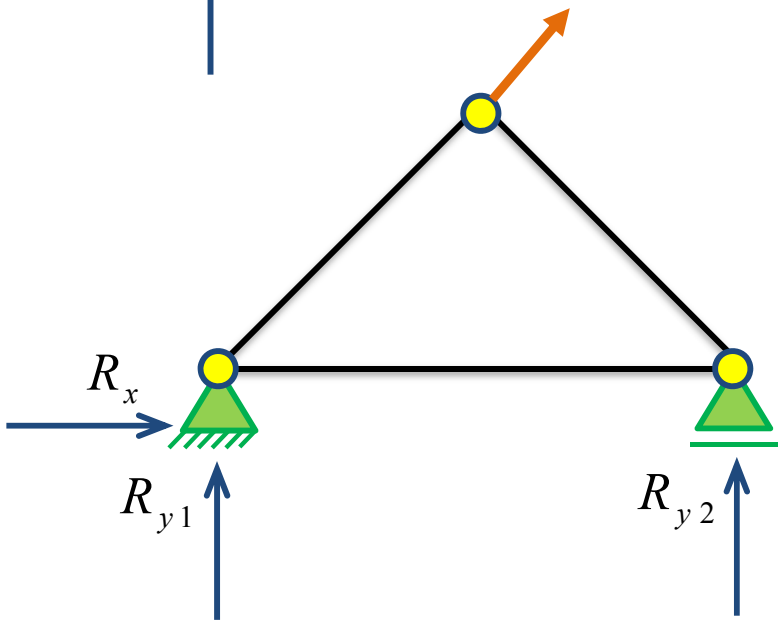
$u_x = 0 , u_y = 0 , r_z \neq 0$

(یک درجه آزادی دارد و سازه ناپایدار است)



$u_x = 0 , u_y = 0 , r_z = 0$

(درجه آزادی ندارد و سازه پایدار است)



$u_x = 0 , u_y = 0 , r_z = 0$

(درجه آزادی ندارد و سازه پایدار است)

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

پایداری سازه‌ها (Stability of Structure):

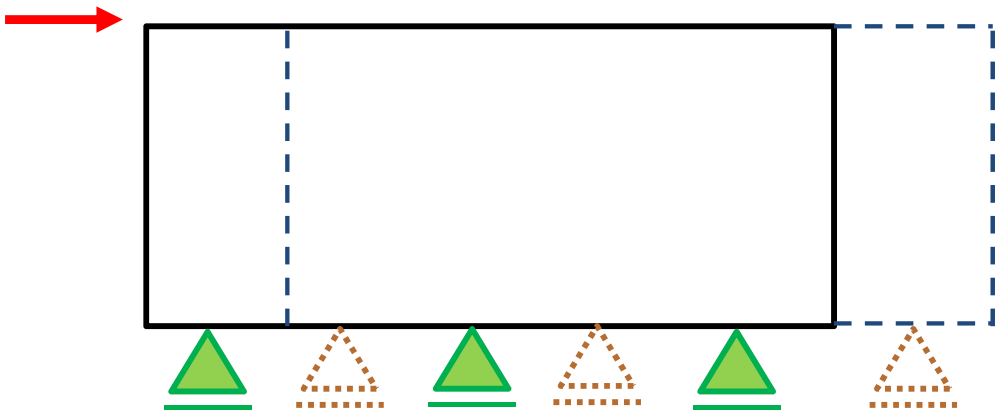
انواع ناپایداری:

1- ایستایی

2- هندسی (آنی)

ناپایداری ایستایی:

سازه‌ایی ناپایدار ایستایی است که با حرکت ایجاد شده در سازه به دلیل ناپایداری بازهم سازه ناپایدار بماند.

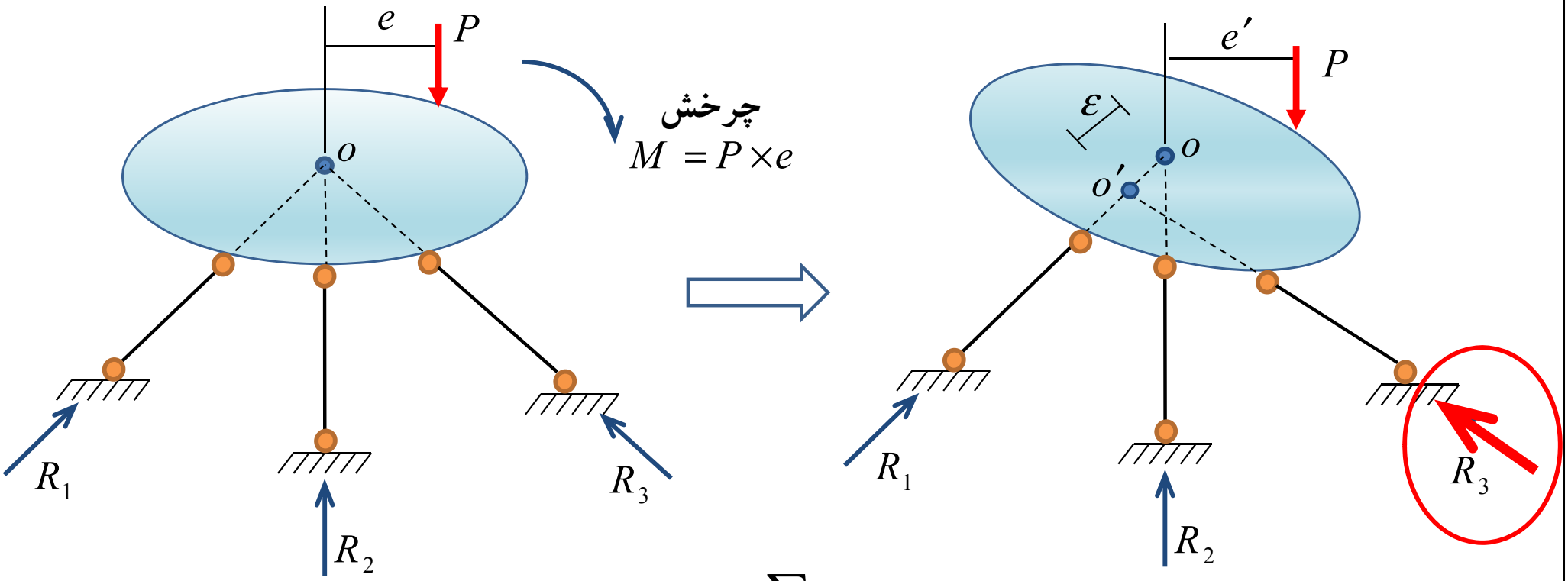


بررسی سیستم‌های سازه‌ای

پایداری سازه‌ها (Stability of Structure):

ناپایداری هندسی (آنی):

این نوع ناپایداری دائمی نیست و بسیار خطرناک است.



$$\sum M\ /o = 0$$

$$P \times e' = R_3 \times \varepsilon$$

$$R_3 = \frac{P \times e'}{\varepsilon}$$

$$\lim_{\varepsilon \to 0} R_3 \Rightarrow \boxed{R_3 \to \infty}$$

ناپایدار ← می‌چرخد ← پایدار می‌شود ← ناپایدار می‌شود

اتصال کنده می‌شود

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

پایداری سازه‌ها (Stability of Structure):

پایداری از دو منظر بررسی می‌گردد:

1- داخلی

2- خارجی

بررسی پایداری خارجی سازه‌ها:

با فرض آنکه جسم از نظر داخلی پایدار باشد (فاصله بین ذرات جسم ثابت بماند) به منظور بررسی پایداری خارجی جسم نیاز به حداقل سه قید تکیه‌گاهی خواهیم داشت؛ سه قید فوق لازم بوده اما کافی نیست. برای پایداری خارجی سازه‌ها، واکنش‌های تکیه‌گاهی باید دارای شرایط زیر باشند:

1- راستای واکنش‌ها با هم موازی نباشند.

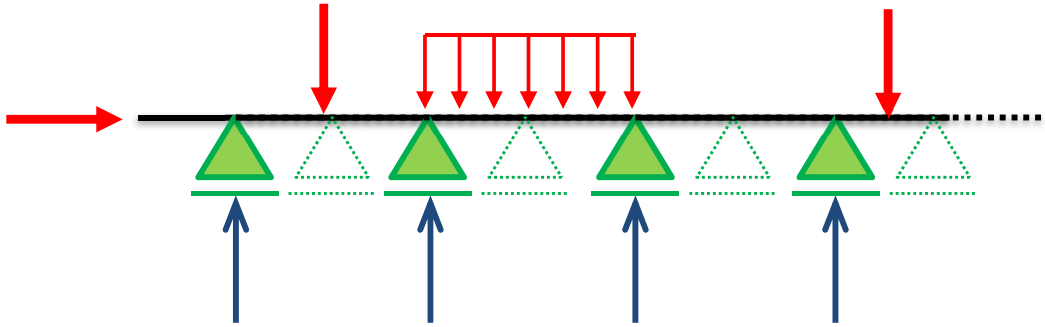
2- راستای واکنش‌ها با هم متقارب نباشند و امتداد نیروهای تکیه‌گاهی از یک نقطه عبور نکند.

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

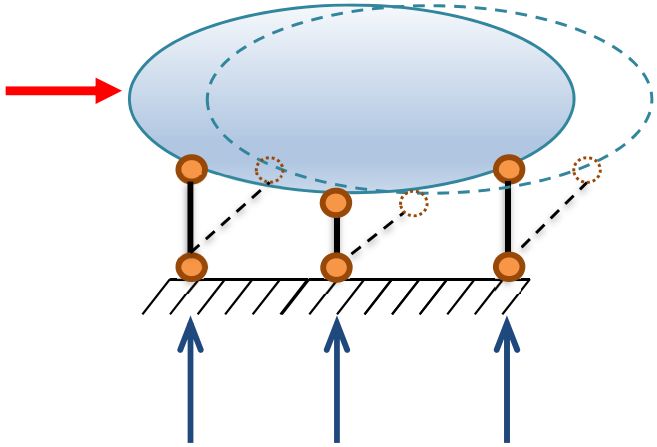
پایداری سازه‌ها (Stability of Structure):

بررسی پایداری خارجی سازه‌ها

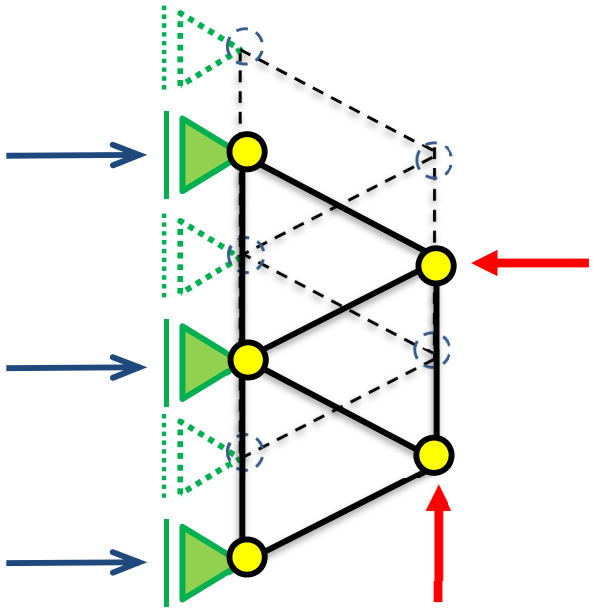
1- راستای واکنش‌ها با هم موازی نباشند.



سازه در راستای x حرکت دارد (ناپایدار)



سازه در راستای x حرکت دارد (ناپایدار)



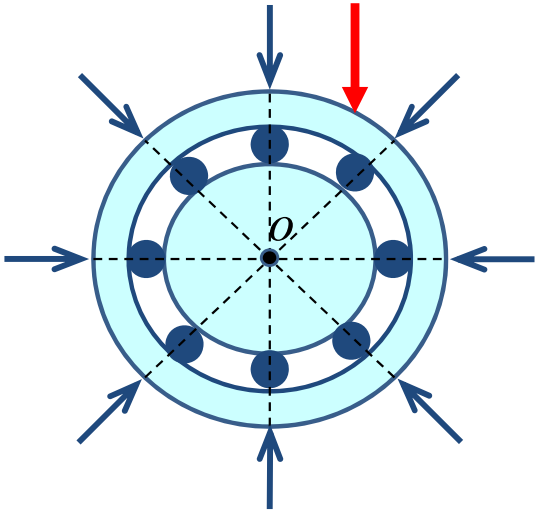
سازه در راستای y حرکت دارد (ناپایدار)

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

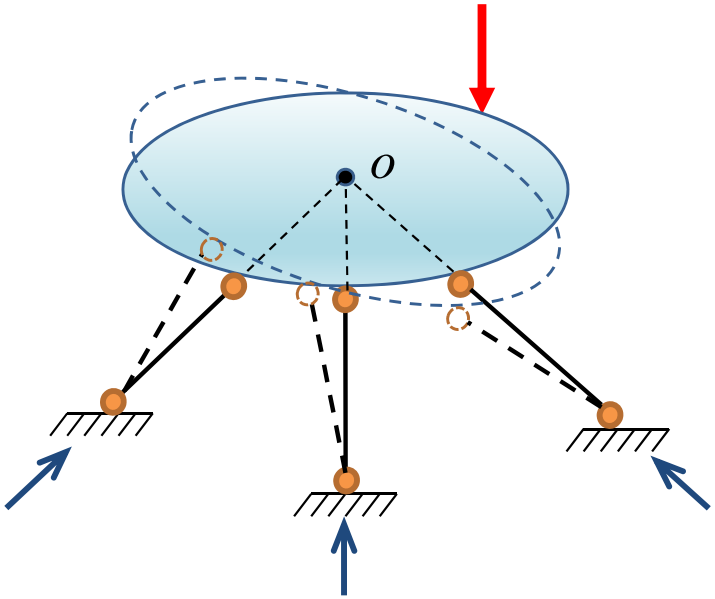
پایداری سازه‌ها (Stability of Structure):

بررسی پایداری خارجی سازه‌ها

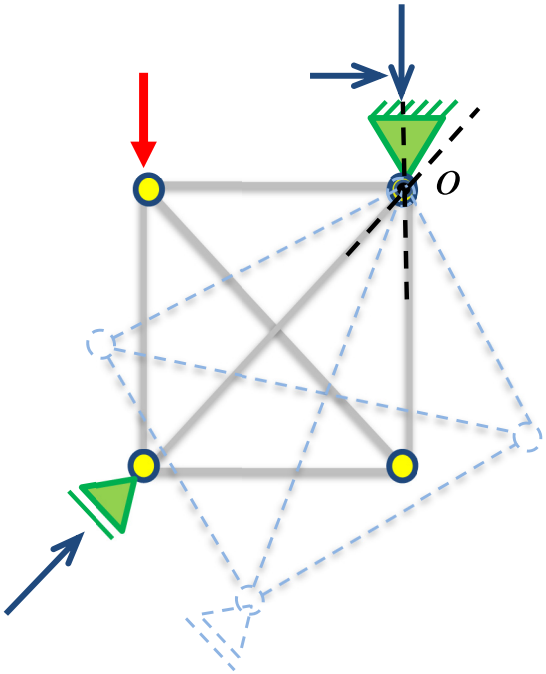
2- راستای واکنش‌ها با هم متقارب نباشند و امتداد نیروهای تکیه‌گاهی از یک نقطه عبور نکند.



همه واکنش‌ها از مرکز عبور می‌کند (ناپایدار)



راستای واکنش‌ها متقارب (ناپایدار)



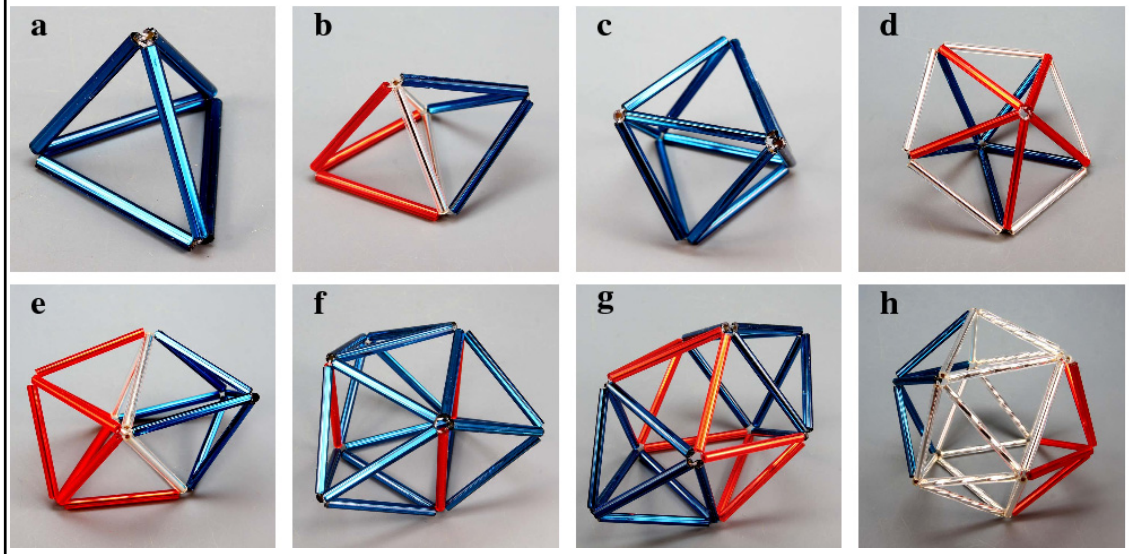
راستای واکنش‌ها متقارب (ناپایدار)

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

پایداری سازه‌ها (Stability of Structure):

بررسی پایداری داخلی سازه‌ها:

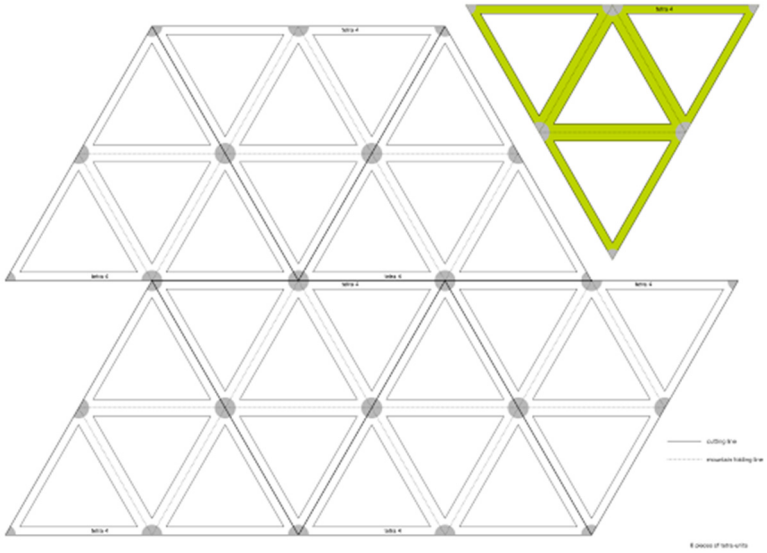
با فرض آنکه یک سیستم سازه‌ای از نظر خارجی پایدار باشد (حداقل دارای سه قید تکیه‌گاهی غیرموازی و غیر متقارب)؛ می‌توان به سه شیوه زیر سیستم‌های پایدار بزرگتری تشکیل داد:

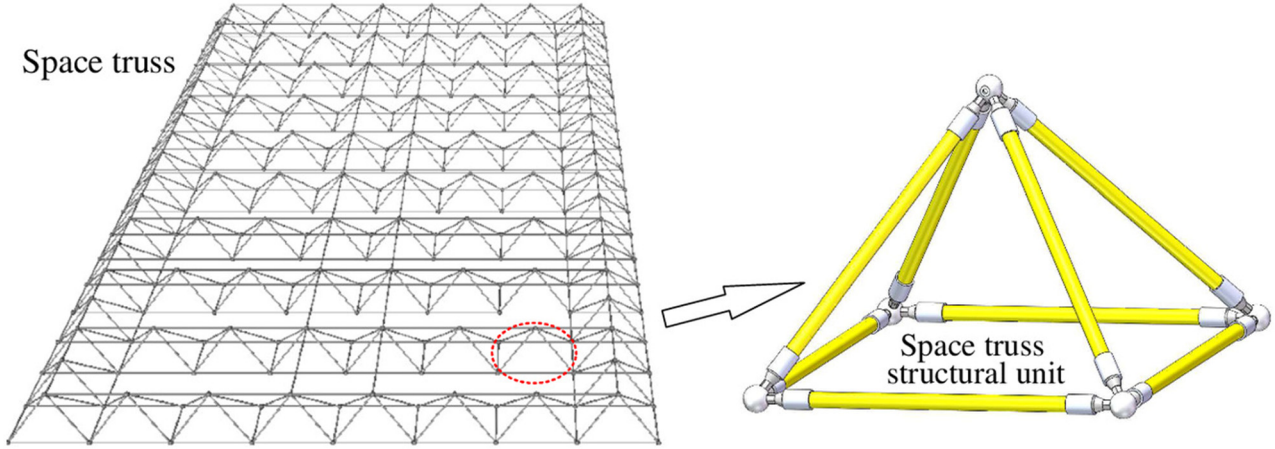


1- ترکیب پایدار یک سیستم سازه‌ای و یک گره.

2- ترکیب پایدار دو سیستم سازه‌ای.

3- ترکیب پایدار سه سیستم سازه‌ای.



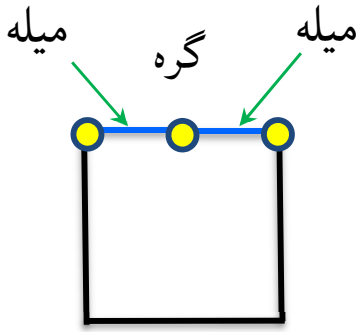


بررسی سیستم‌های سازه‌ای

پایداری سازه‌ها (Stability of Structure):

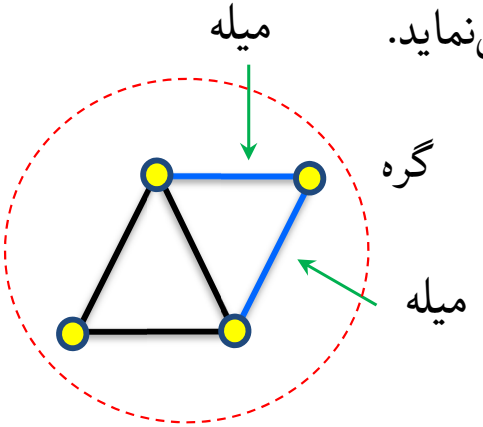
بررسی پایداری داخلی سازه‌ها

1- ترکیب پایدار یک سیستم سازه‌ای و یک گره.

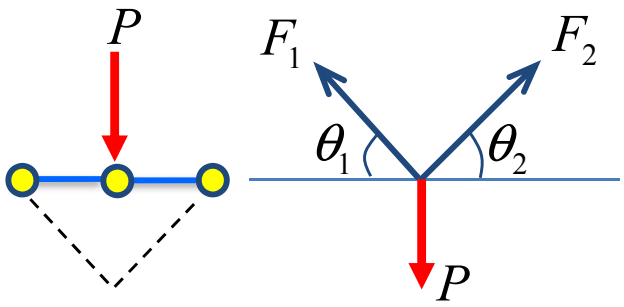


سیستم سازه‌ای ناپایدار
(ترکیب ناپایدارچون امتداد
دو میله موازی است)

اتصال یک سیستم سازه‌ای پایدار و یک گره توسط دو عضو خرپایی (میله‌ایی) که تنها نیروی محوری تحمل می‌کنند به شرط آن که راستای محورهای دو میله در یک امتداد نباشد؛ ایجاد یک ترکیب پایدار می‌نماید.



سیستم سازه‌ای پایدار
(ترکیب پایدار)



$$\sum F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad F_1 \cos\theta_1 = F_2 \cos\theta_2 \qquad (I)$$

$$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad F_1 \sin\theta_1 + F_2 \sin\theta_2 = P \qquad (II)$$

$$\theta_1 , \theta_2 \to 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} (I) \quad \Rightarrow \quad F_1 = F_2 \\ (II) \quad \Rightarrow \quad F_1\theta_1 + F_2\theta_2 = P \end{cases} \qquad (III)$$

$$(III) \quad \Rightarrow \quad F_1 = F_2 = \frac{P}{\theta_1 + \theta_2}$$

$\lim_{(\theta_1+\theta_2)\to 0} (F_1 , F_2) = \infty$ اتصالات کنده خواهد شد.

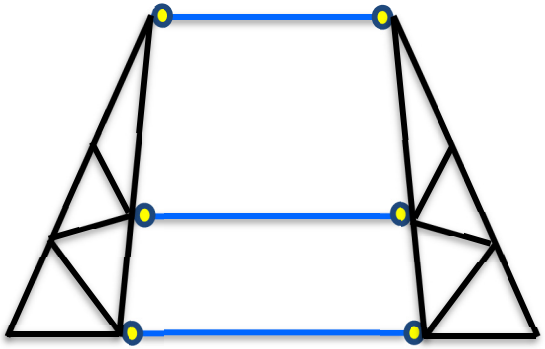
بررسی سیستم‌های سازه‌ای

پایداری سازه‌ها (Stability of Structure):

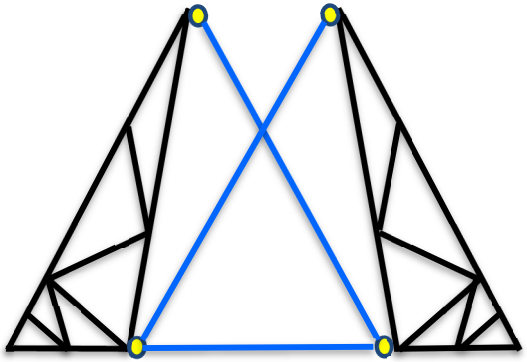
بررسی پایداری داخلی سازه‌ها

2- ترکیب پایدار دو سیستم سازه‌ای.

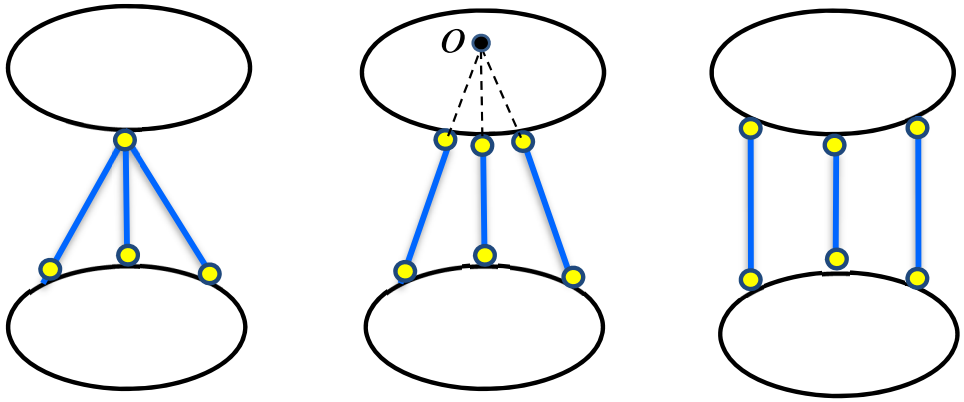
الف- توسط سه میله غیرموازی و غیرمتقارب.



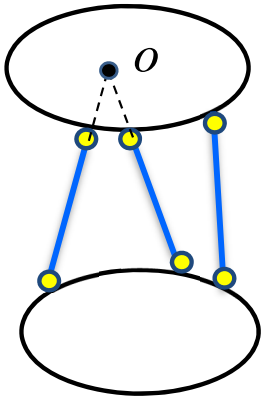
سه میله موازی (ناپایدار)



سه میله غیرموازی و غیرمتقارب (پایدار)



سه میله موازی یا متقارب (ناپایدار)



سه میله غیرموازی و غیرمتقارب (پایدار)

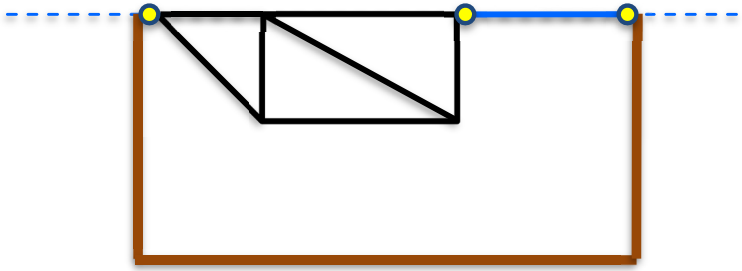
بررسی سیستم‌های سازه‌ای

پایداری سازه‌ها (Stability of Structure):

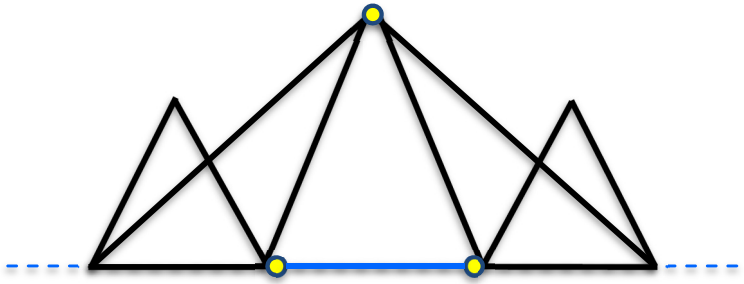
بررسی پایداری داخلی سازه‌ها

2- ترکیب پایدار دو سیستم سازه‌ای.

ب- توسط یک مفصل و یک میله (به شرط اینکه امتداد میله از داخل مفصل عبور نکند.)



امتداد میله از گره عبور می‌کند (ناپایدار)



امتداد میله از گره عبور نمی‌کند (پایدار)

نکته: هر یک مفصل نقش دو میله را بازی می‌کند.

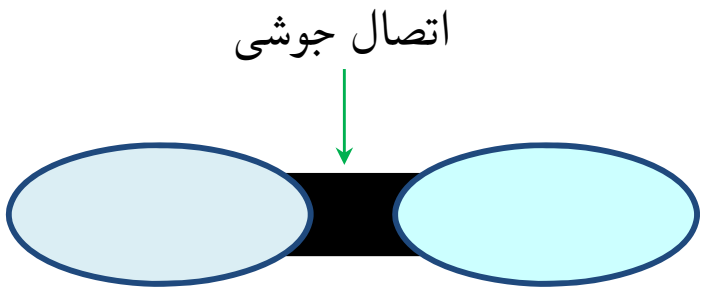
بررسی سیستم‌های سازه‌ای

پایداری سازه‌ها (Stability of Structure):

بررسی پایداری داخلی سازه‌ها

2- ترکیب پایدار دو سیستم سازه‌ای.

ج- توسط یک اتصال صلب



به کمک اتصال جوشی دو سیستم به صورت یکپارچه عمل کرده و تمام نیروهای داخلی در آن وجود دارد

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

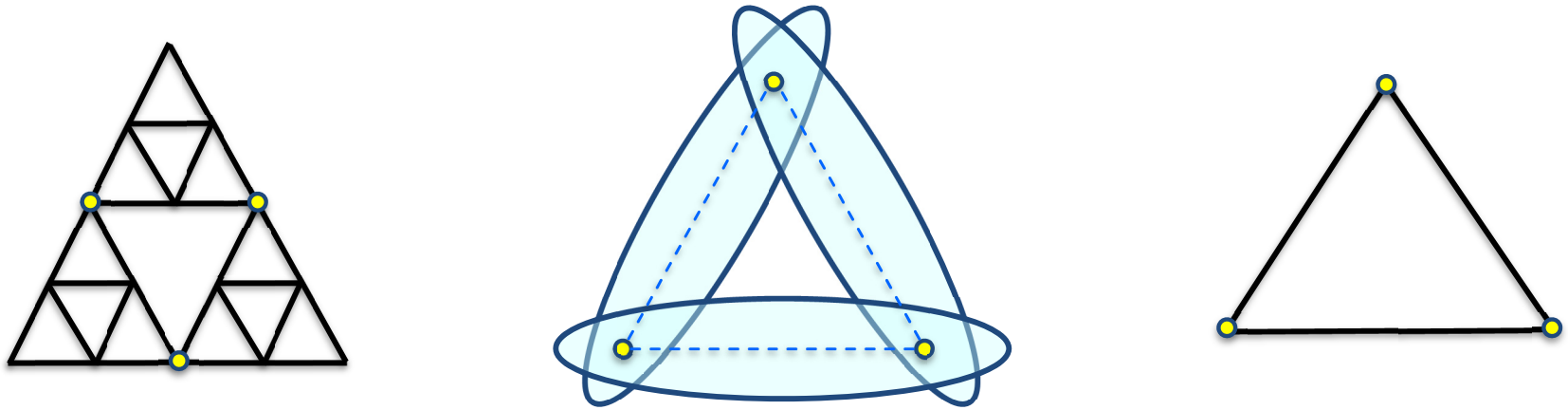
پایداری سازه‌ها (Stability of Structure):

بررسی پایداری داخلی سازه‌ها

3- ترکیب پایدار سه سیستم سازه‌ای.

الف- توسط سه مفصل که در امتداد هم نباشند.

هر مفصل دو قطعه را به گونه‌ای به یکدیگر متصل می‌کند که خط واصل سه مفصل بر روی یک خط راست قرار نگیرد.



خط واصل سه مفصل بر روی یک خط راست قرار ندارد (پایدار)

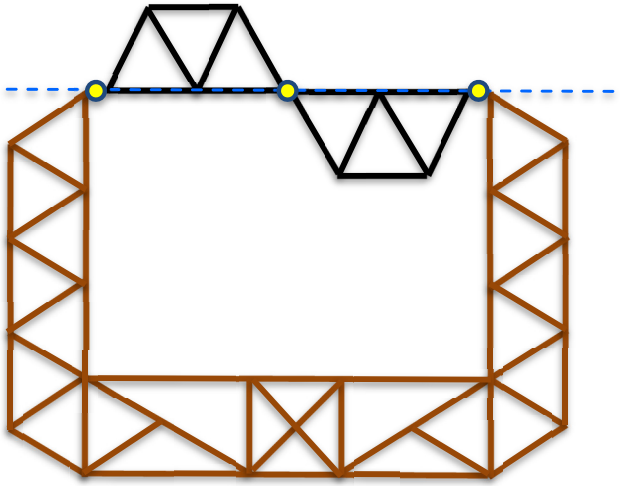
بررسی سیستم‌های سازه‌ای

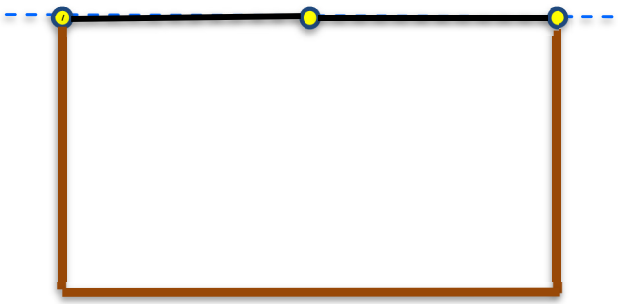
پایداری سازه‌ها (Stability of Structure):

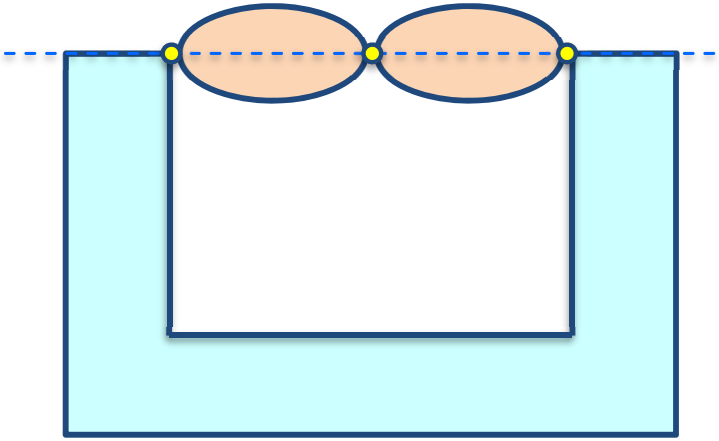
بررسی پایداری داخلی سازه‌ها

3- ترکیب پایدار سه سیستم سازه‌ای.

الف- توسط سه مفصل که در امتداد هم نباشند.







خط واصل سه مفصل بر روی یک خط راست قرار دارد (ناپایدار)

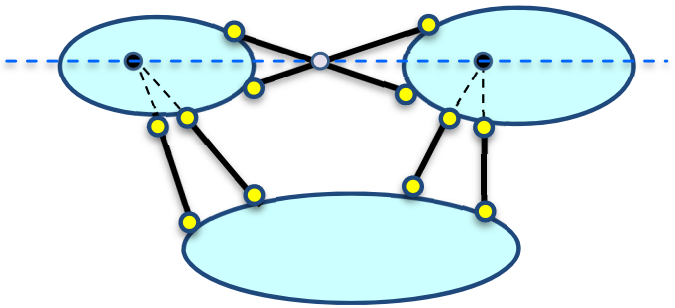
بررسی سیستم‌های سازه‌ای

پایداری سازه‌ها (Stability of Structure):

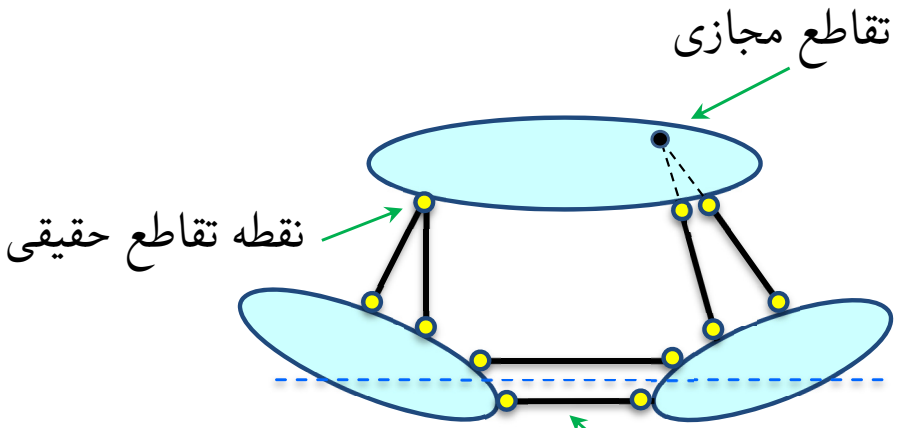
بررسی پایداری داخلی سازه‌ها

3- ترکیب پایدار سه سیستم سازه‌ای.

ب- توسط شش میله: هر دو میله دو جسم صلب را به همدیگر وصل می‌کند؛ مشروط بر آن که محل برخورد راستای هر دو میله (نقطه تقاطع مجازی) و محل برخورد دو میله (نقطه تقاطع حقیقی) بر روی یک خط راست قرار نگیرند. همچنین حداقل چهار میله از این شش میله با یکدیگر موازی نباشند.



نقاط تقاطع حقیقی و مجازی بر روی یک خط راست قرار می‌گیرد (ناپایدار)



نقاط تقاطع حقیقی و مجازی بر روی یک خط راست قرار نمی‌گیرد (پایدار)

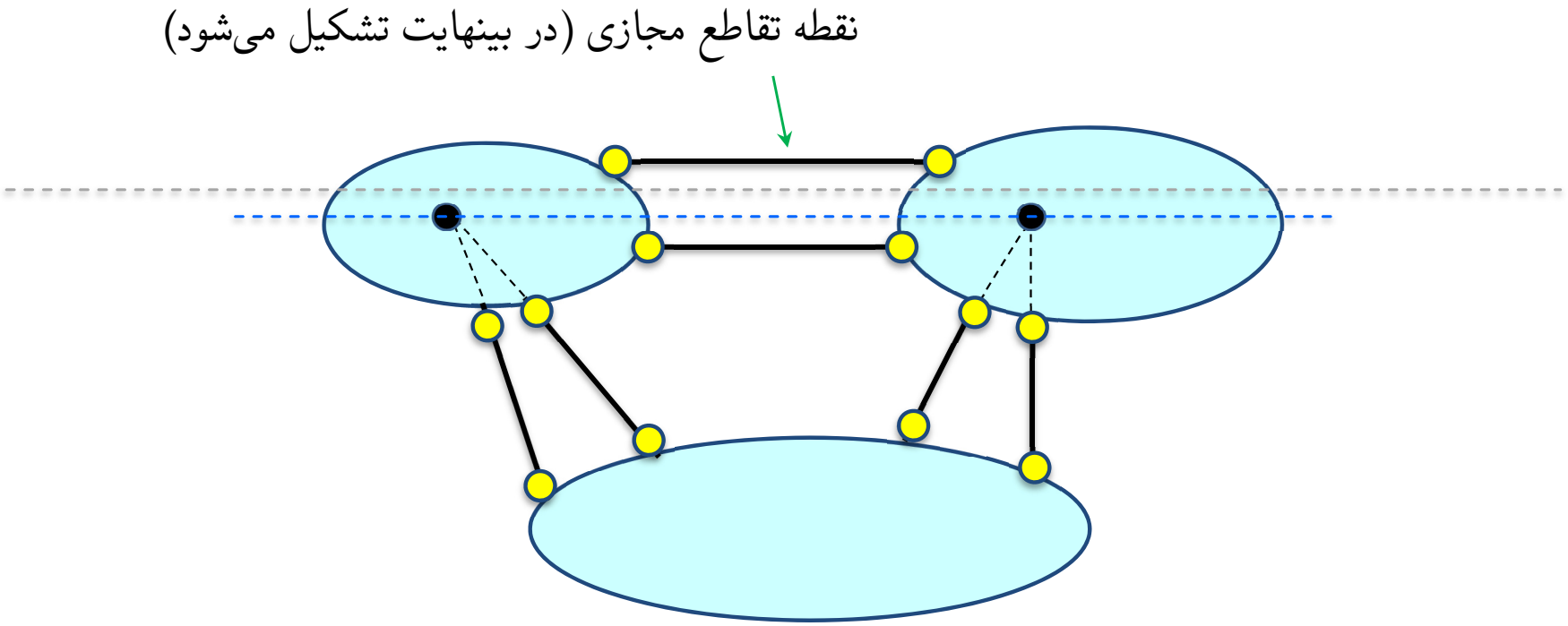
بررسی سیستم‌های سازه‌ای

پایداری سازه‌ها (Stability of Structure):

بررسی پایداری داخلی سازه‌ها

3- ترکیب پایدار سه سیستم سازه‌ای.

ب- توسط شش میله:



نقاط تقاطع مجازی بر روی یک خط راست قرار می‌گیرد زیرا دو خط موازی در بینهایت همدیگر را قطع می‌کنند (ناپایدار)

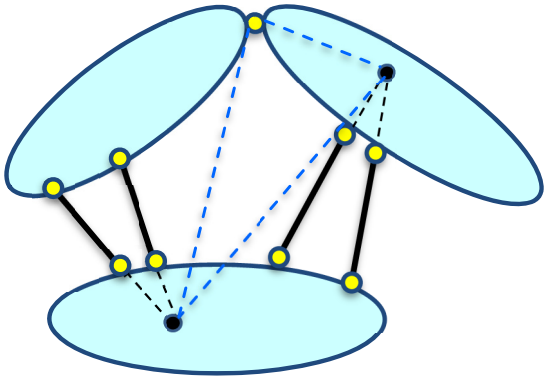
بررسی سیستم‌های سازه‌ای

پایداری سازه‌ها (Stability of Structure):

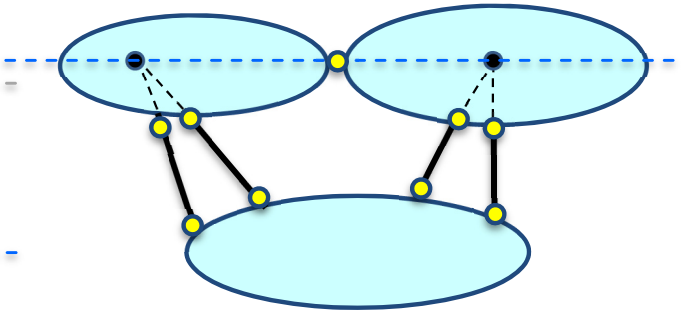
بررسی پایداری داخلی سازه‌ها

3- ترکیب پایدار سه سیستم سازه‌ای.

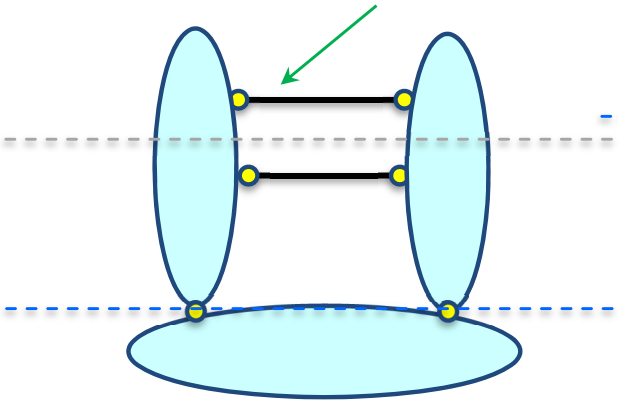
ج- توسط ترکیبی از میله‌ها و مفصل‌ها: هر یک مفصل نقش دو میله را بازی می‌کند. نقاط تقاطع مجازی، حقیقی و مفصل بر روی یک خط راست قرار نگیرند.



نقاط تقاطع حقیقی، مجازی و مفصل بر روی یک خط راست قرار ندارد (پایدار)



نقاط تقاطع حقیقی، مجازی و مفصل بر روی یک خط راست قرار دارد (ناپایدار)



بررسی سیستم‌های سازه‌ای

پایداری سازه‌ها (Stability of Structure):

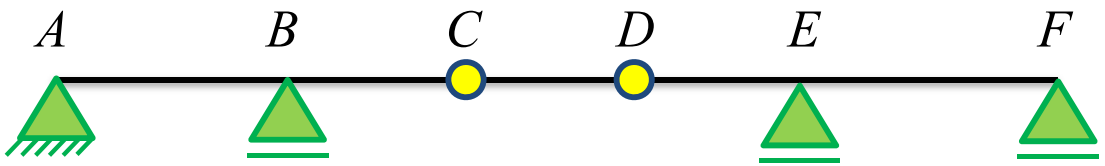
مراحل گام به گام روش کلاسیک برای بررسی پایداری سازه:

- گام اول: تشخیص واحدهای صلب تشکیل دهنده‌ی سازه.
- گام دوم: بررسی اتصال واحدهای صلب به یکدیگر و تشخیص واحدهای صلب بزرگتر.
- گام سوم: بررسی آن که واحدهای صلب ایجاد شده در گام‌های اول و دوم شرط لازم و کافی را برای تثبیت به زمین داشته‌اند یا خیر. در صورتی که هر واحد صلب انتخابی پیدا شود که شرایط لازم و کافی را برای اتصال به زمین داشته باشد در این حالت آن واحد صلب پایدار و تثبیت شده بود و هر نقطه متعلق به این واحد صلب، حکم زمین را پیدا می‌کند (یعنی نقطه‌ایی ثابت). از این نقاط می‌توان برای بررسی تثبیت سایر واحدها استفاده نمود.
- گام چهارم: در صورتی که نتوان از روش کلاسیک برای پایداری سازه استفاده نمود در این حالت از روش‌های برمبنای انرژی (درس پایداری سازه‌ها) می‌توان به منظور بررسی پایداری سازه‌ها استفاده نمود.

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

پایداری سازه‌ها (Stability of Structure):

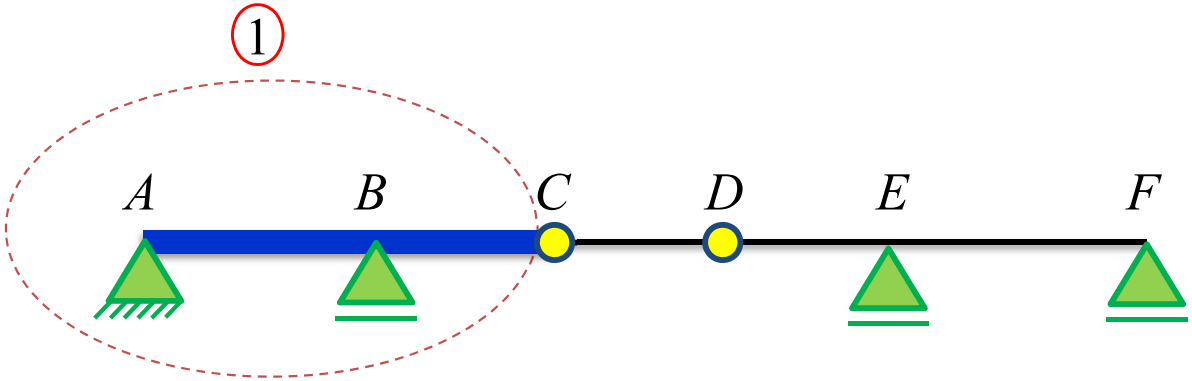
مثال 1- پایداری سازه نشان داده را بررسی نمایید.



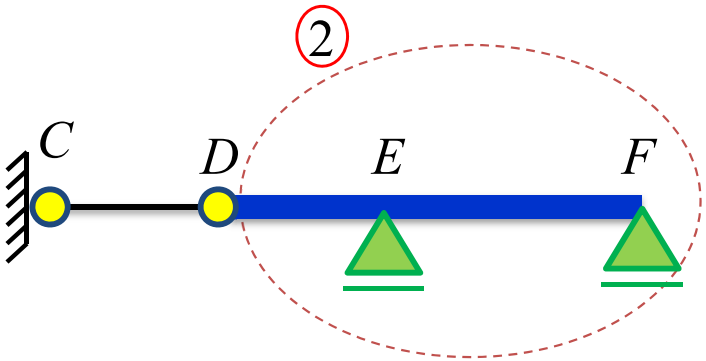
بررسی سیستم‌های سازه‌ای

پایداری سازه‌ها (Stability of Structure):

حل مثال 1-



میله ABC تشکیل واحد صلب 1 را می‌دهد. زیرا توسط 3 قید تکیه‌گاهی غیرموازی و غیرمتقارب به زمین تثبیت شده است. در نتیجه نقطه‌ی C ثابت می‌باشد و انگار نقش زمین را ایفا می‌کند.

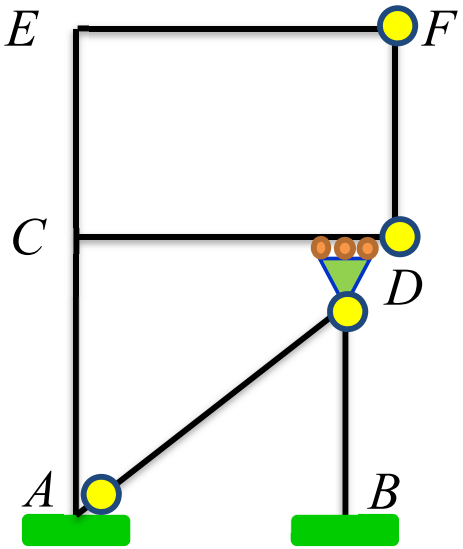


میله DEF تشکیل واحد صلب 2 را می‌دهد. زیرا توسط 3 قید تکیه‌گاهی غیرموازی و غیرمتقارب (دو تکیه‌گاه غلتکی و یک تکیه‌گاه میله‌ای) به زمین تثبیت شده است. بنابراین در کل سیستم پایدار است.

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

پایداری سازه‌ها (Stability of Structure):

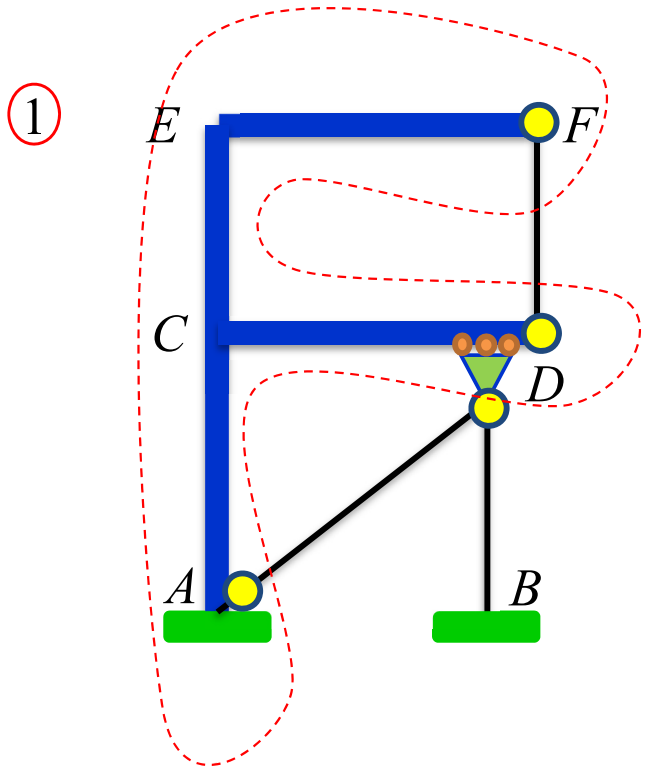
مثال 2- پایداری سازه نشان داده را بررسی نمایید.



بررسی سیستم‌های سازه‌ای

پایداری سازه‌ها (Stability of Structure):

حل مثال 2-

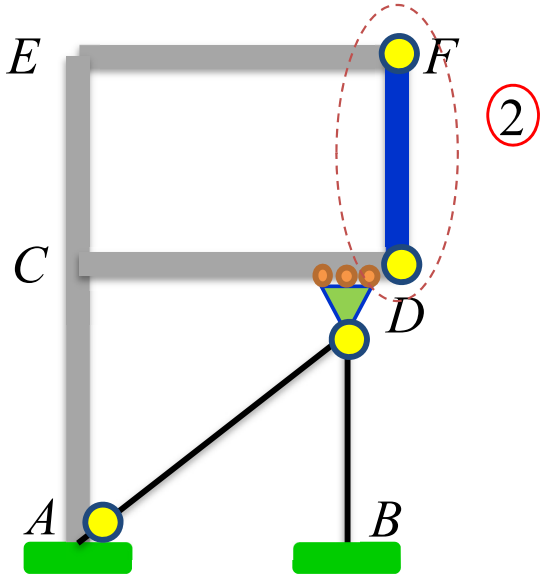


قاب F شکل تشکیل واحد صلب 1 را می‌دهد. زیرا توسط 3 قید تکیه‌گاهی غیرموازی و غیرمتقارب به زمین تثبیت شده است. در نتیجه نقطه‌های F و D ثابت می‌باشند و انگار نقش زمین را ایفا می‌کنند.

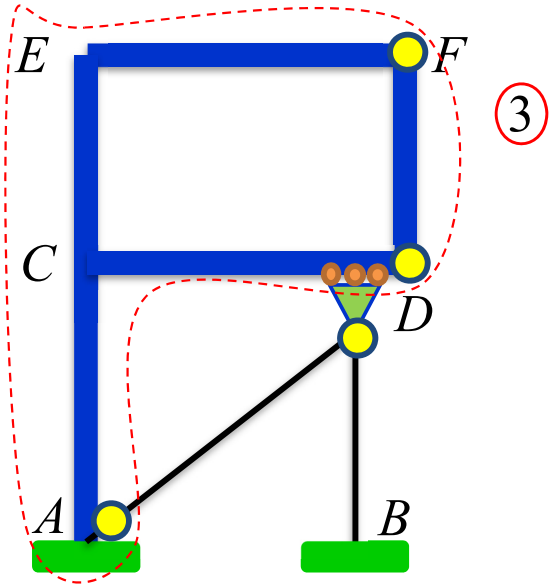
بررسی سیستم‌های سازه‌ای

پایداری سازه‌ها (Stability of Structure):

حل مثال 2-



میله FD تشکیل واحد صلب 2 را می‌دهد. زیرا توسط دو تکیه‌گاه مفصلی (با 4 قید تکیه‌گاهی غیرموازی و غیرمتقارب) در نقاط F و D که نقش زمین را دارند تثبیت شده‌اند.

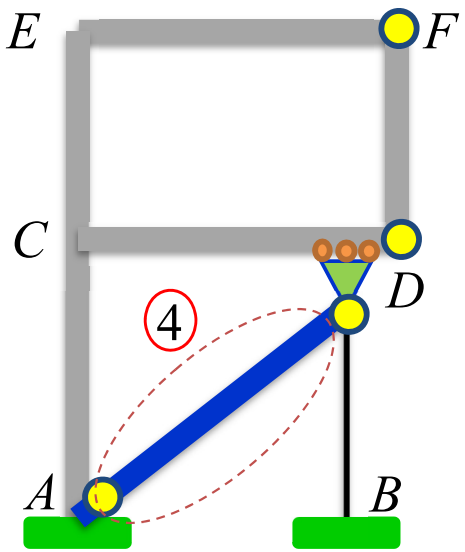


واحدهای صلب 1 و 2 تشکیل واحد صلب بزرگتر 3 را می‌دهند.

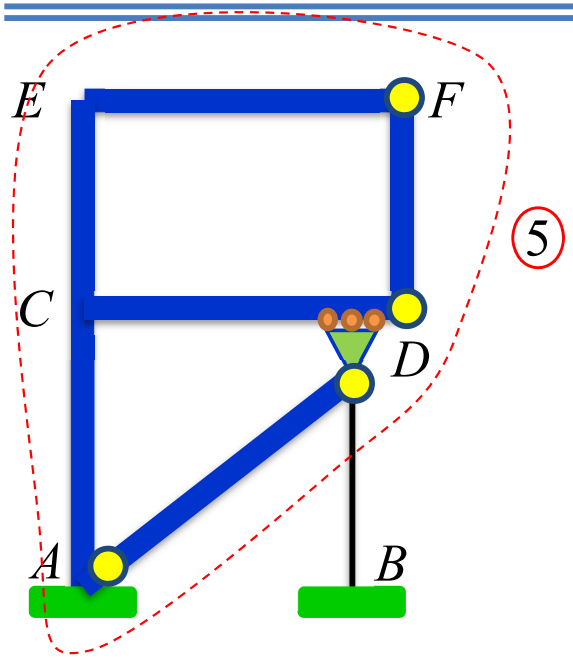
بررسی سیستم‌های سازه‌ای

پایداری سازه‌ها (Stability of Structure):

حل مثال 2-



میله AD تشکیل واحد صلب 4 را می‌دهد. زیرا توسط یک مفصل (دو قید) و یک غلتک (یک قید) به طوری که قید ناشی از غلتک از مفصل عبور نمی‌کند به زمین تثبیت شده است.

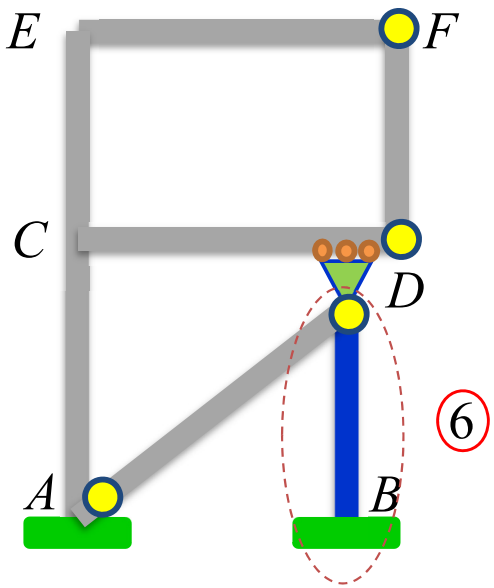


واحدهای صلب 3 و 4 تشکیل واحد صلب بزرگتر 5 را می‌دهند.

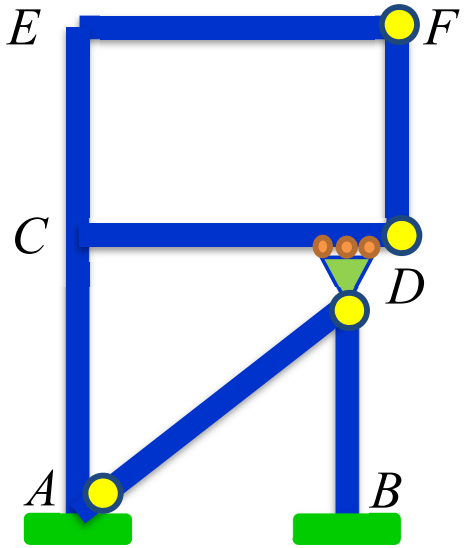
بررسی سیستم‌های سازه‌ای

پایداری سازه‌ها (Stability of Structure):

حل مثال 2-



میله BD تشکیل واحد صلب 6 را می‌دهد. زیرا توسط قید لازم و کافی (تکیه‌گاه گیردار) به زمین متصل شده است.

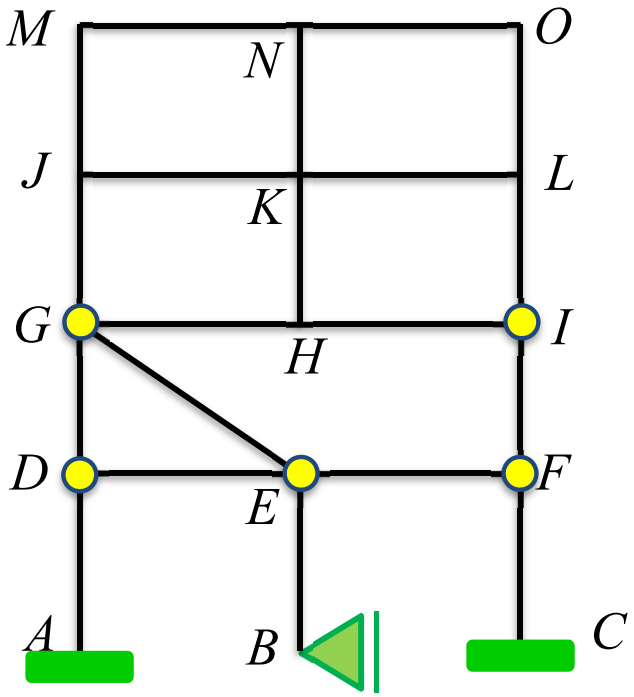


واحدهای صلب 5 و 6 تشکیل واحد صلب بزرگتری را می‌دهند. بنابراین در کل سیستم پایدار است.

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

پایداری سازه‌ها (Stability of Structure):

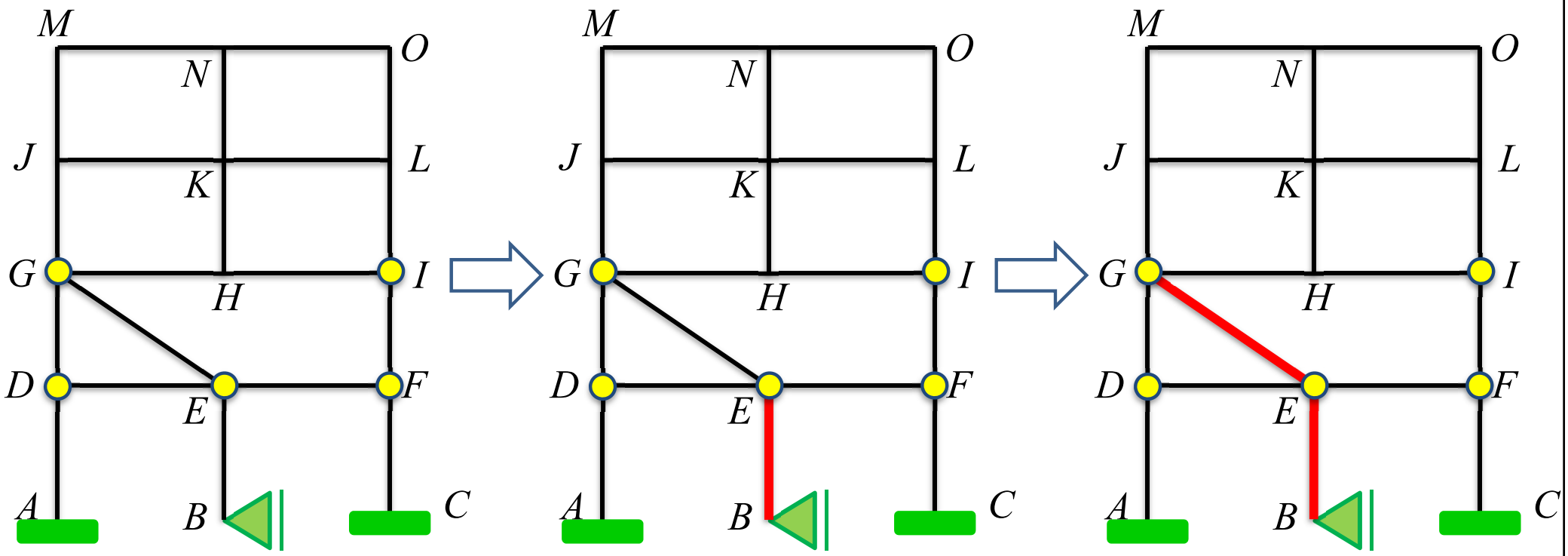
مثال 3- پایداری سازه نشان داده را بررسی نمایید.



بررسی سیستم‌های سازه‌ای

پایداری سازه‌ها (Stability of Structure):

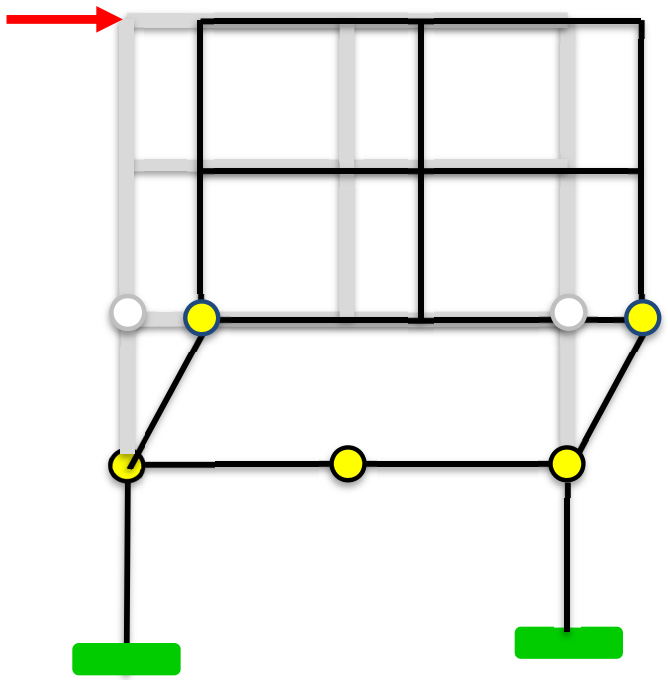
حل مثال 3-



بررسی سیستم‌های سازه‌ای

پایداری سازه‌ها (Stability of Structure):

حل مثال 3-

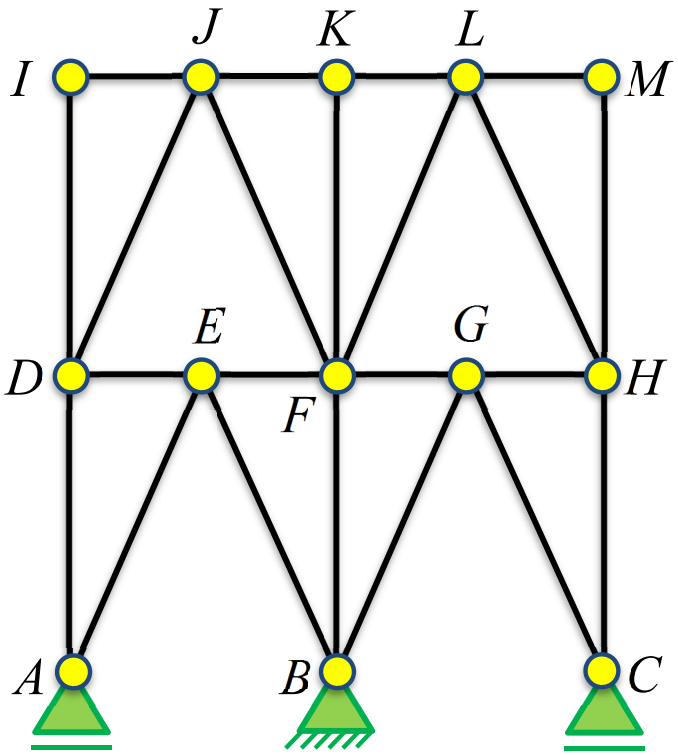


اگر یک نیروی افقی مانند شکل به سازه وارد گردد؛ در تراز طبقه دوم هیچ نیروی مقاوم افقی وجود نخواهد داشت. بنابراین سازه ناپایدار است.

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

پایداری سازه‌ها (Stability of Structure):

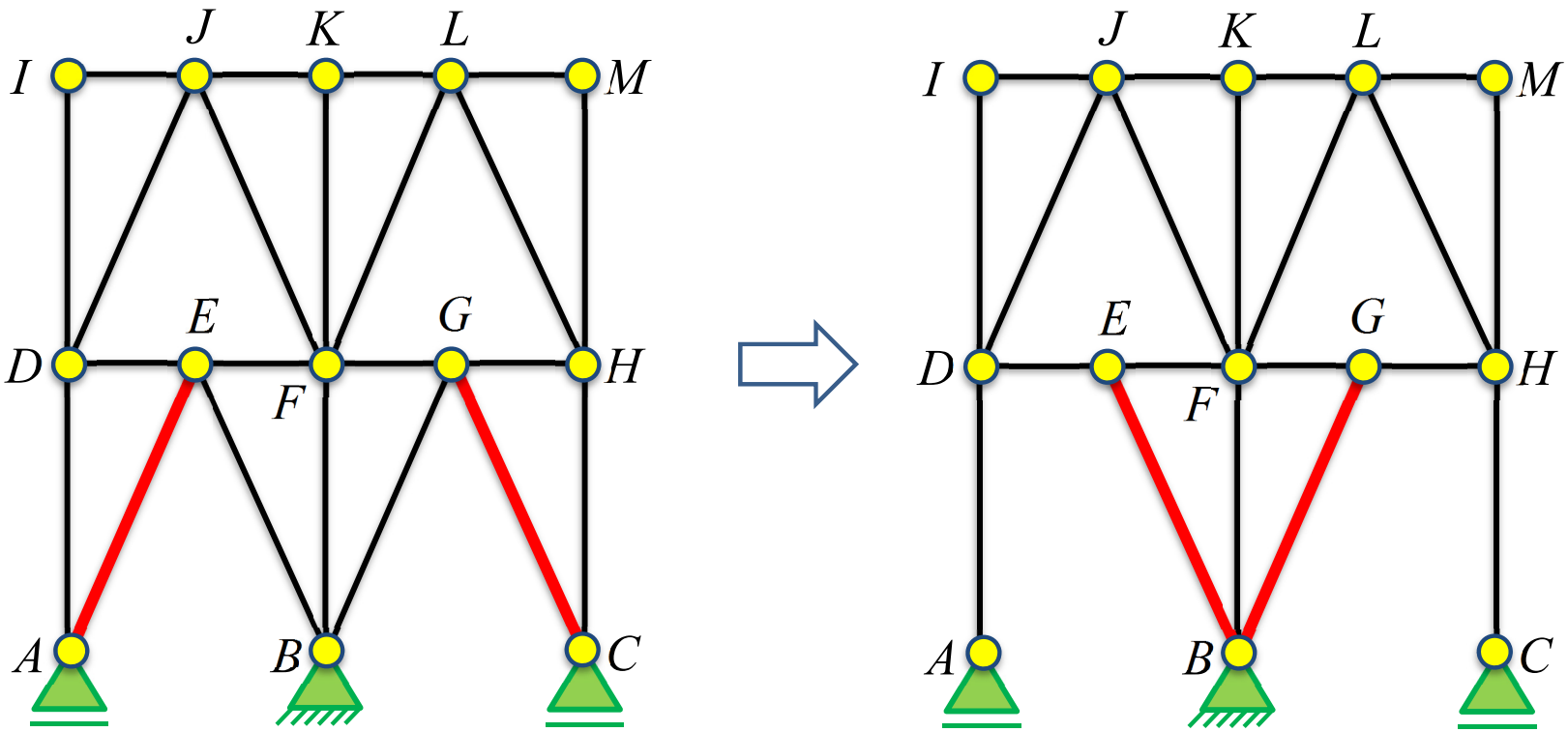
مثال 4- پایداری سازه نشان داده را بررسی نمایید.



بررسی سیستم‌های سازه‌ای

پایداری سازه‌ها (Stability of Structure):

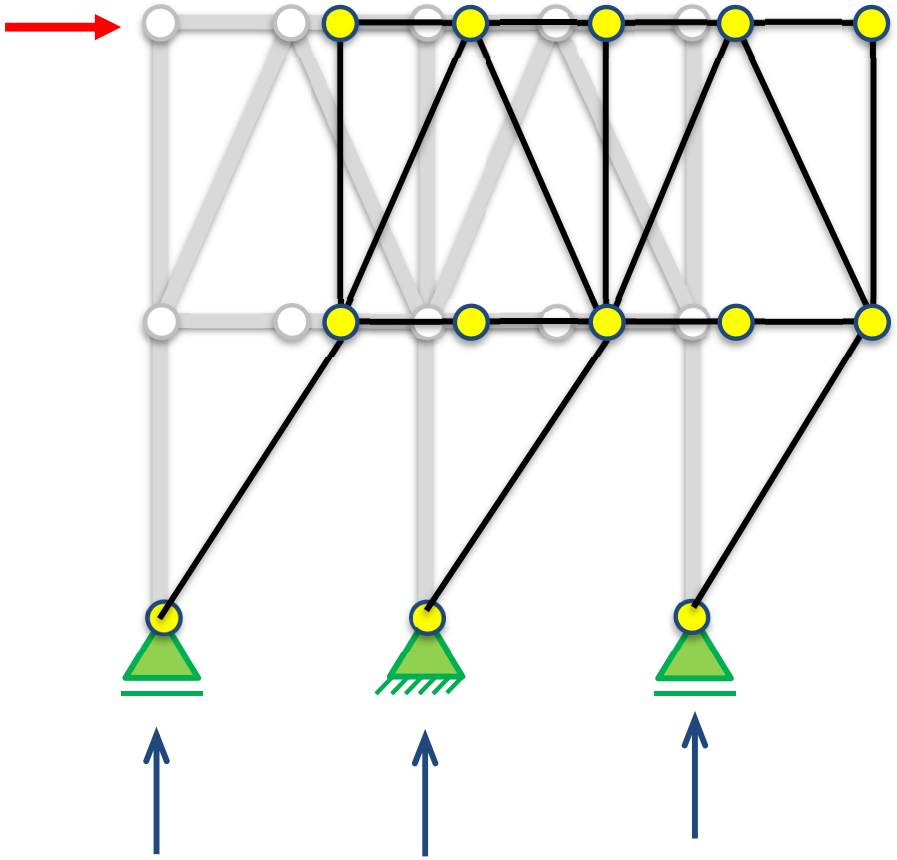
حل مثال 4-



بررسی سیستم‌های سازه‌ای

پایداری سازه‌ها (Stability of Structure):

حل مثال 4-

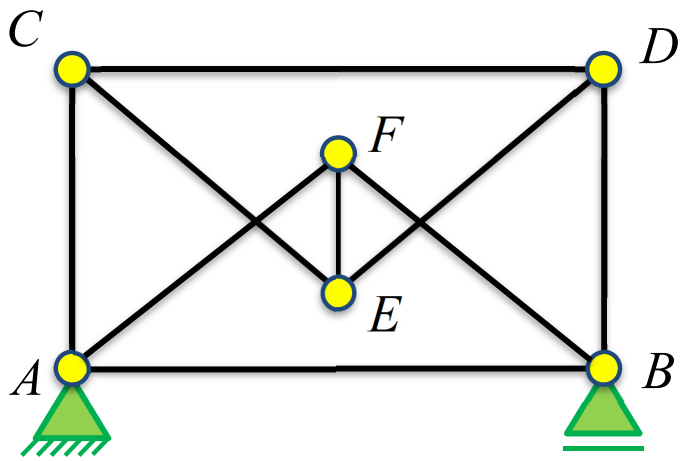


اگر یک نیروی افقی مانند شکل به سازه وارد گردد؛ سازه دارای سه واکنش موازی است. بنابراین سازه ناپایدار است.

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

پایداری سازه‌ها (Stability of Structure):

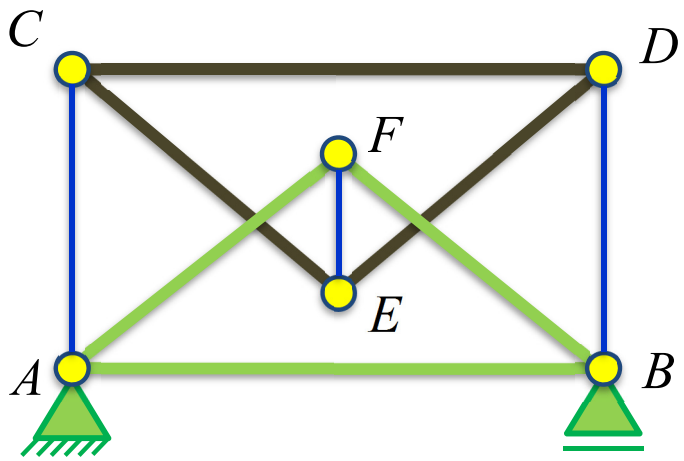
مثال 5- پایداری سازه نشان داده را بررسی نمایید.



بررسی سیستم‌های سازه‌ای

پایداری سازه‌ها (Stability of Structure):

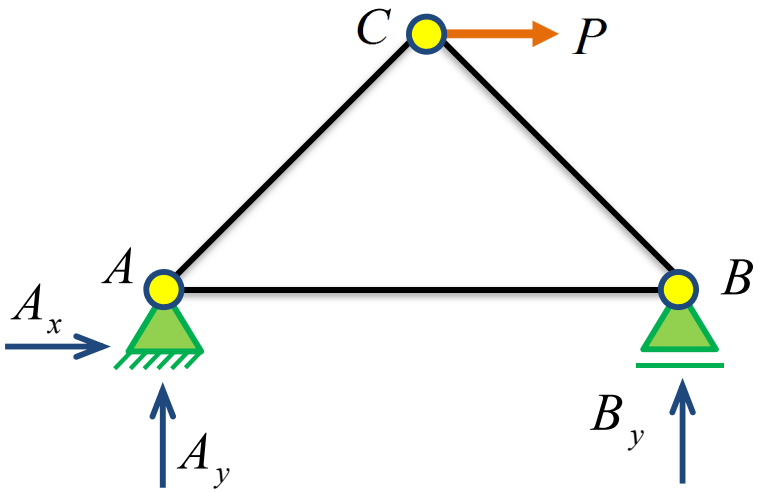
حل مثال 5-



بررسی سیستم‌های سازه‌ای

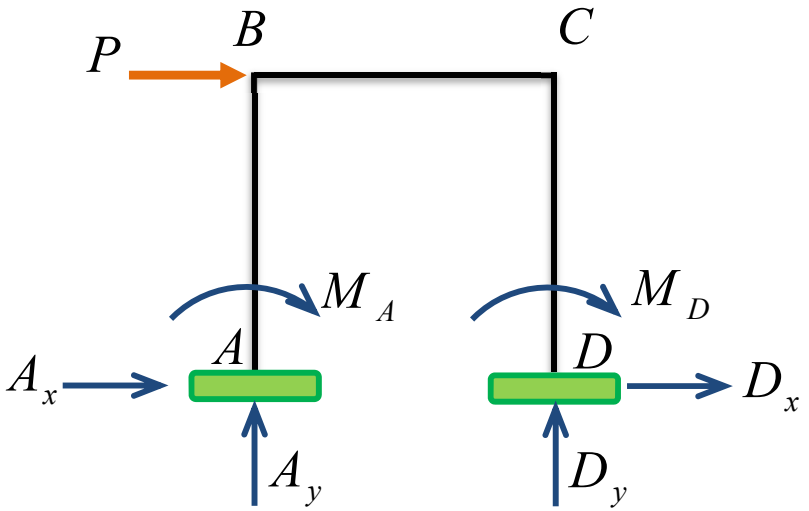
معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):

سازه‌ایی معین است که تعداد روابط تعادل استاتیکی کافی برای تعیین عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی و نیروهای داخلی اعضا موجود باشد. روابط تعادل استاتیکی می‌تواند شامل معادلات ایستایی خارجی کل سازه و معادلات ایستایی قطعات تشکیل‌دهنده‌ی سازه باشند.



$$\begin{cases} \sum M\ /A = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum F_x = 0 \end{cases} \Rightarrow (A_x\ , A_y\ , B_y) = \surd$$

سه معادله سه مجهول (معین)



$$\begin{cases} \sum M\ /A = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum F_x = 0 \end{cases} \Rightarrow (A_x\ , A_y\ , M_A\ , D_x\ , D_y\ , M_D) = ?$$

سه معادله شش مجهول (نامعین)

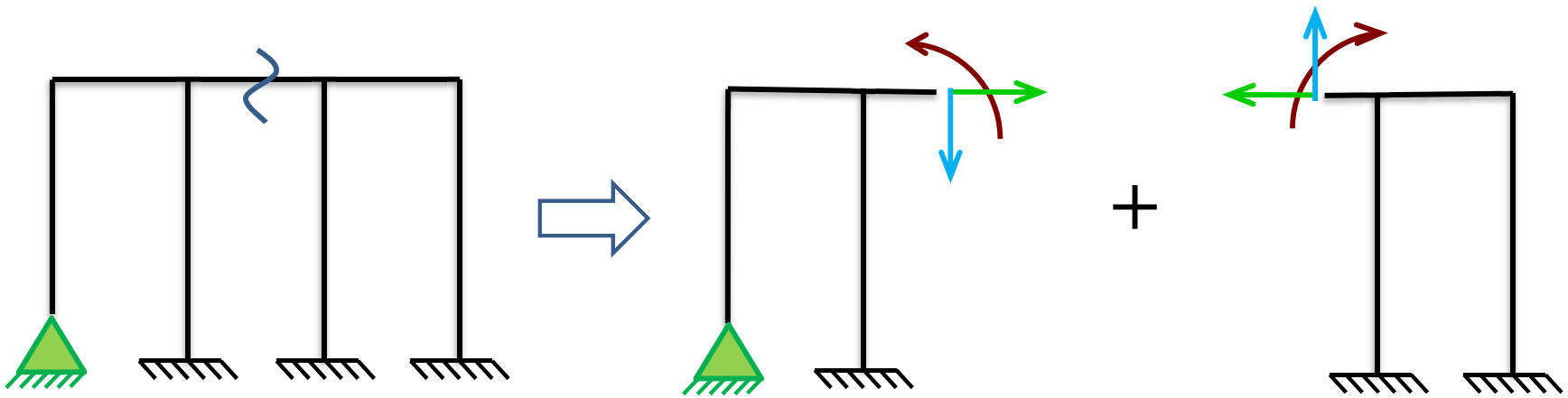
نکته: با توجه به اینکه سازه‌ی ناپایدار قابلیت تحمل بار را ندارد لذا بحث در مورد معینی یا نامعینی در یک سازه‌ی ناپایدار مفهومی ندارد و بی‌معنی می‌باشد.

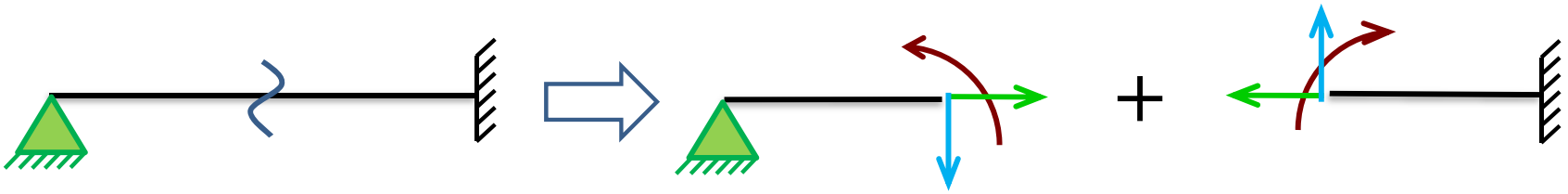
بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):

سازه باز:

هرگاه با قطع هر عضو دلخواه، سازه به دو بخش مجزا از یکدیگر تقسیم شود سازه باز نامیده می‌شود.



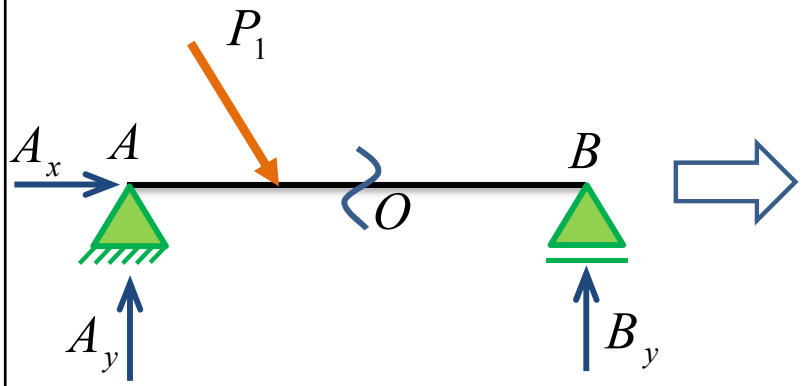


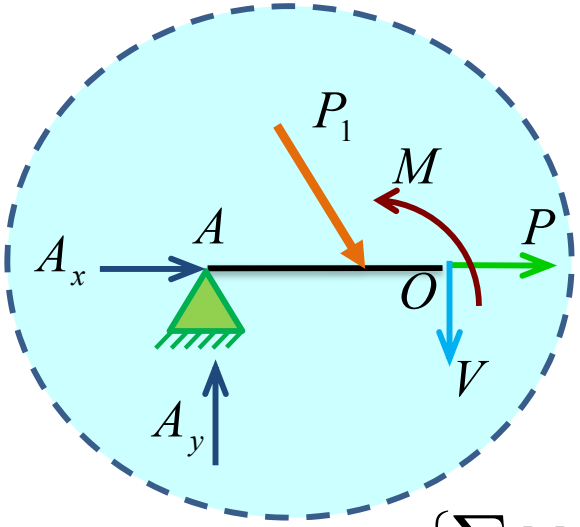
بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):

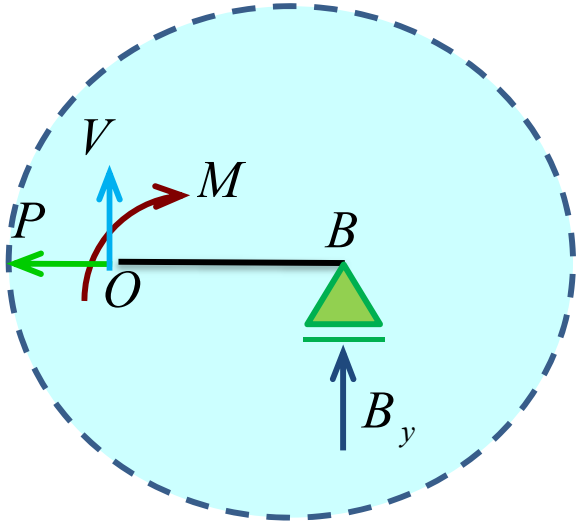
سازه باز

سازه‌های باز از نظر داخلی همواره معین می‌باشند؛ چون با قطع هر عضو تنها سه مجهول وجود دارد. با جداسازی قطعه جداشده سه معادله برای تعیین سه مجهول داخلی موجود است. پس نامعینی سازه‌ی باز فقط به دلیل نامعین بودن خارجی ممکن است اتفاق بیافتد. بنابراین، اگر سازه از لحاظ خارجی معین باشد یعنی واکنش‌های تکیه‌گاهی معین باشند قطعاً سازه‌ی باز از نظر داخلی معین خواهد بود.





یا



$$\begin{cases} \sum M\ /A = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum F_x = 0 \end{cases} \Rightarrow (A_x\ , A_y\ , B_y) = \checkmark$$

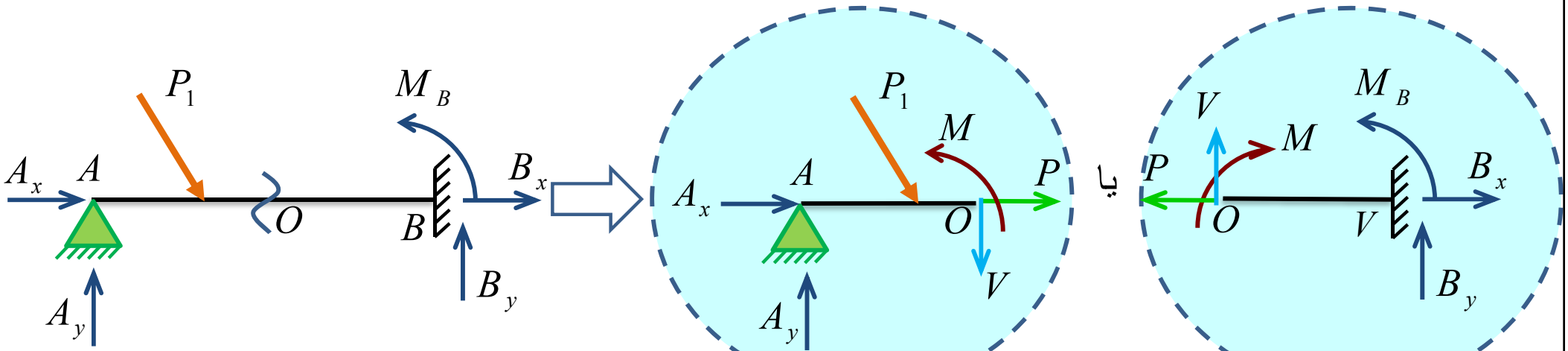
سه معادله سه مجهول (معین)

$$\begin{cases} \sum M\ /O = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum F_x = 0 \end{cases} \Rightarrow (P\ , V\ , M) = \checkmark$$

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):

سازه باز



$$\begin{cases} \sum M\ /A = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum F_x = 0 \end{cases} \Rightarrow (A_x\ , A_y\ , B_x\ , B_y\ , M_B) = ?$$

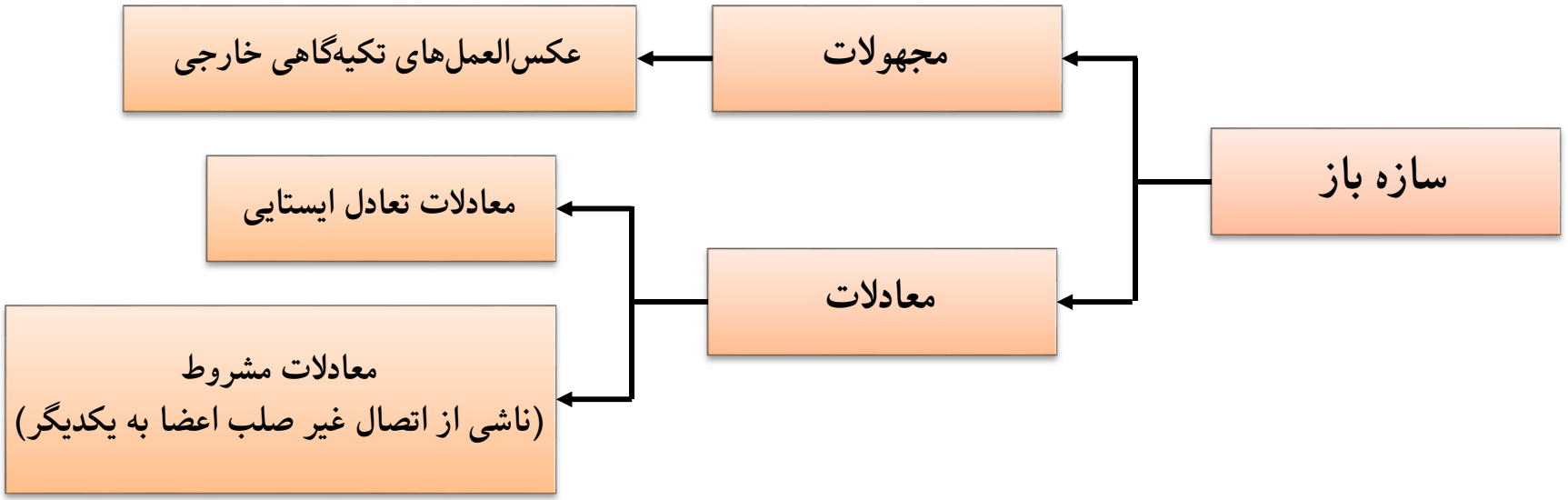
سه معادله پنج مجهول (نامعین خارجی)

$$\begin{cases} \sum M\ /O = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum F_x = 0 \end{cases} \Rightarrow (P\ , V\ , M) = ?$$

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):

سازه باز: به منظور بررسی درجه نامعینی یک سازه باز باید تعداد مجهولات و معادلات با یکدیگر مقایسه شوند.



$$\text{درجه نامعینی (DOI)} = \text{تعداد مجهولات} - \text{تعداد معادلات}$$

سازه در صورت پایداری **معین** است.	$DOI = 0$	$\Rightarrow$	معادلات	= مجهولات
سازه در صورت پایداری **نامعین** است.	$DOI > 0$	$\Rightarrow$	معادلات	> مجهولات
سازه **ناپایدار ایستایی** می‌باشد.	$DOI < 0$	$\Rightarrow$	معادلات	< مجهولات

DOI: degree of indeterminacy

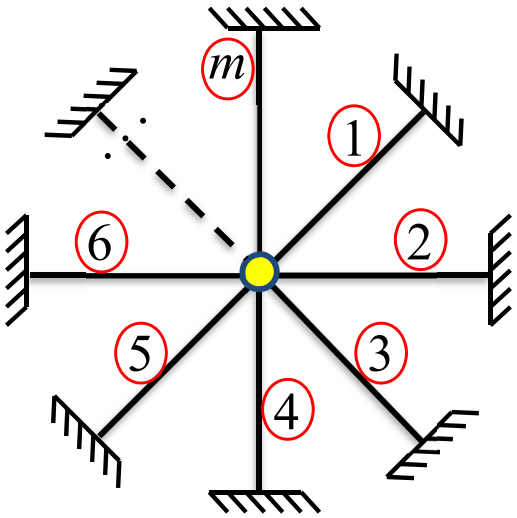
بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):

سازه باز- معادلات مشروط

الف- اتصال مفصلی چند عضو به یکدیگر:

در شکل روبه رو m عضو به یکدیگر مفصل شده‌اند. تعداد معادلات شرطی C=m-1 است. علت آن که C=m-1 می‌باشد و C=m نیست آن است که چنانچه m عضو در یک گره به یکدیگر متصل شده باشند؛ اگر تعادل لنگرها را در آن گره بنویسیم نتیجه می‌شود که مجموع لنگرها در آن گره برابر با صفر است. بنابراین با معلوم بودن لنگر m-1 عضو در آن گره لنگر عضو mام نیز معلوم می‌شود. در این اتصال مفصلی با صفر بودن لنگر m-1 عضو در مفصل، لنگر عضو m نیز بالاجبار باید برابر با صفر باشد؛ و بنابراین تعداد شرایط ما C=m-1 است نه C=m.



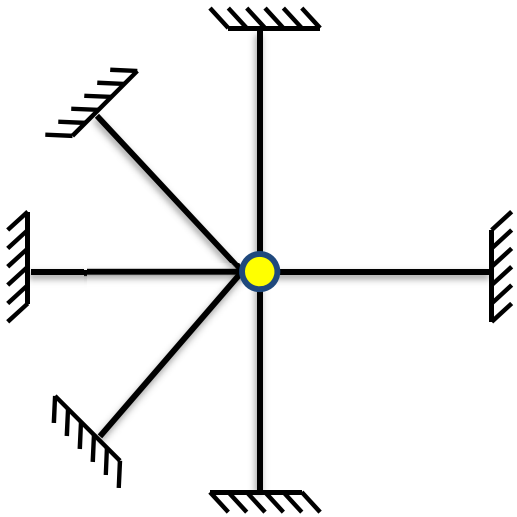
$$C = m - 1 \quad (1)$$

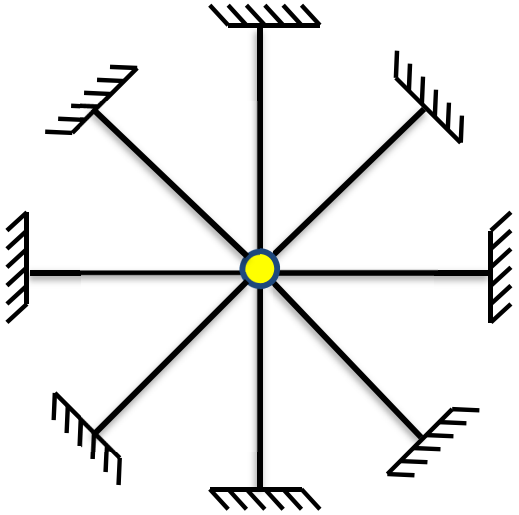
C: conditional equations
m: number of members

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):

مثال 6- در سازه‌های نشان داده شده در شکل زیر تعداد معادلات مشروط را تعیین نمایید.

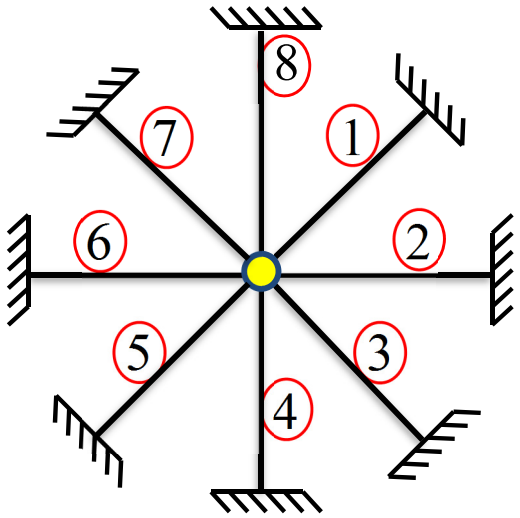


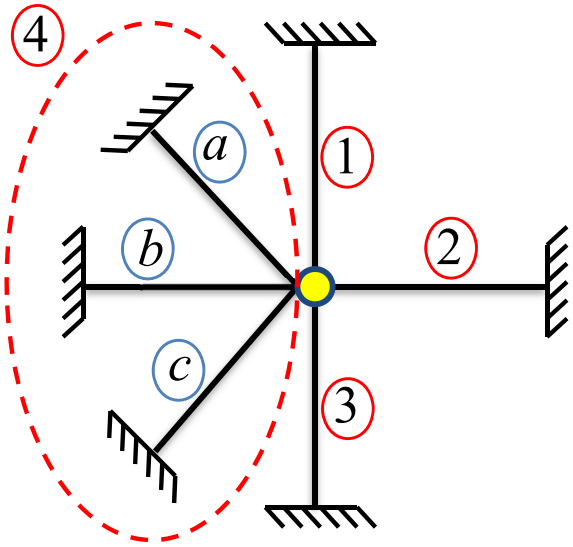


بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):

پاسخ مثال 6-





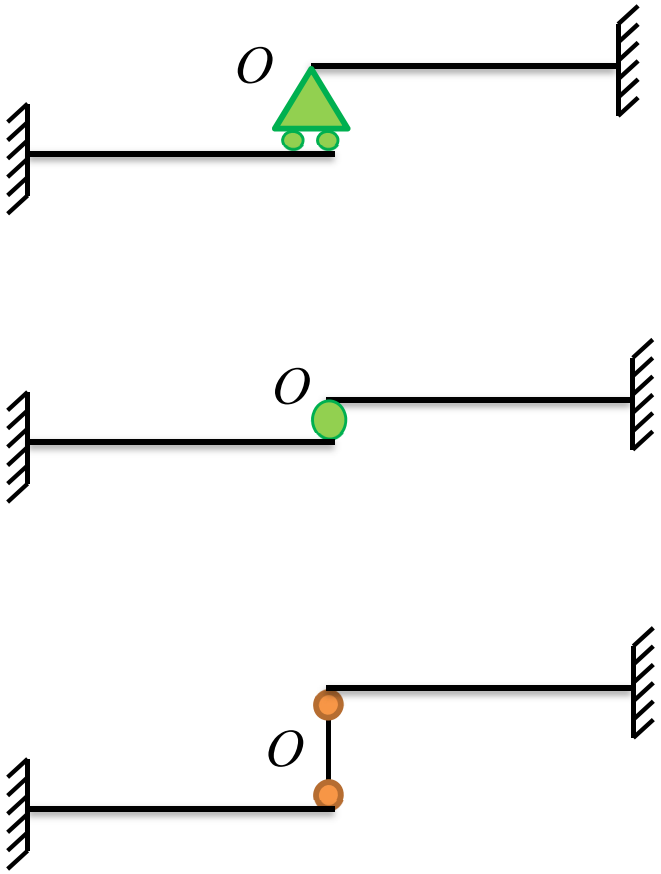
سه عضو a، b و c قبل از آن که وارد مفصل شوند با اتصال صلب به یکدیگر متصل شده‌اند. بنابراین مانند یک عضو صلب کار می کنند. در نتیجه مجموع این سه عضو را مانند یک عضو در نظر می‌گیریم:

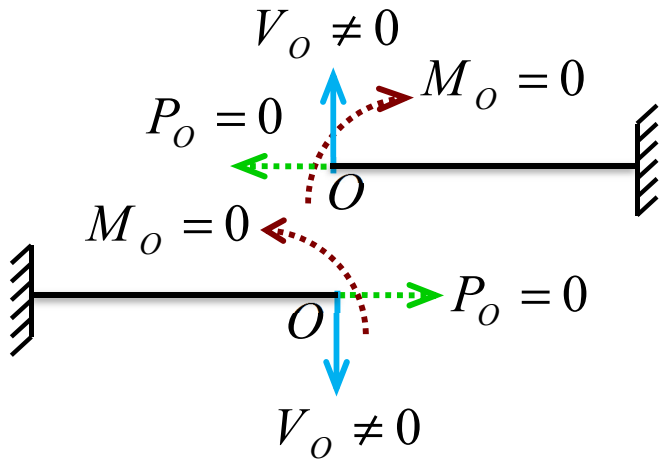
بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):

سازه باز- معادلات مشروط

ب- اتصال غلتکی دو عضو به یکدیگر:





$$\begin{cases} P_O = 0 \\ M_O = 0 \\ V_O \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \boxed{C = 2}$$

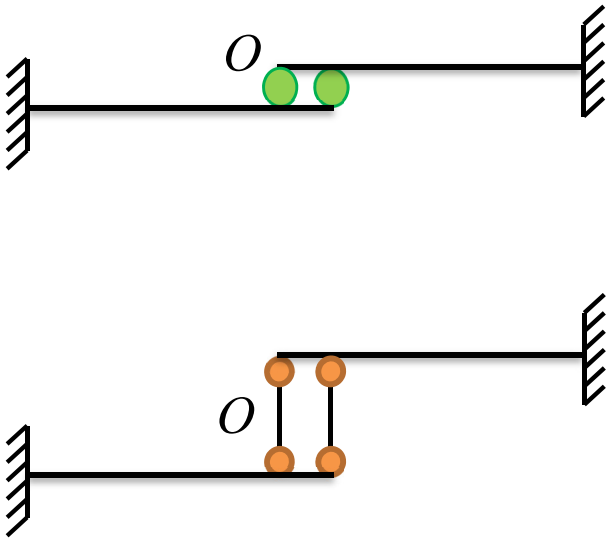
دو معادله مشروط دارد

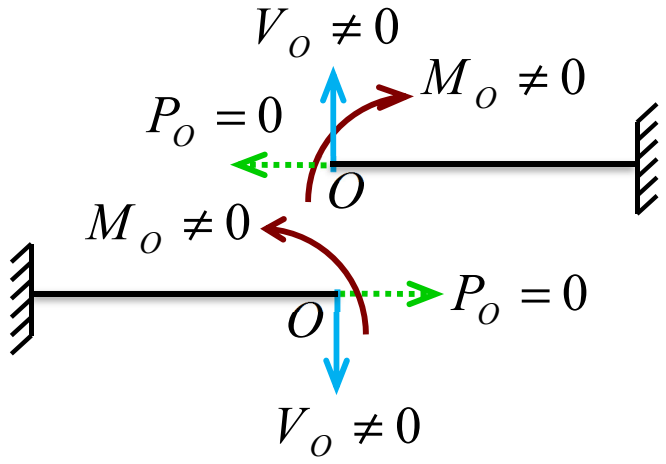
بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):

سازه باز- معادلات مشروط

ج- اتصال شیاری دو عضو به یکدیگر:





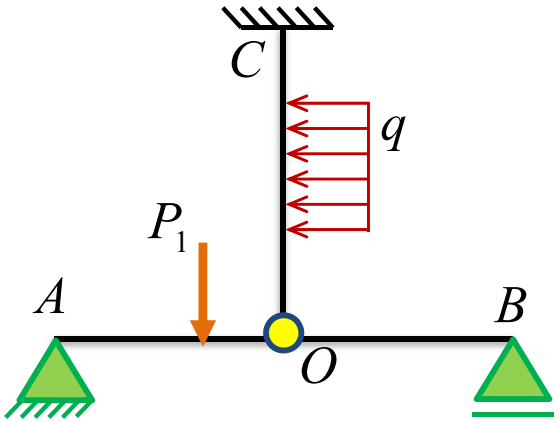
$$\begin{cases} P_O = 0 \\ M_O \neq 0 \\ V_O \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \boxed{C = 1}$$

یک معادله مشروط دارد

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):

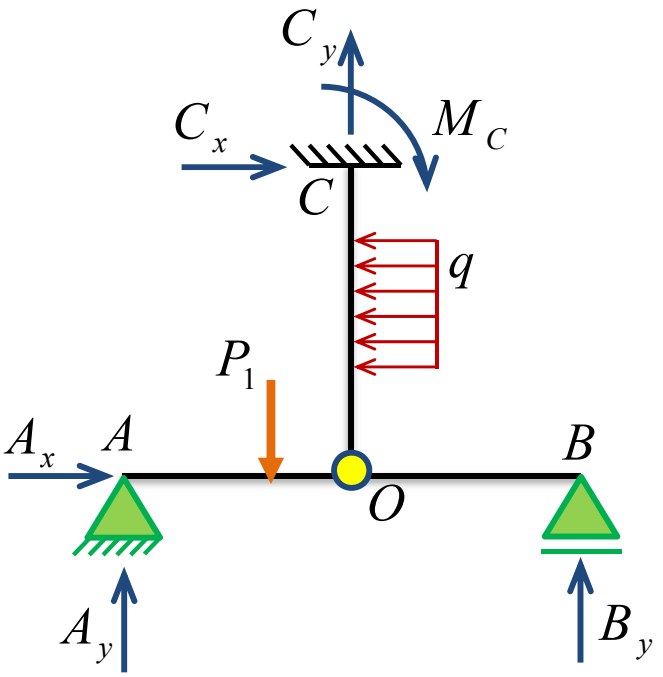
مثال 7- درجه نامعینی سازه نشان داده شده را محاسبه نمایید.

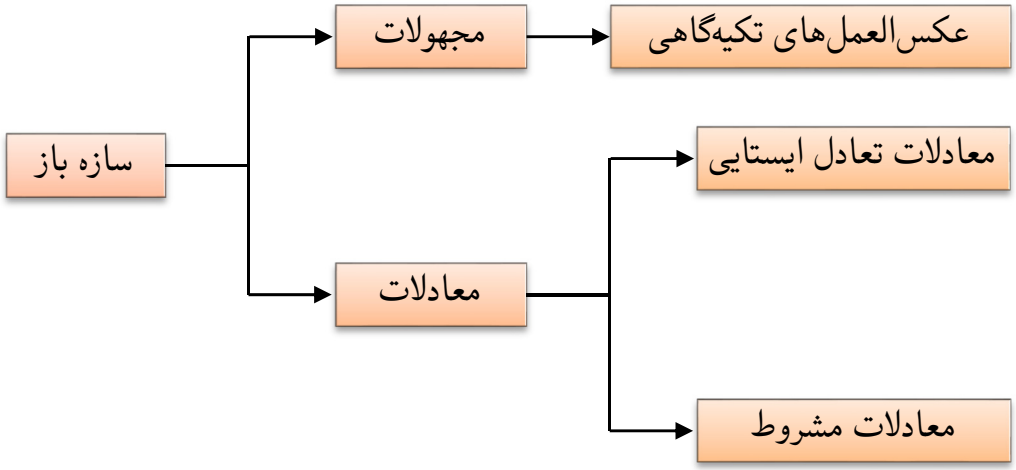


بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه:

حل مثال 7-





$\Rightarrow$ □

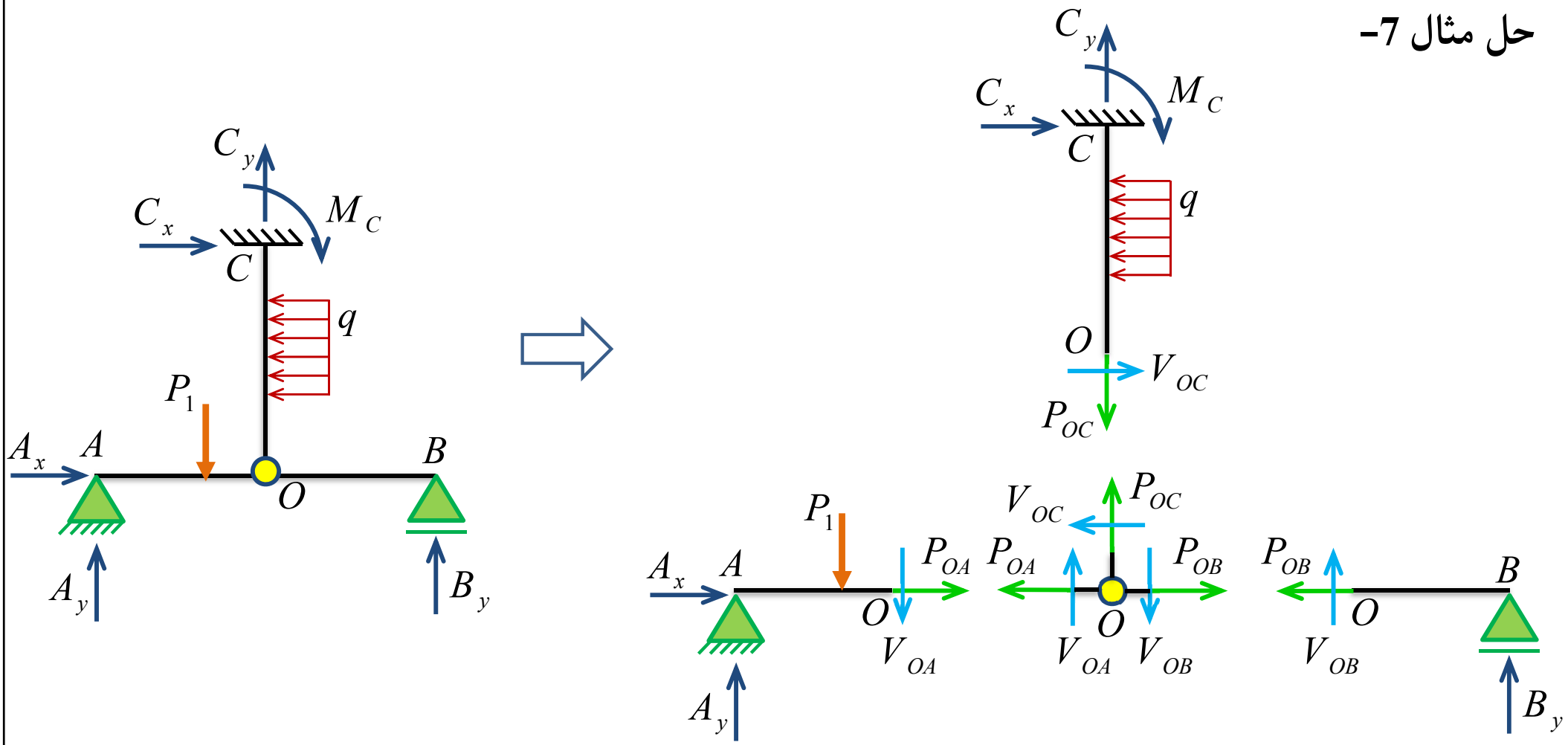
$$DOI = \text{تعداد مجهولات} - \text{تعداد معادلات}$$

سازه دارای 1 درجه نامعینی خارجی است.

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):

حل مثال 7-



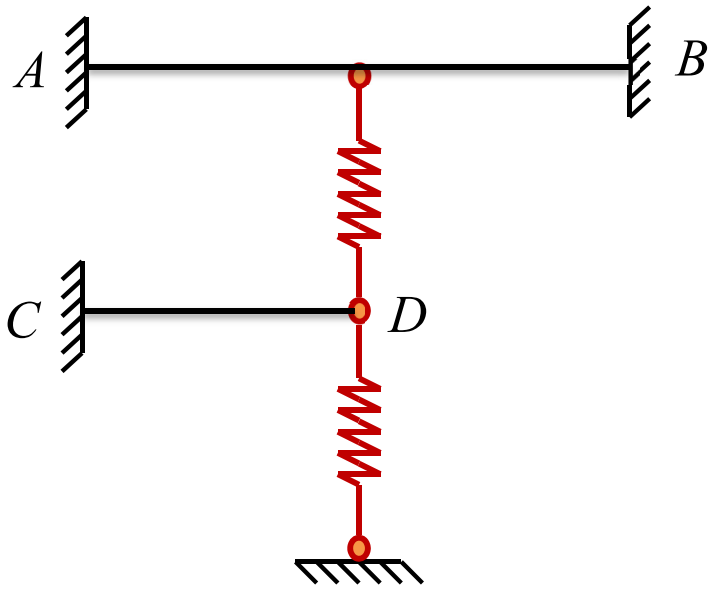
چون سازه باز است اگر معین می‌بود با نوشتن معادلات تعادل برای هر عضو تمامی نیروهای داخلی به دست می‌آمد. اما چون سازه نامعین است ($M_C = ?$, C_x , A_x) در نتیجه تمامی نیروهای داخلی به دست نمی آید ($P_{OA} = ?$, V_{OC}).

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):

نکته: در سازه‌هایی که فنر انتقالی در آن وجود دارد برای تعیین درجه نامعینی، فنر را حذف کرده و درجه نامعینی هر قسمت از سازه جدا شده را مستقل حساب کرده و در آخر درجه نامعینی کل برابر است با مجموع درجه نامعینی‌های سازه جدا شده به اضافه تعداد فنرهای انتقالی حذف شده می‌باشد.

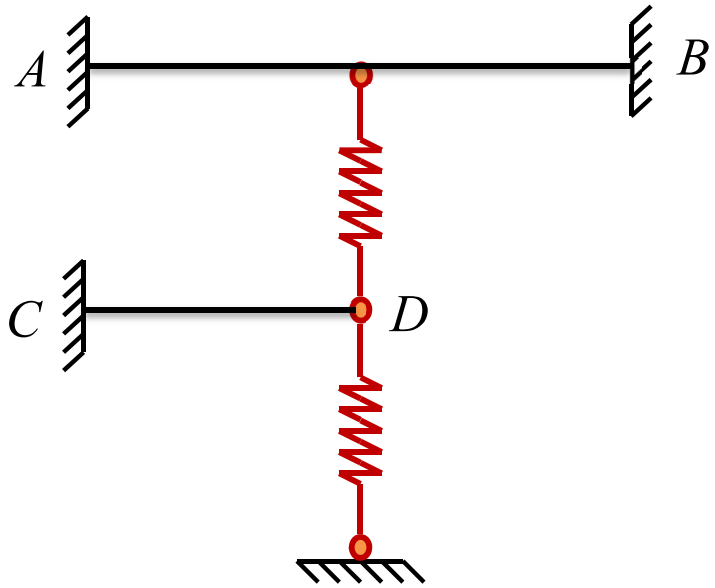
مثال 8- درجه نامعینی سازه نشان داده شده را محاسبه نمایید.



بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):

حل مثال 8-



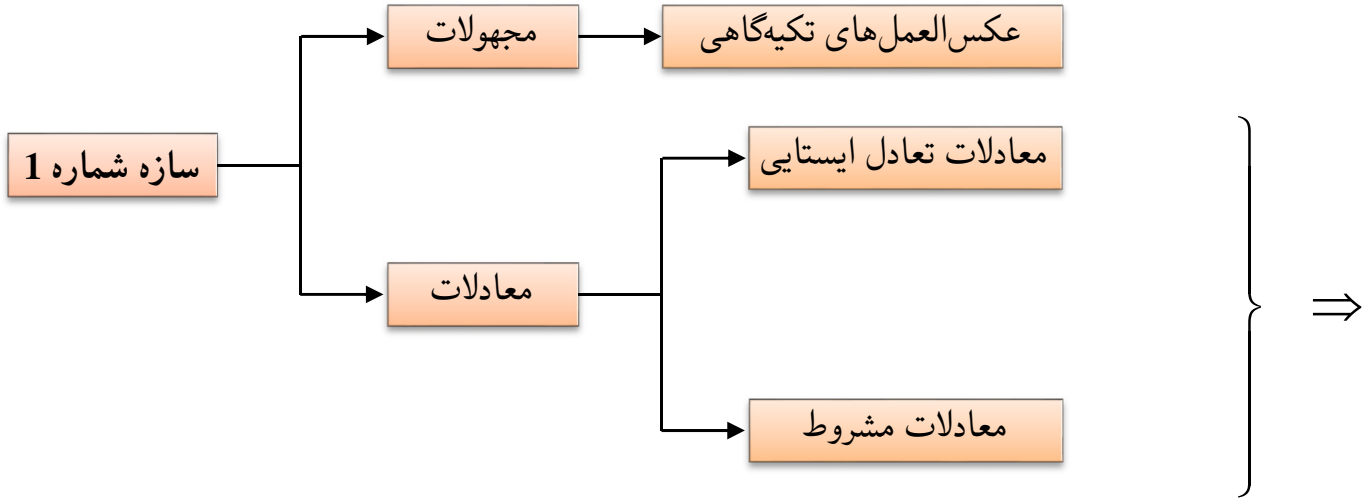
سازه شماره 1

سازه شماره 2

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):

حل مثال 8-



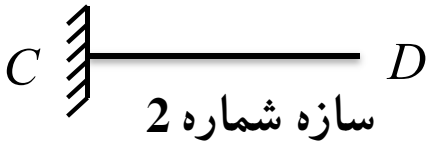
$$DOI = \text{تعداد مجهولات} - \text{تعداد معادلات}$$

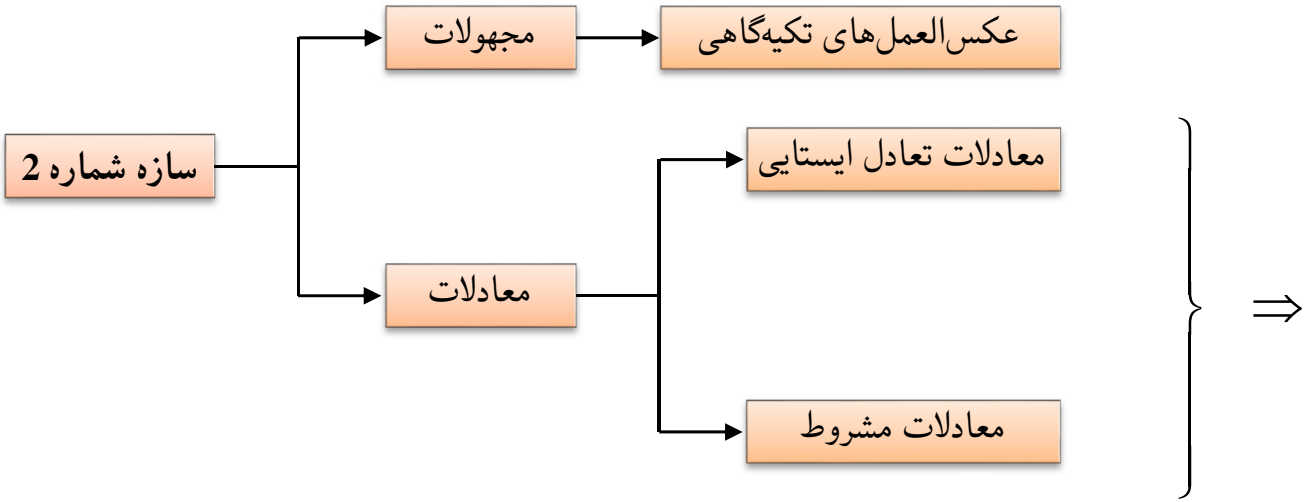
سازه شماره 1 دارای 3 درجه نامعینی خارجی است.

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):

حل مثال 8-





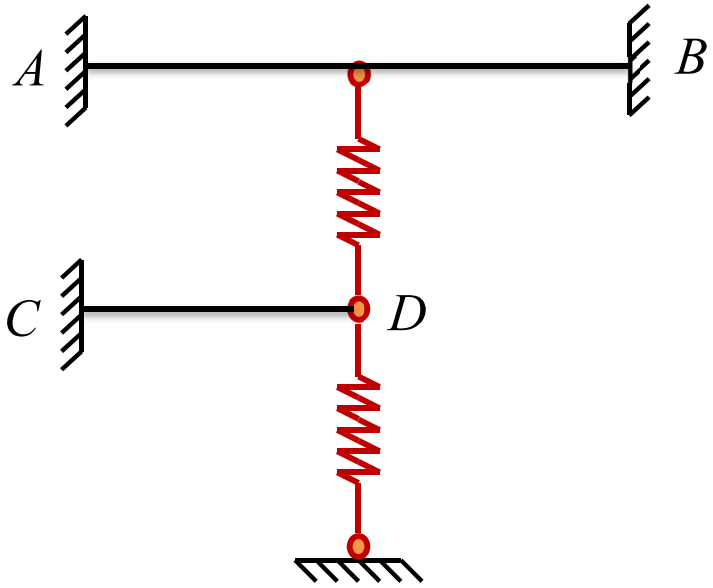
$$DOI = \text{تعداد مجهولات} - \text{تعداد معادلات}$$

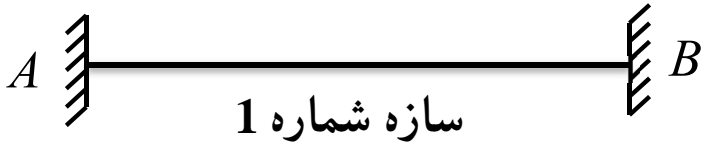
سازه شماره 2 معین است.

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):

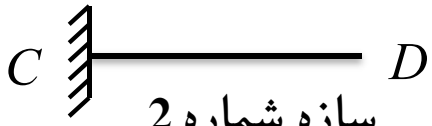
حل مثال 8-





سازه شماره 1

$DOI_1 = 3$



سازه شماره 2

$DOI_2 = 0$

$DOI = DOI_1 + DOI_2 +$ تعداد فنرها ی انتقالی

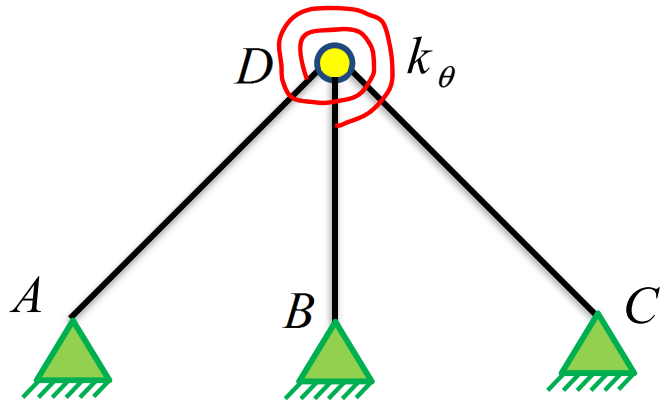
سازه دارای 5 درجه نامعینی خارجی است.

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):

نکته: در سازه‌هایی که فنر پیچشی در آن وجود دارد؛ می‌دانیم با افزایش سختی فنر پیچشی درجه‌ی نامعینی سازه تغییر نمی‌کند. پس اگر سختی را به بی‌نهایت میل دهیم مانند این است، مفصلی که در آن فنر پیچشی وجود دارد اتصالی صلب بین اعضایی که توسط فنر پیچشی به هم مرتبط شده‌اند، ایجاد می‌کند.

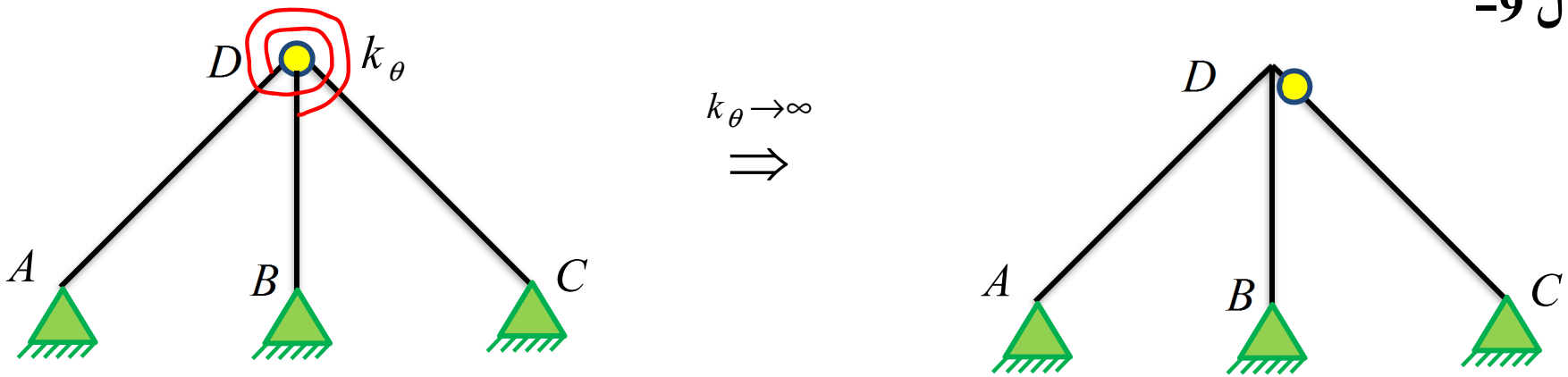
مثال 9- درجه نامعینی سازه نشان داده شده را محاسبه نمایید.

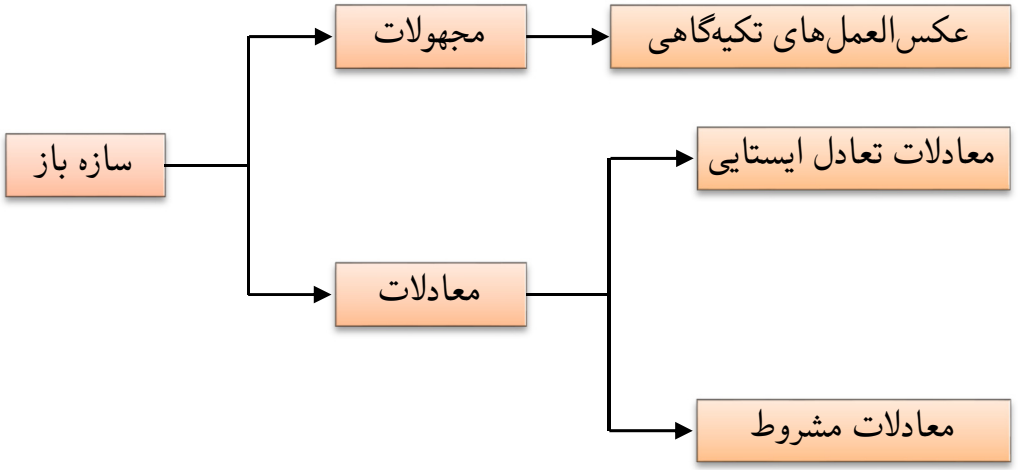


بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):

حل مثال 9-





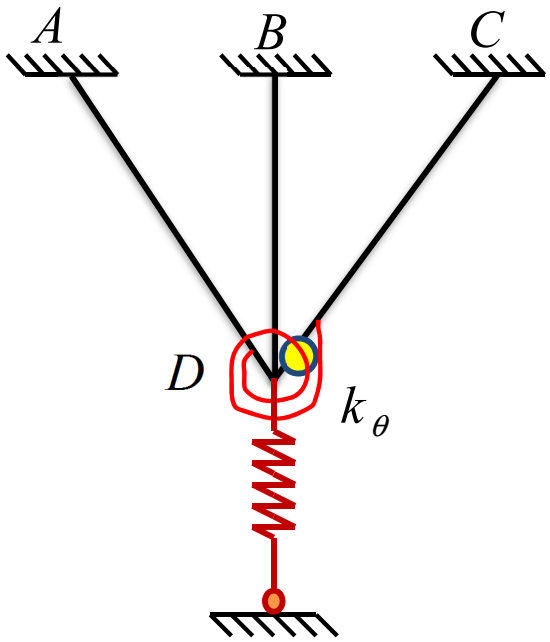
سازه دارای 2 درجه نامعینی خارجی است.

$$DOI = \text{تعداد مجهولات} - \text{تعداد معادلات}$$

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

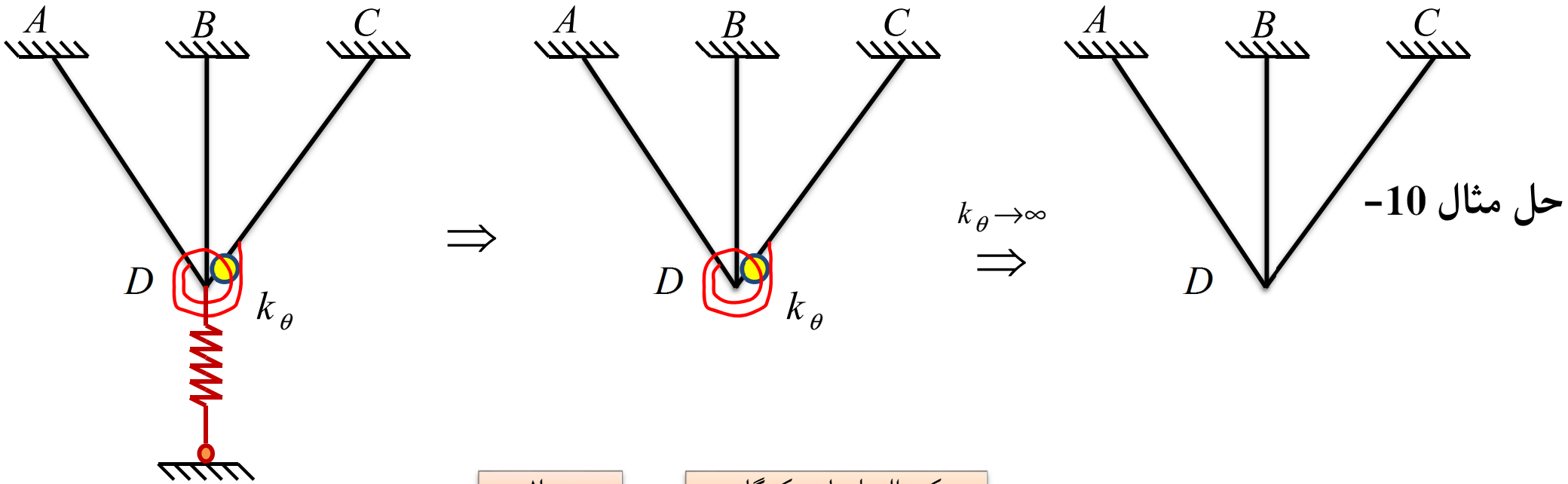
معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):

مثال 10- درجه نامعینی سازه نشان داده شده را محاسبه نمایید.

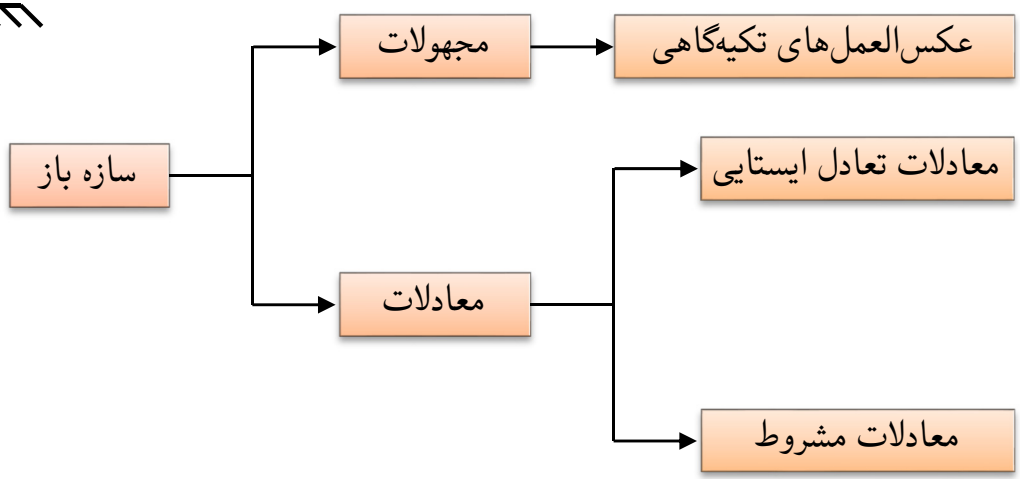


بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):



حل مثال 10-



$DOI_1 =$ تعداد مجهولات $-$ تعداد معادلات

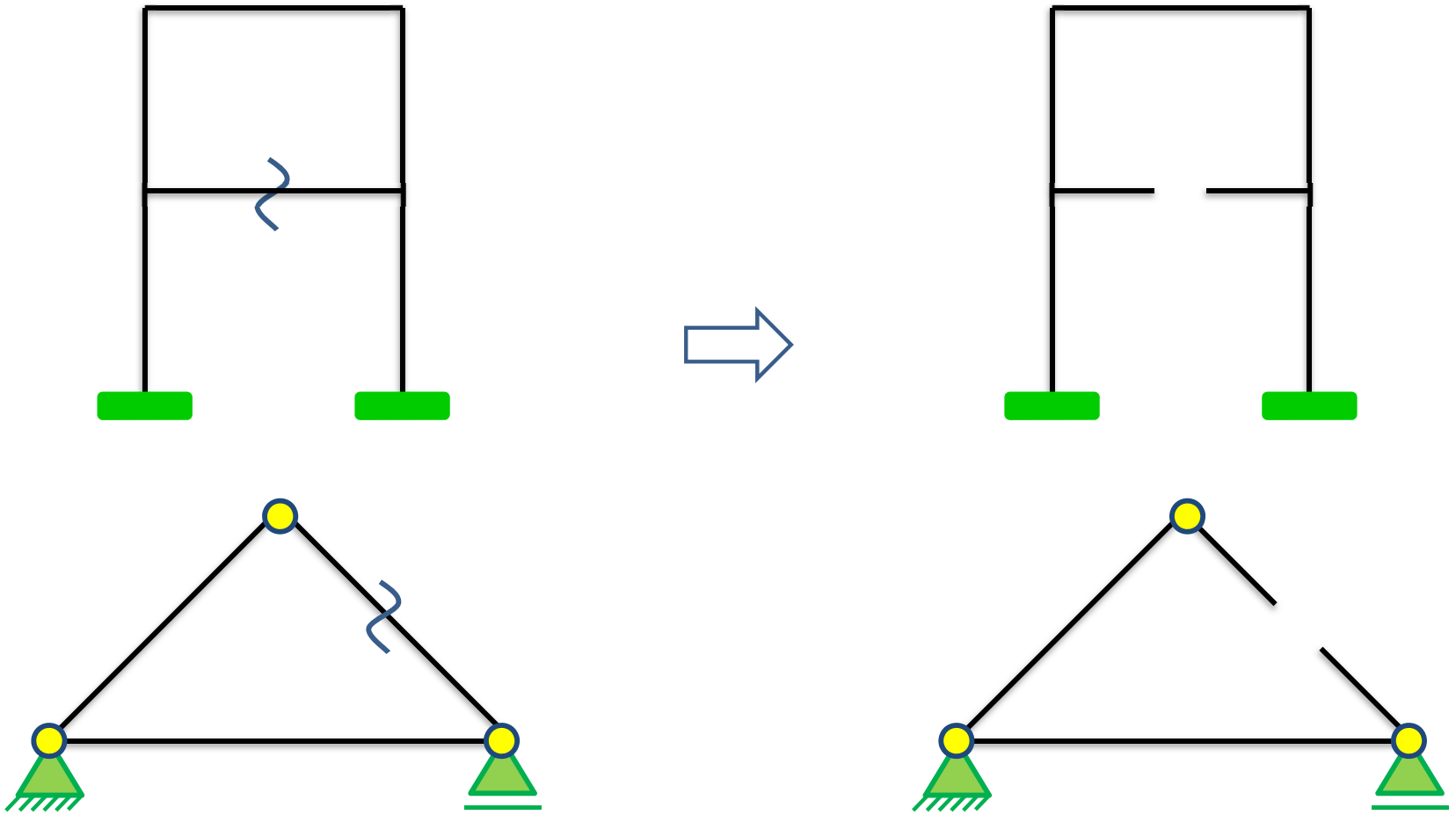
$DOI = DOI_1 +$ تعداد فنرهای انتقالی

سازه دارای 7 درجه نامعینی خارجی است.

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):

سازه بسته: سازه‌ایی بسته است که حداقل عضوی موجود باشد که با قطع آن عضو به تنهایی سازه به دو قسمت مجزا از هم تقسیم نگردد.

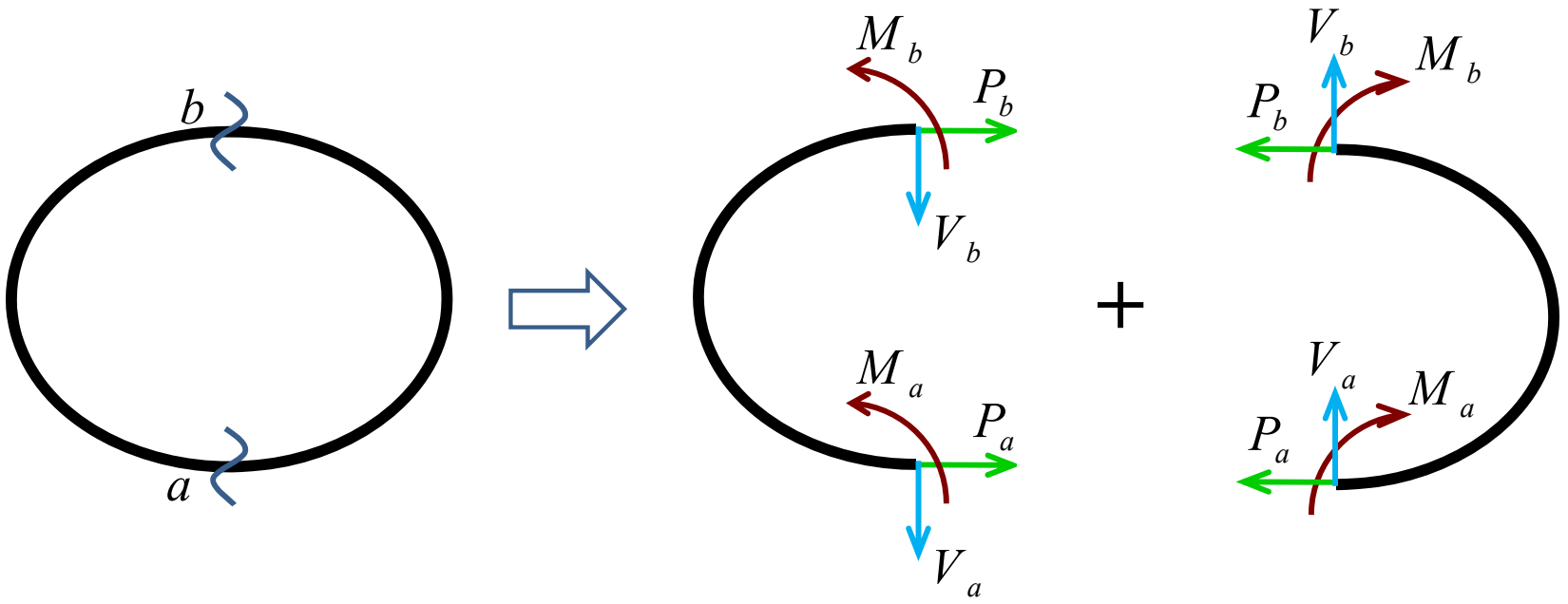


بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):

سازه بسته:

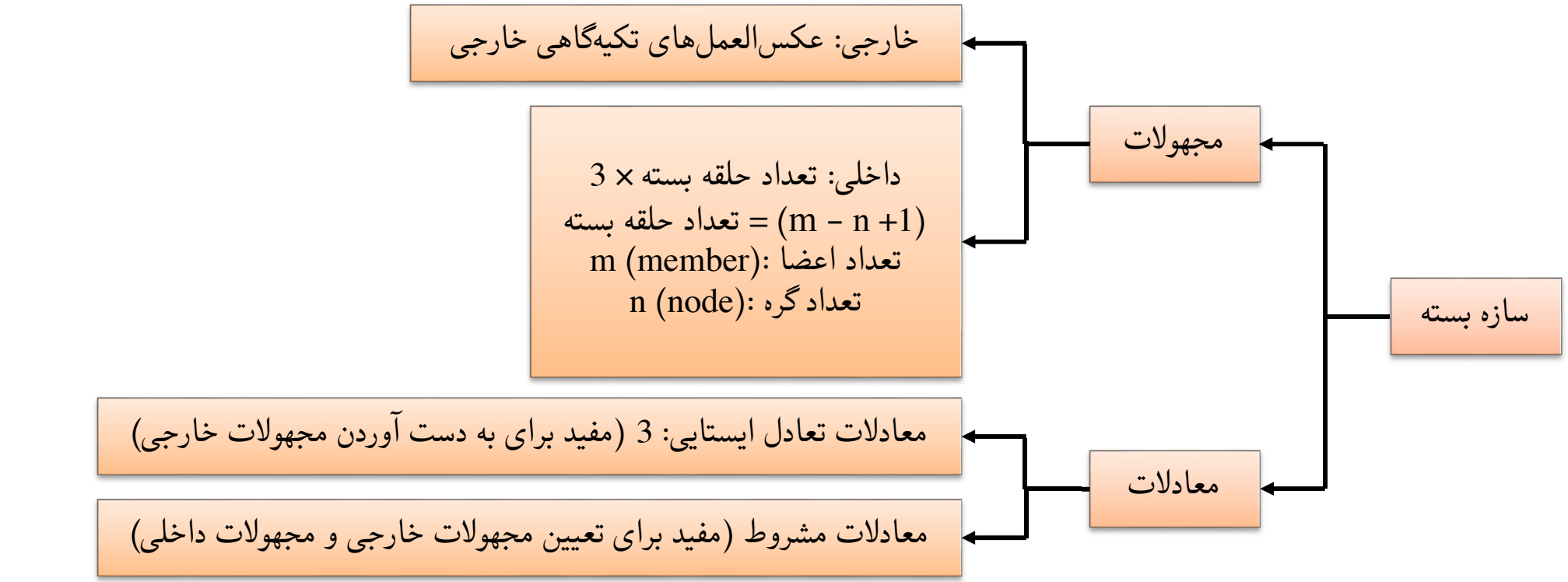
سازه‌های بسته هم دارای مجهولات خارجی و هم مجهولات داخلی خواهد بود. چون برای بازکردن هر حلقه دو عضو باید قطع شود لذا شش مجهول وجود دارد. با سه معادله تعادل سه مجهول به دست می‌آید. بنابراین در کل از شش مجهول سه مجهول نامعلوم باقی می‌ماند. بنابراین، به ازای هر حلقه‌ی بسته سه مجهول داخلی موجود خواهد بود.



بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):

سازه بسته دو بعدی: به منظور بررسی درجه نامعینی یک سازه بسته باید تعداد مجهولات و معادلات با یکدیگر مقایسه شوند.



$$DOI = \text{تعداد مجهولات} - \text{تعداد معادلات} \quad \text{(درجه نامعینی)}$$

DOI: degree of indeterminacy

معادلات	=	مجهولات	$\Rightarrow DOI = 0$	سازه در صورت پایداری **معین** است.
معادلات	>	مجهولات	$\Rightarrow DOI > 0$	سازه در صورت پایداری **نامعین** است.
معادلات	<	مجهولات	$\Rightarrow DOI < 0$	سازه **ناپایدار ایستایی** می‌باشد.

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

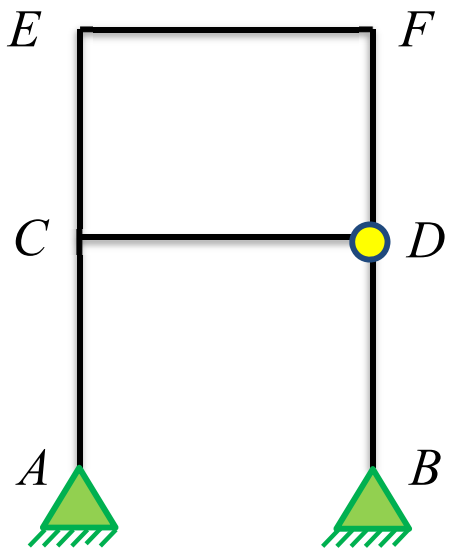
معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):

سازه بسته- معادلات مشروط

الف- اتصال مفصلی چند عضو به یکدیگر:

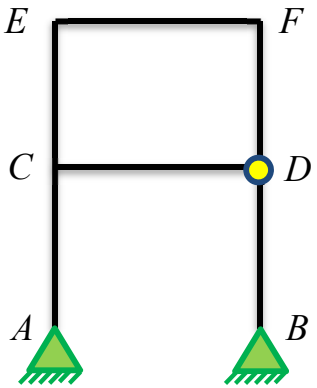
کل معادلات مشروط در این حالت $C = m - 1$ است که m تعداد اعضای مفصل شده به یکدیگر می‌باشد. هرگاه با برداشتن مفصل، سازه به p قطعه مجزا تقسیم گردد در این صورت $C_{out} = p - 1$ معادله مشروط از کل معادلات مشروط مفید برای تعیین مجهولات خارجی است. همچنین $C_{in} = C - C_{out}$ معادله مشروط مفید برای تعیین مجهولات داخلی می‌باشد.

مثال 11- درجه نامعینی سازه نشان داده شده را محاسبه نمایید.



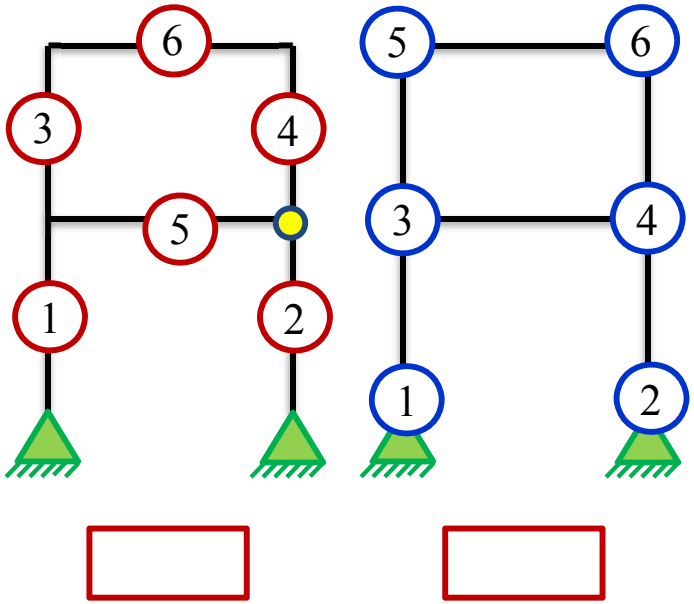
بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه :

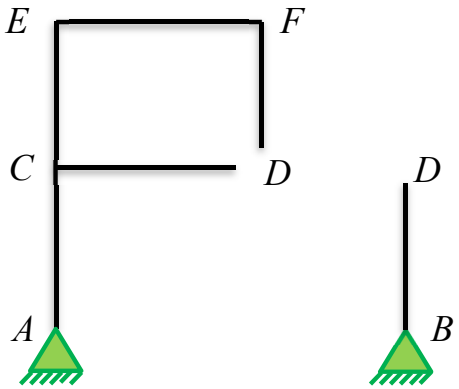


حل مثال 11-

محاسبه تعداد اعضا و گره:



معادلات مشروط در گره D:



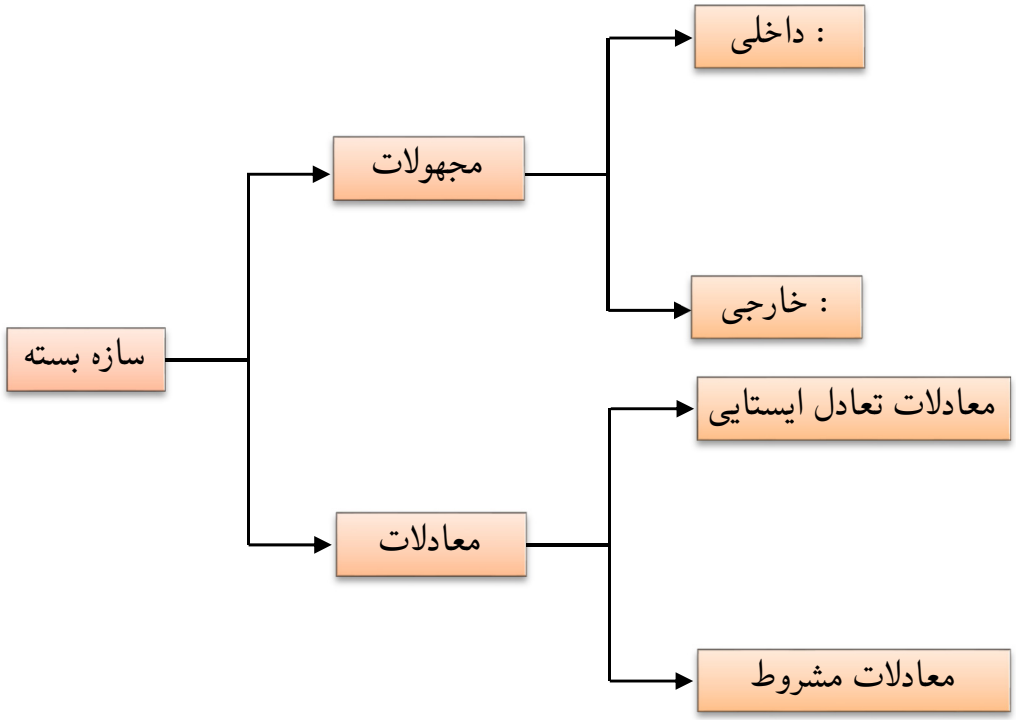
کل معادلات مشروط در گره D

تعداد قطعه مجزا بعد از حذف مفصل در گره D

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):

حل مثال 11-



سازه دارای 2 درجه نامعینی می‌باشد.

DOI_{total} = تعداد مجهولات کل − تعداد معادلات کل

سازه 2 درجه نامعین داخلی است.

DOI_{in} = تعداد مجهولات داخلی − تعداد معادلات داخلی

سازه از نظر خارجی معین است.

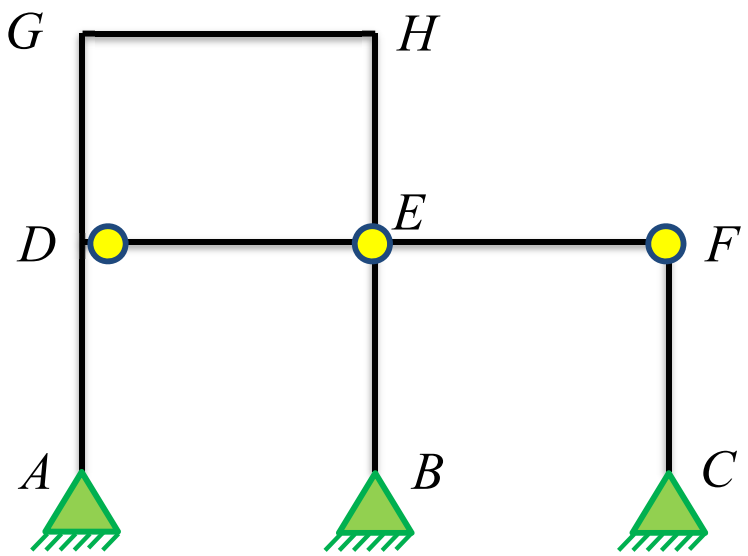
DOI_{out} = تعداد مجهولات خارجی − تعداد معادلات خارجی

$DOI_{total} = DOI_{in} + DOI_{out} \Rightarrow$ ✓ جهت کنترل نتایج

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

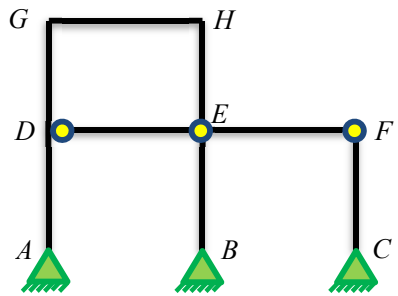
معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):

مثال 12- درجه نامعینی سازه نشان داده شده را محاسبه نمایید.



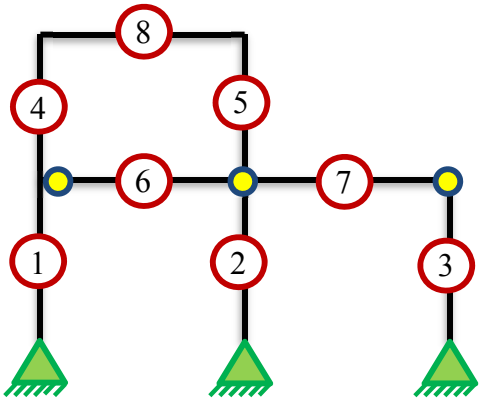
بررسی سیستم‌های سازه‌ای

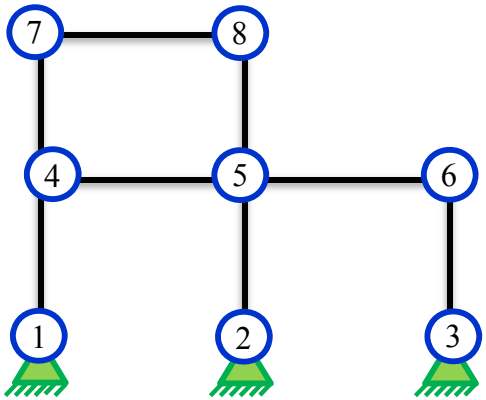
معین یا نامعین بودن سازه :



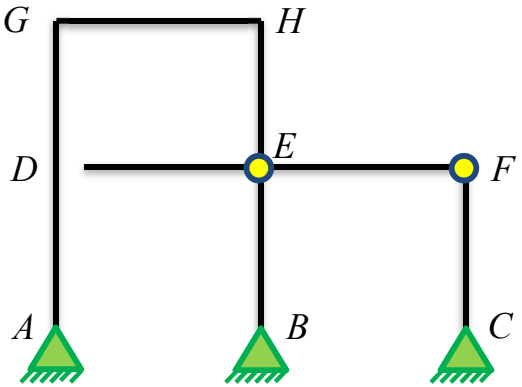
حل مثال 12-

محاسبه تعداد اعضا و گره:





معادلات مشروط در گره D:



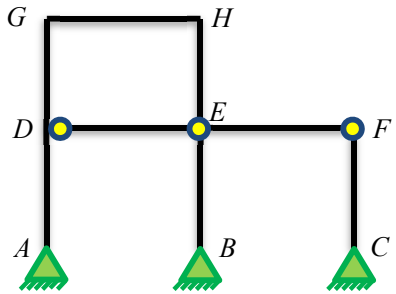
کل معادلات مشروط در گره D

تعداد قطعه مجزا بعد از حذف مفصل در گره D

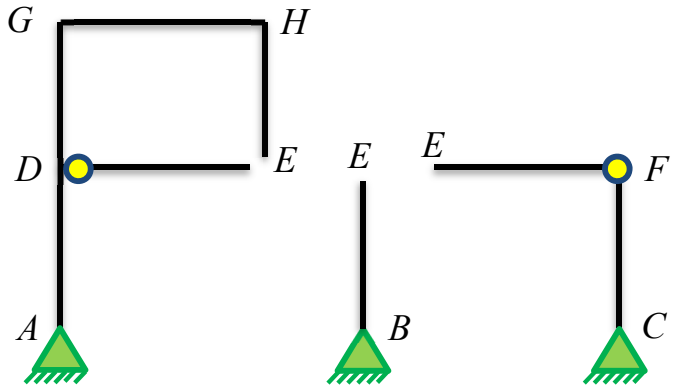
بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه :

حل مثال 12-



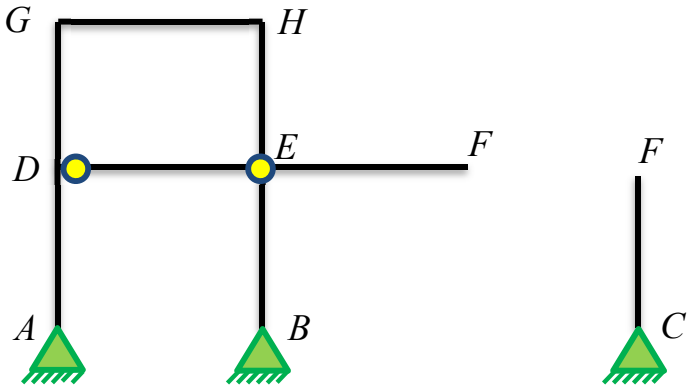
معادلات مشروط در گره E:



کل معادلات مشروط در گره E

تعداد قطعه مجزا بعد از حذف مفصل در گره E

معادلات مشروط در گره F:



کل معادلات مشروط در گره F

$$C = m - 1 = 2 - 1 \Rightarrow \boxed{C = 1}$$

$$\boxed{p = 2}$$ تعداد قطعه مجزا بعد از حذف مفصل در گره F

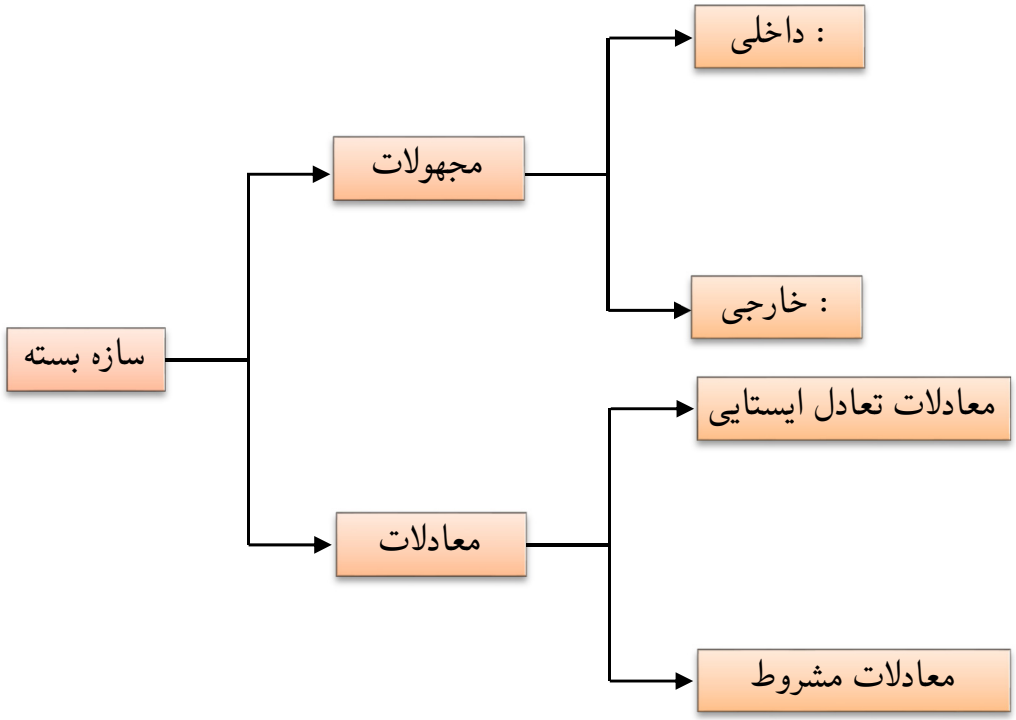
$$C_{out} = p - 1 = 2 - 1 \Rightarrow \boxed{C_{out} = 1}$$ خ

$$C_{in} = C - C_{out} = 1 - 1 \Rightarrow \boxed{C_{in} = 0}$$ د

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):

حل مثال 12-



سازه دارای 1 درجه نامعینی می‌باشد.

DOI_{total} = تعداد مجهولات کل − تعداد معادلات کل

سازه 1 درجه نامعین داخلی است.

DOI_{in} = تعداد مجهولات داخلی − تعداد معادلات داخلی

سازه از نظر خارجی معین است.

DOI_{out} = تعداد مجهولات خارجی − تعداد معادلات خارجی

$DOI_{total} = DOI_{in} + DOI_{out} \Rightarrow$ ✓ جهت کنترل نتایج

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

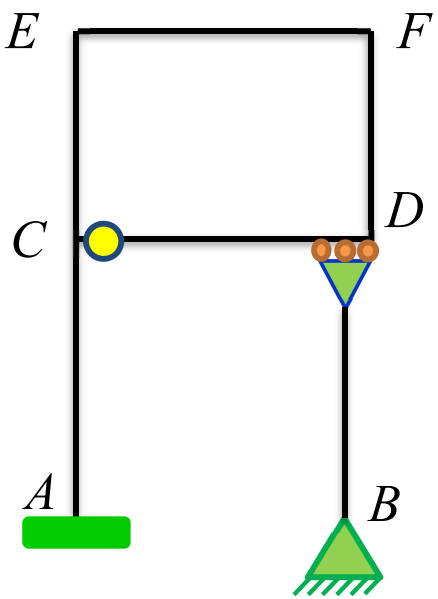
معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):

سازه بسته- معادلات مشروط

ب – اتصال دو عضو توسط غلتک:

کل معادلات مشروط دو معادله می‌باشد. هرگاه با برداشتن غلتک سازه به دو بخش مجزا تبدیل شود هر دو معادله‌ی مشروط مفید برای مجهولات خارجی می‌باشند؛ در غیر این صورت مفید برای مجهولات داخلی خواهد بود.

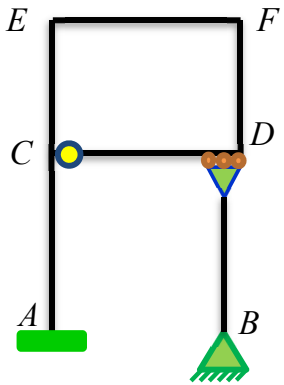
مثال 13- درجه نامعینی سازه نشان داده شده را محاسبه نمایید.



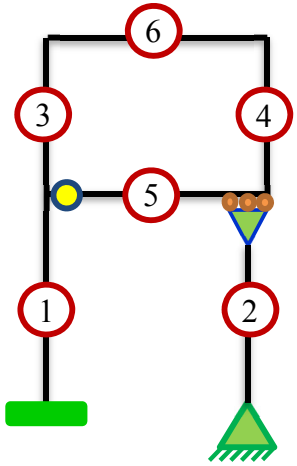
بررسی سیستم‌های سازه‌ای

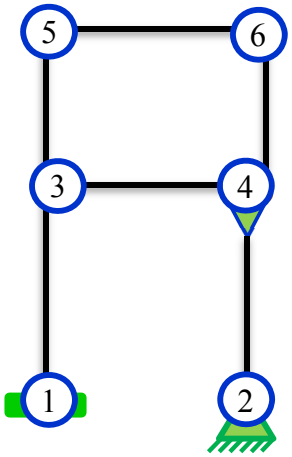
معین یا نامعین بودن سازه:

حل مثال 13-

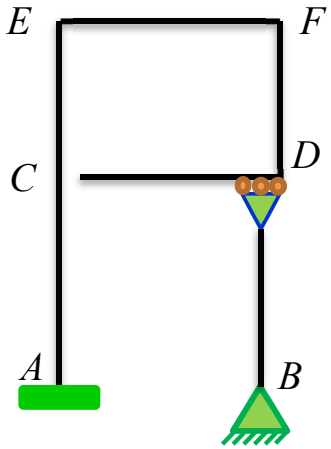


محاسبه تعداد اعضا و گره:





معادلات مشروط در گره C:



$$C = m - 1 = 2 - 1 \Rightarrow \boxed{C = 1}$$ کل معادلات مشروط در گره C

$$\boxed{p = 1}$$ تعداد قطعه مجزا بعد از حذف مفصل در گره C

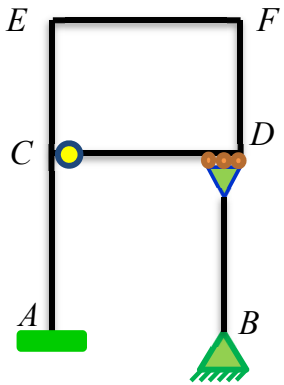
$$C_{out} = p - 1 = 1 - 1 \Rightarrow \boxed{C_{out} = 0}$$ خ

$$C_{in} = C - C_{out} = 1 - 0 \Rightarrow \boxed{C_{in} = 1}$$ د

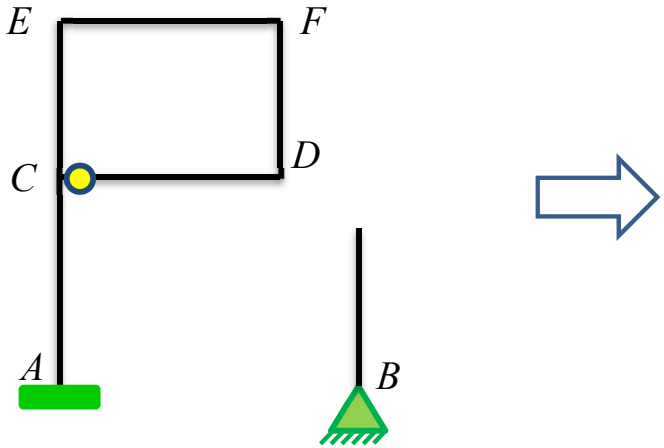
بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه:

حل مثال 13-



معادلات مشروط در گره D:

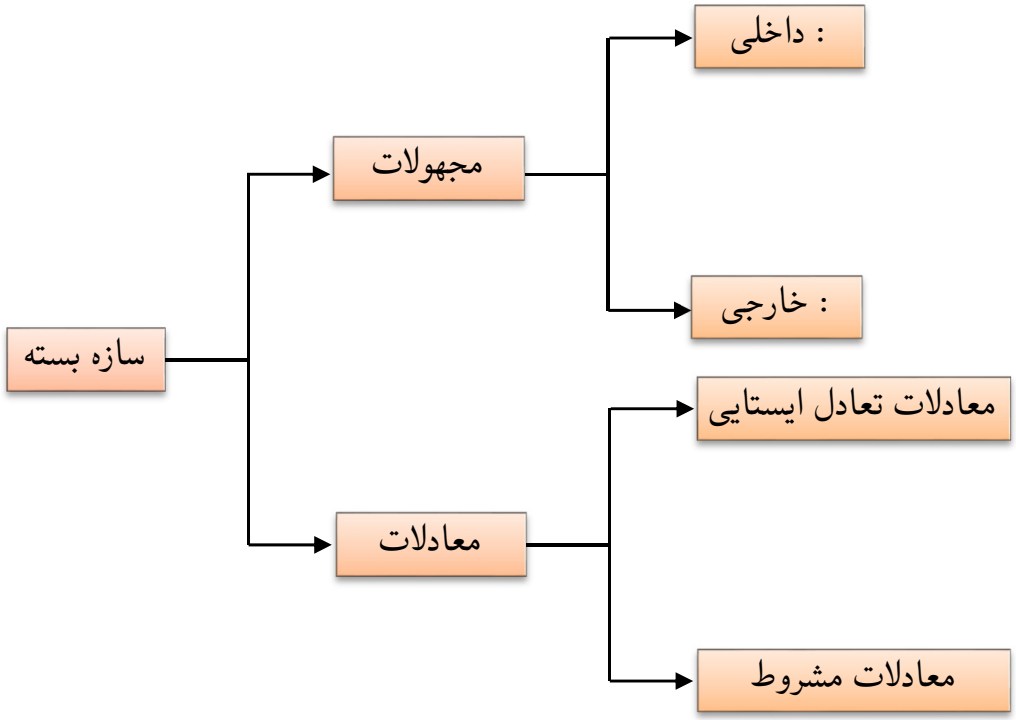


تعداد قطعه مجزا بعد از حذف غلتک در گره D

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه:

حل مثال 13-



سازه دارای 2 درجه نامعینی می‌باشد.

DOI_{total} = تعداد مجهولات کل − تعداد معادلات کل

سازه 2 درجه نامعین داخلی است.

DOI_{in} = تعداد مجهولات داخلی − تعداد معادلات داخلی

سازه از نظر خارجی معین است.

DOI_{out} = تعداد مجهولات خارجی − تعداد معادلات خارجی

$DOI_{total} = DOI_{in} + DOI_{out} \Rightarrow 2 = 2 + 0$ ✓ جهت کنترل نتایج

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

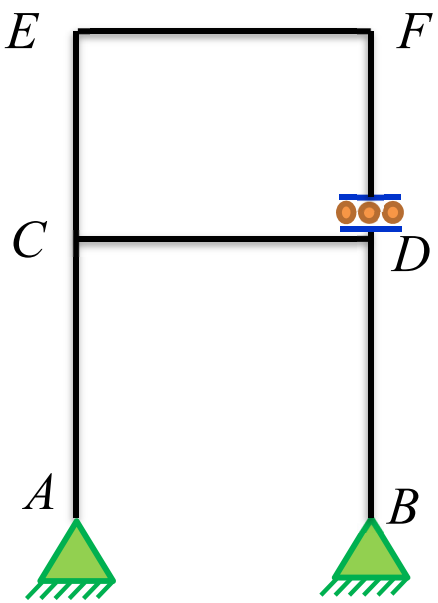
معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):

سازه بسته- معادلات مشروط

ج – اتصال دو عضو توسط قید شیاری:

کل معادلات مشروط یک معادله می‌باشد. هرگاه با برداشتن این قید، سازه به دو بخش مجزا تقسیم شود این معادله‌ی مشروط، برای تعیین مجهولات خارجی مفید است؛ در غیر این صورت مفید برای مجهولات داخلی خواهد بود.

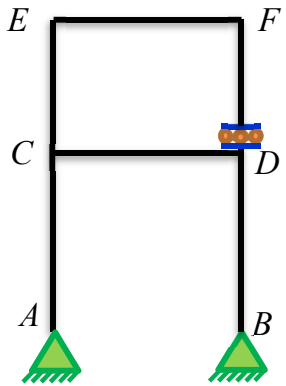
مثال 14- درجه نامعینی سازه نشان داده شده را محاسبه نمایید.



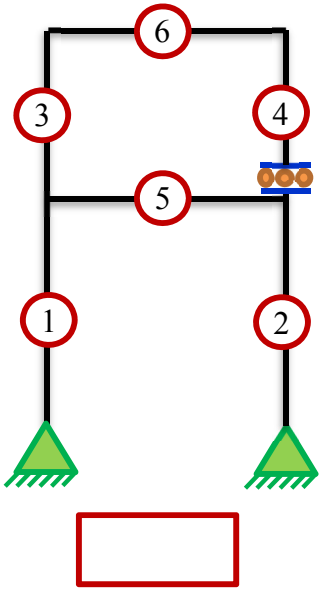
بررسی سیستم‌های سازه‌ای

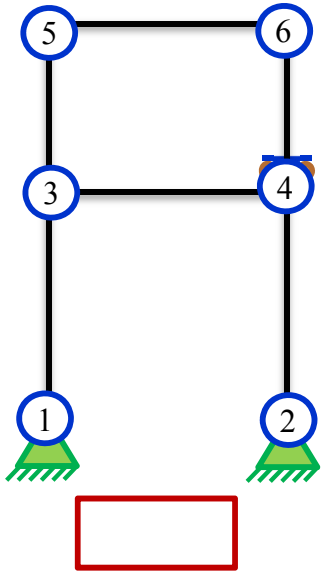
معین یا نامعین بودن سازه:

حل مثال 14-

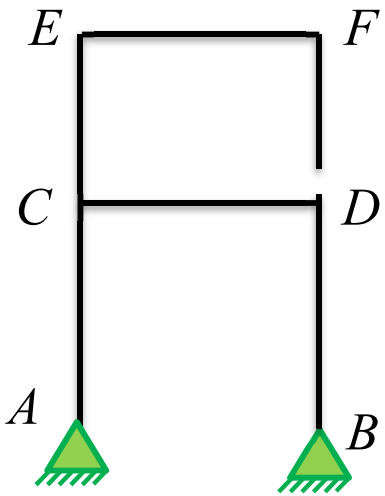


محاسبه تعداد اعضا و گره:





معادلات مشروط در گره D:

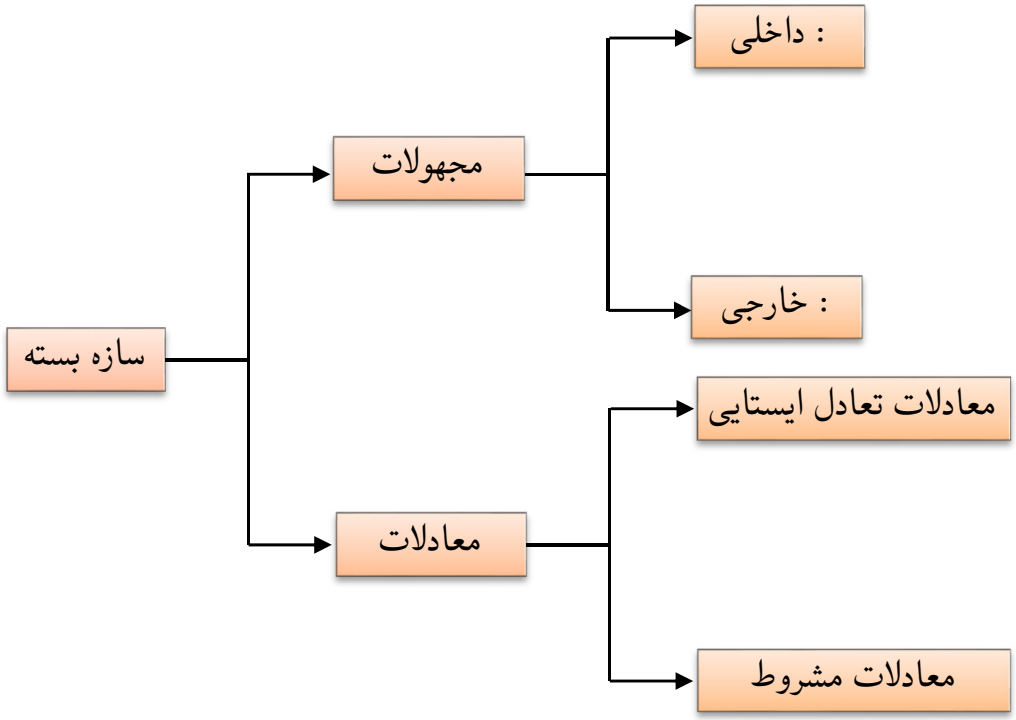


تعداد قطعه مجزا بعد از حذف قید شیاری در گره D

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه:

حل مثال 14-



سازه دارای 3 درجه نامعینی می‌باشد.

DOI_{total} = تعداد مجهولات کل − تعداد معادلات کل

سازه 2 درجه نامعین داخلی است.

DOI_{in} = تعداد مجهولات داخلی − تعداد معادلات داخلی

سازه 1 درجه نامعین خارجی است.

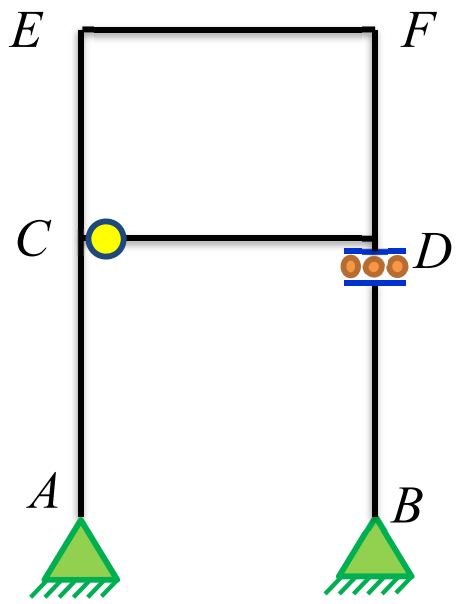
DOI_{out} = تعداد مجهولات خارجی − تعداد معادلات خارجی

$DOI_{total} = DOI_{in} + DOI_{out} \Rightarrow 3 = 2 + 1$ ✓ جهت کنترل نتایج

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

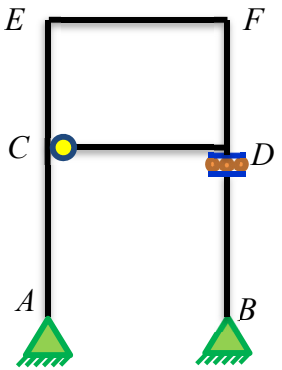
معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):

مثال 15- درجه نامعینی سازه نشان داده شده را محاسبه نمایید.



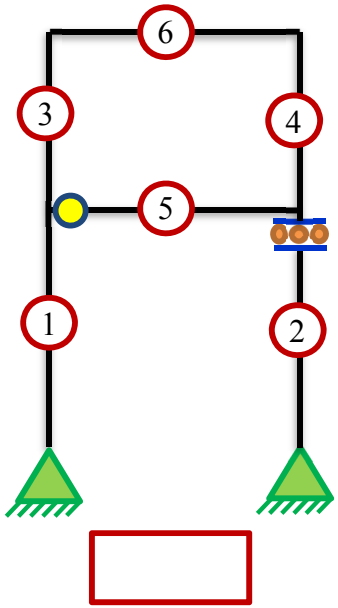
بررسی سیستم‌های سازه‌ای

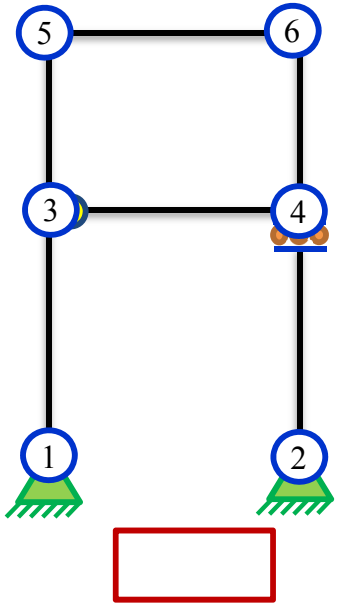
معین یا نامعین بودن سازه:



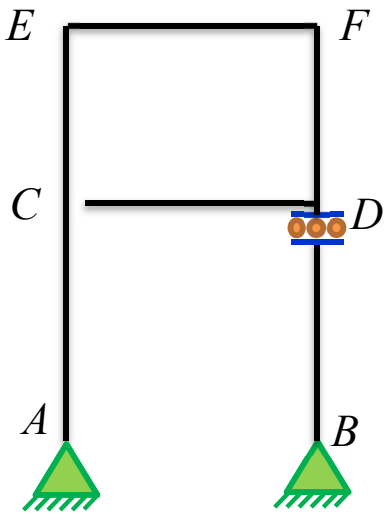
حل مثال 15-

محاسبه تعداد اعضا و گره:





معادلات مشروط در گره C:



$$C = m - 1 = 2 - 1 \Rightarrow \boxed{C = 1}$$ کل معادلات مشروط در گره C

$$\boxed{p = 1}$$ تعداد قطعه مجزا بعد از حذف مفصل در گره C

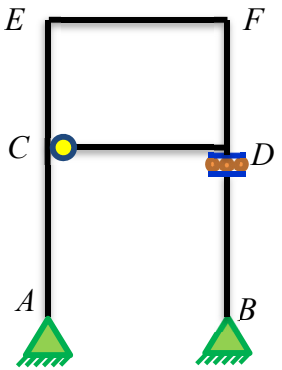
$$C_{out} = p - 1 = 1 - 1 \Rightarrow \boxed{C_{out} = 0}$$ خ

$$C_{in} = C - C_{out} = 1 - 0 \Rightarrow \boxed{C_{in} = 1}$$ د

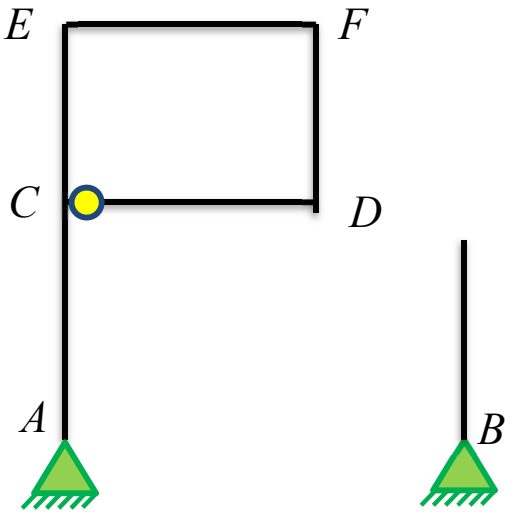
بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه:

حل مثال 15-



معادلات مشروط در گره D:

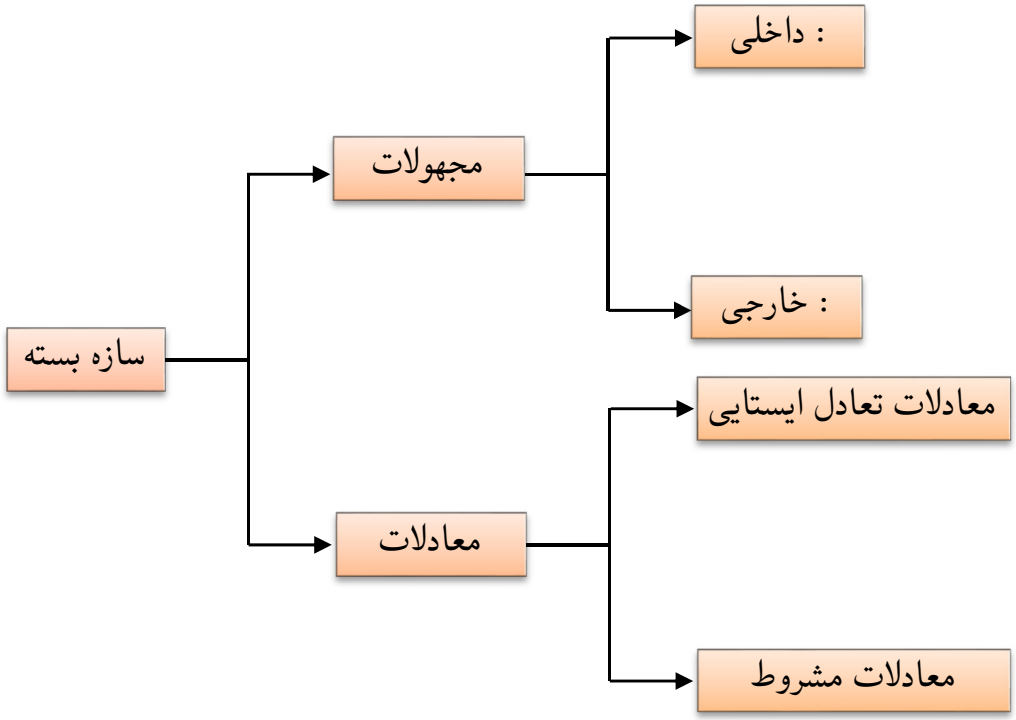


تعداد قطعه مجزا بعد از حذف قید شیاری در گره D

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه:

حل مثال 15-



سازه دارای 2 درجه نامعینی می‌باشد.

DOI_{total} = تعداد مجهولات کل − تعداد معادلات کل

سازه 2 درجه نامعین داخلی است.

DOI_{in} = تعداد مجهولات داخلی − تعداد معادلات داخلی

سازه از نظر خارجی معین است.

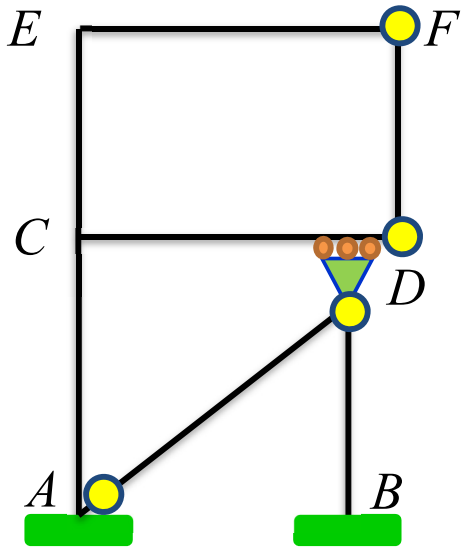
DOI_{out} = تعداد مجهولات خارجی − تعداد معادلات خارجی

$DOI_{total} = DOI_{in} + DOI_{out} \Rightarrow 2 = 2 + 0$ ✓ جهت کنترل نتایج

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):

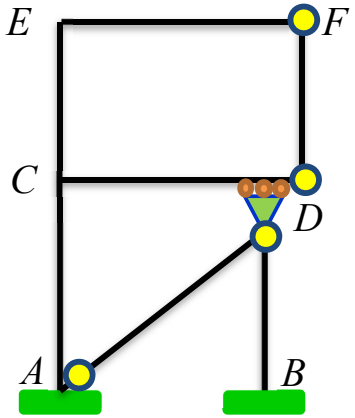
مثال 16- درجه نامعینی سازه نشان داده شده را محاسبه نمایید.



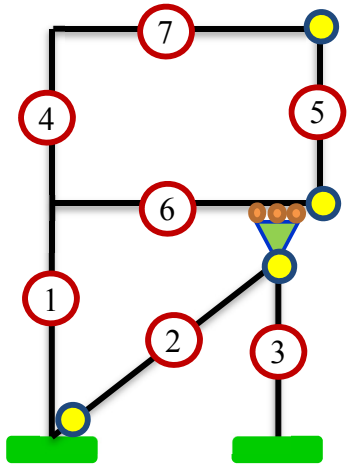
بررسی سیستم‌های سازه‌ای

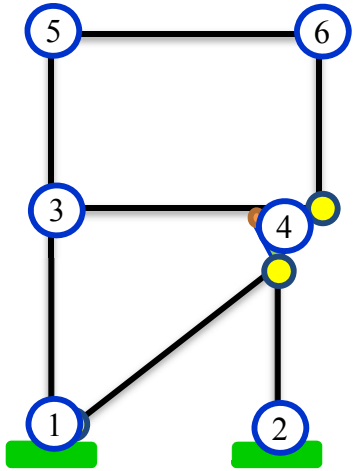
معین یا نامعین بودن سازه:

حل مثال 16-

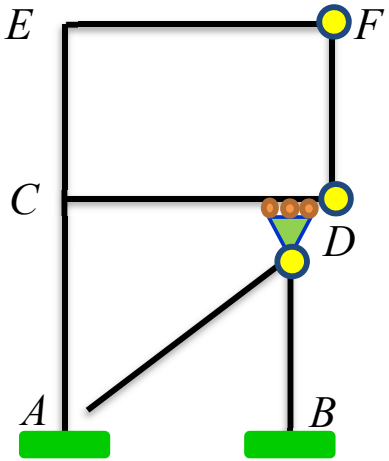


محاسبه تعداد اعضا و گره:





معادلات مشروط در گره A:



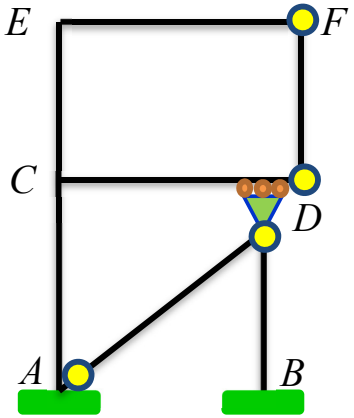
کل معادلات مشروط در گره A

تعداد قطعه مجزا بعد از حذف مفصل در گره A

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

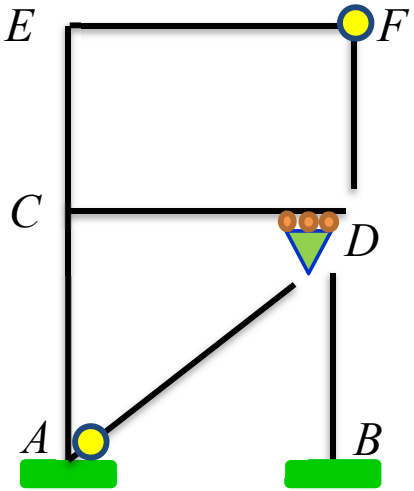
معین یا نامعین بودن سازه:

حل مثال 16-



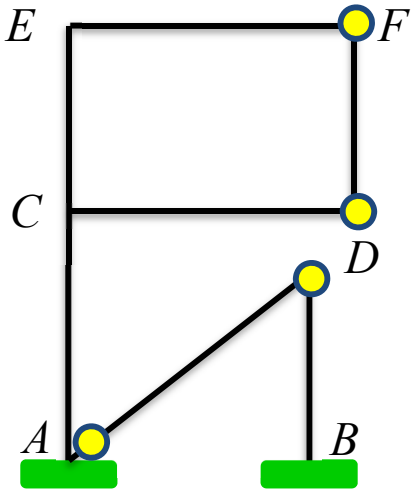
معادلات مشروط در گره D:

کل معادلات مشروط در گره D ناشی از مفصل



تعداد قطعه مجزا بعد از حذف مفصل در گره D

تعداد قطعه مجزا بعد از حذف غلتک در گره D

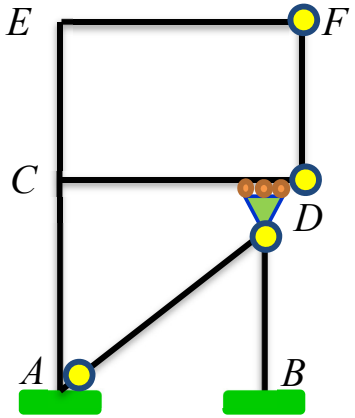


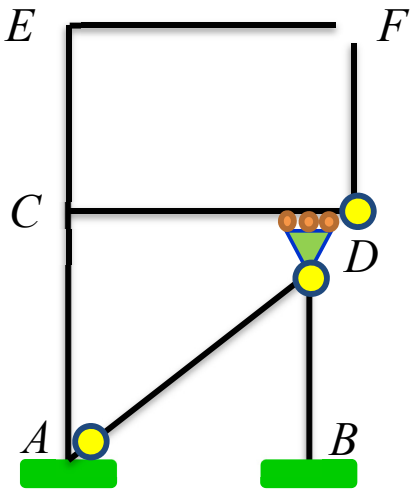
چرا طبق نکته قبلی تعداد معادلات مشروط ناشی از اتصال غلتکی دو نشده است؟ به این دلیل که یکی از دو معادله مشروط ناشی از اتصال غلتکی به دلیل اتصال مفصلی آن است که در بالا اتصال مفصلی آن به صورت مجزا بررسی شد.

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه:

حل مثال 16-





معادلات مشروط در گره F:

$C = m - 1 = 2 - 1 \Rightarrow \boxed{C = 1}$ کل معادلات مشروط در گره F

$\boxed{p = 1}$ تعداد قطعه مجزا بعد از حذف مفصل در گره F

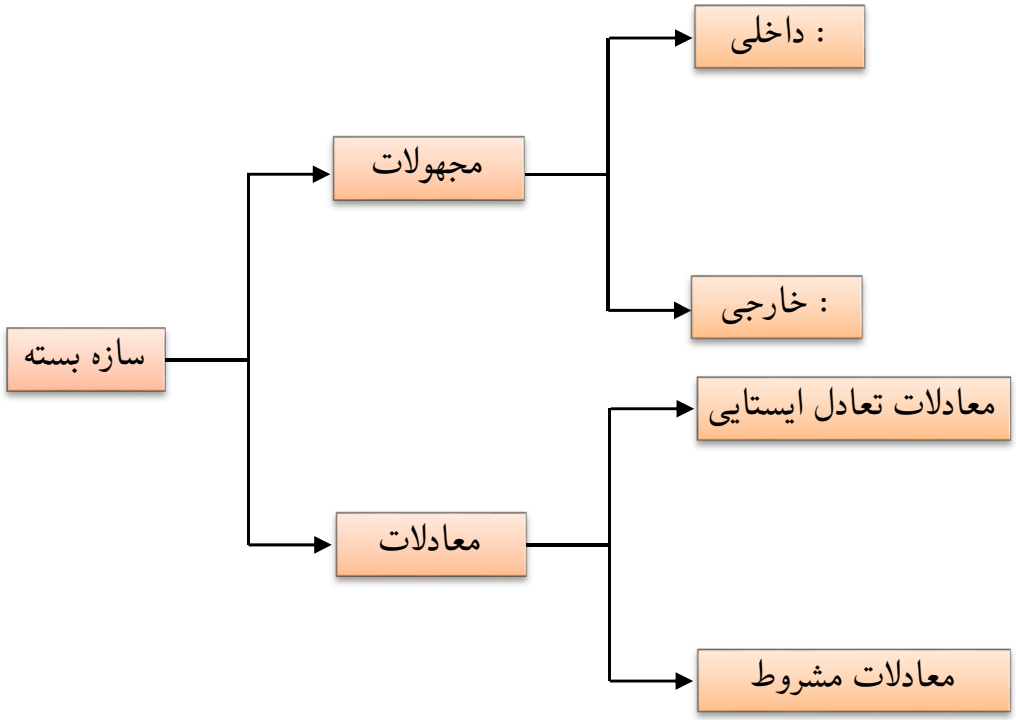
$C_{out} = p - 1 = 1 - 1 \Rightarrow \boxed{C_{out} = 0}$ خ

$C_{in} = C - C_{out} = 1 - 0 \Rightarrow \boxed{C_{in} = 1}$ د

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه:

حل مثال 16-



سازه دارای 3 درجه نامعینی می‌باشد.

DOI_{total} = تعداد مجهولات کل − تعداد معادلات کل

سازه 1 درجه نامعین داخلی است.

DOI_{in} = تعداد مجهولات داخلی − تعداد معادلات داخلی

سازه 2 درجه نامعین خارجی است.

DOI_{out} = تعداد مجهولات خارجی − تعداد معادلات خارجی

$DOI_{total} = DOI_{in} + DOI_{out} \Rightarrow 3 = 1 + 2$ ✓ جهت کنترل نتایج

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):

خرپا: درجه نامعینی خرپاها در حالت کلی به صورت زیر به دست می‌آید:

درجه نامعینی خرپای سه بعدی

$$DOI_{3D} = (m + r) - 3n$$

درجه نامعینی خرپای دو بعدی

$$DOI_{2D} = (m + r) - 2n$$

m : تعداد اعضا

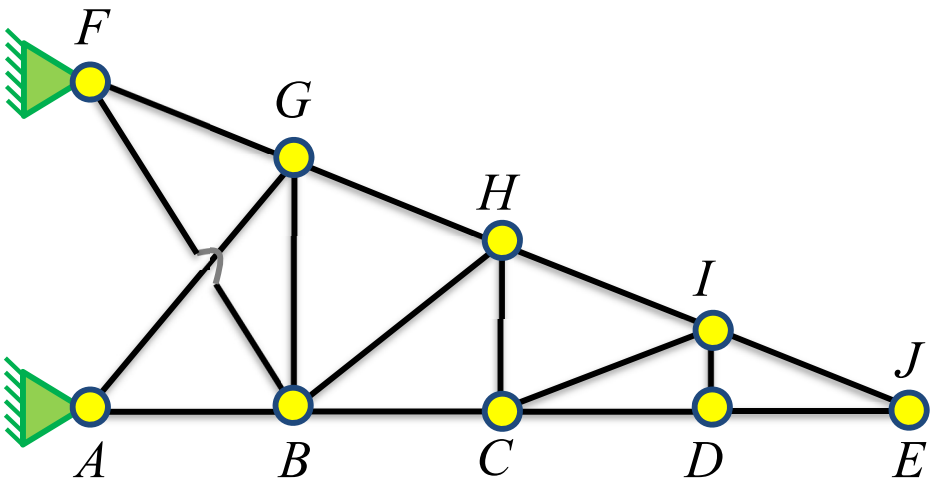
n : تعداد گره‌ها

r : تعداد واکنش‌های تکیه‌گاهی

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):

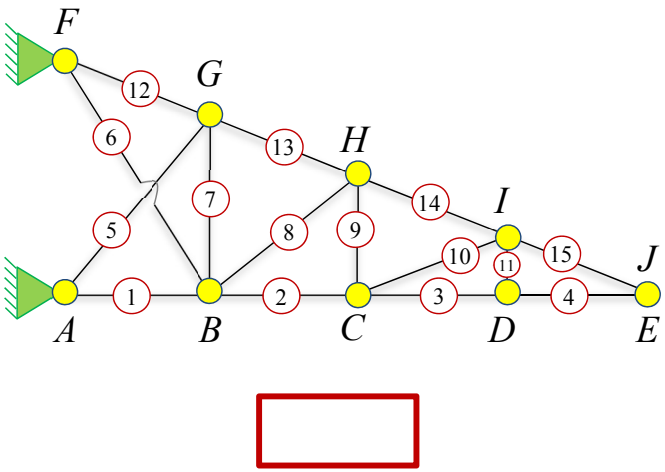
مثال 17- درجه نامعینی سازه نشان داده شده را محاسبه نمایید.

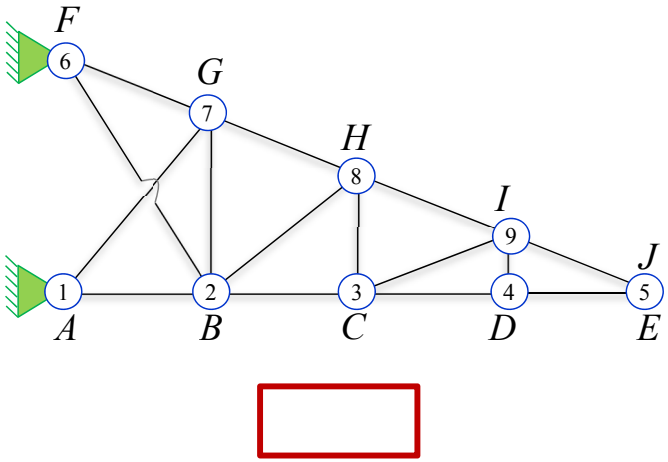


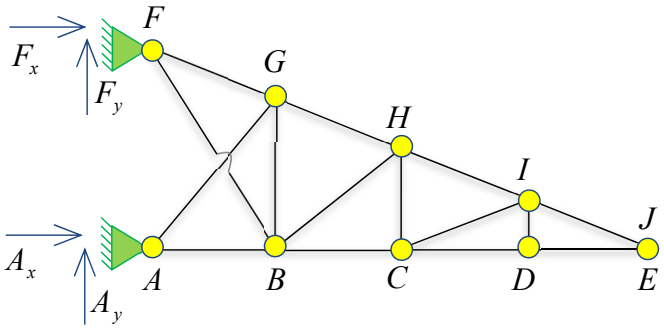
بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):

حل مثال 17-





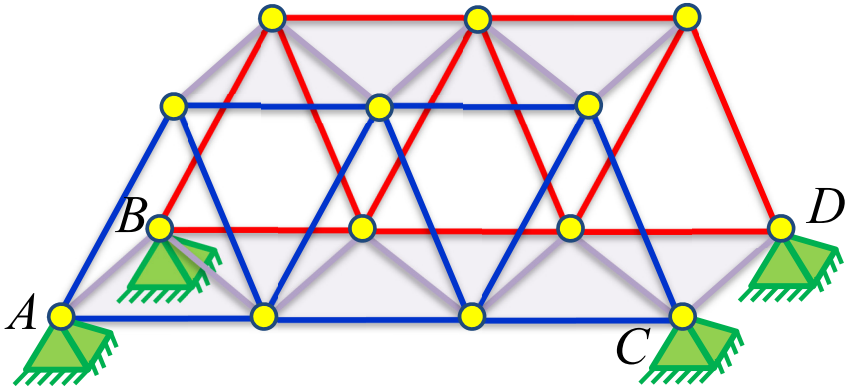


سازه 1 درجه نامعین است.

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):

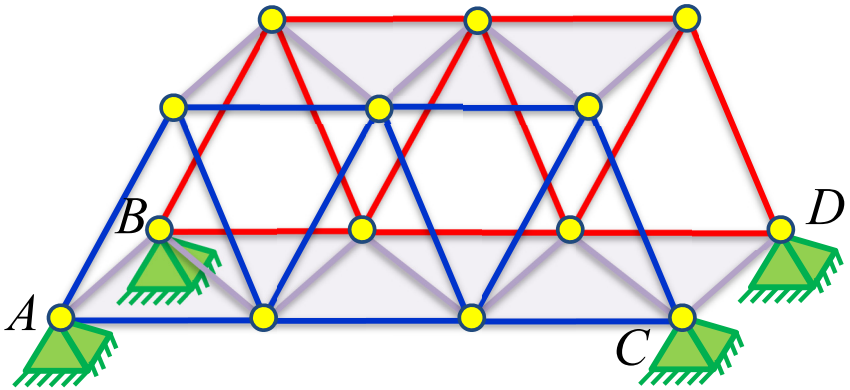
مثال 18- درجه نامعینی سازه نشان داده شده را محاسبه نمایید.



بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):

حل مثال 18-

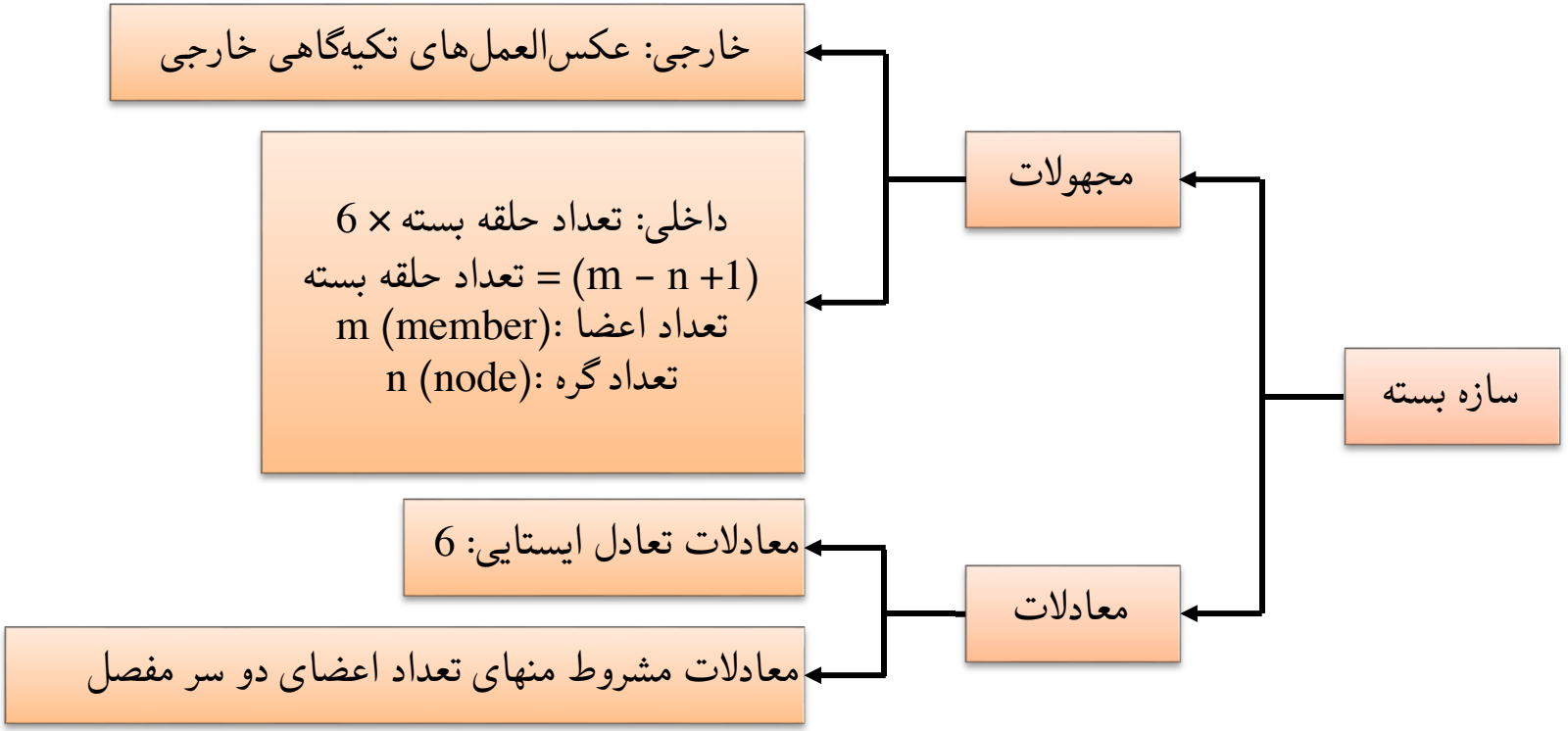


سازه 4 درجه نامعین است.

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):

سازه بسته فضایی: به منظور بررسی درجه نامعینی یک سازه بسته باید تعداد مجهولات و معادلات با یکدیگر مقایسه شوند.



$$\text{درجه نامعینی}\ (DOI) = \text{تعداد مجهولات} - \text{تعداد معادلات}$$

DOI: degree of indeterminacy

سازه در صورت پایداری **معین** است. $\Rightarrow DOI = 0$; معادلات = مجهولات

سازه در صورت پایداری **نامعین** است. $\Rightarrow DOI > 0$; معادلات < مجهولات

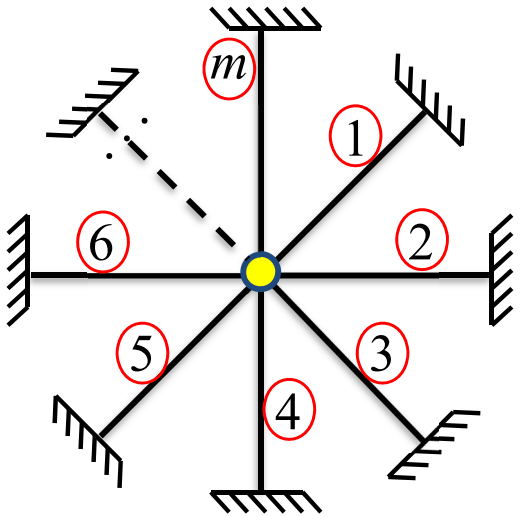
سازه **ناپایدار ایستایی** می‌باشد. $\Rightarrow DOI < 0$; معادلات > مجهولات

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):

معادلات مشروط

اتصال مفصلی چند عضو به یکدیگر در حالت سه بعدی:



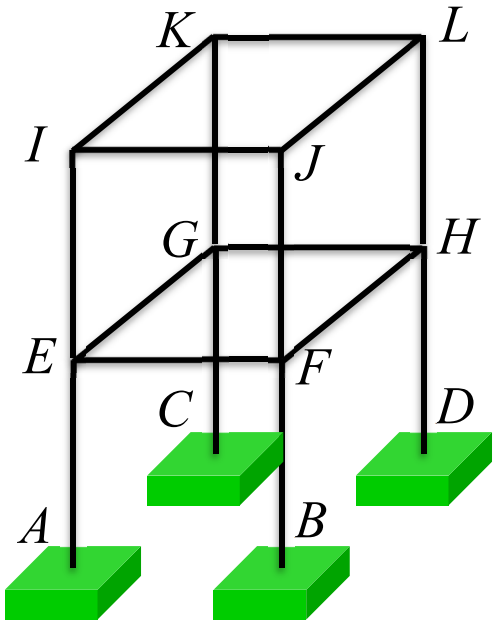
$$C = 3(m-1)$$

C: conditional equations
m: number of members

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):

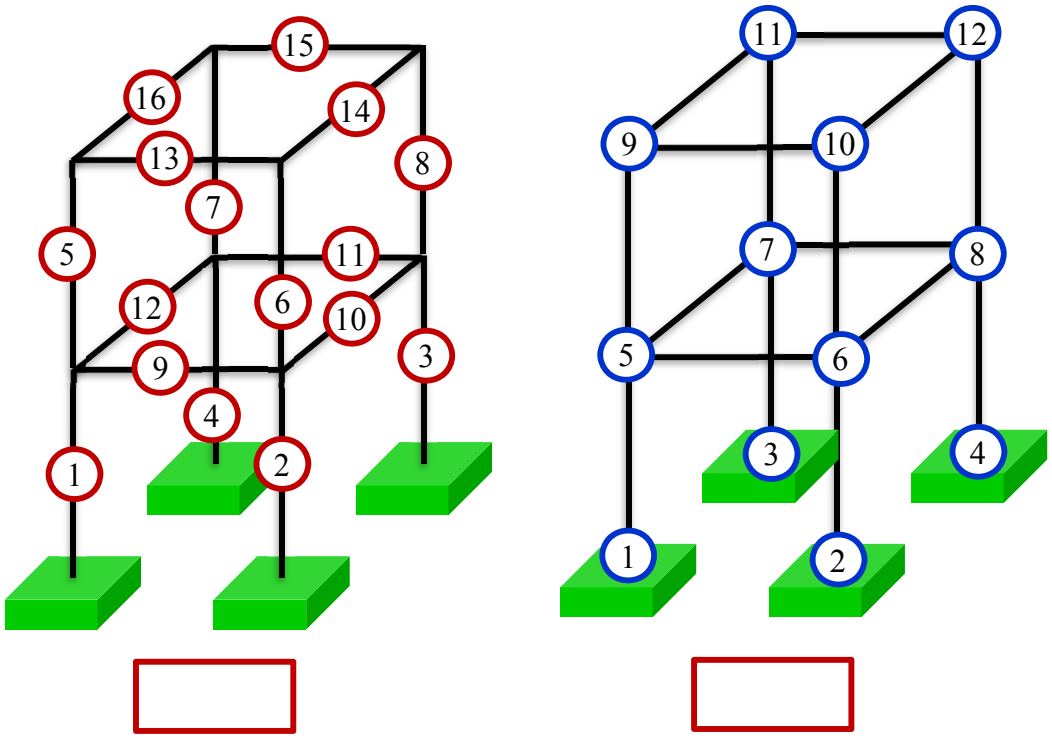
مثال 19- درجه نامعینی سازه نشان داده شده را محاسبه نمایید.



بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):

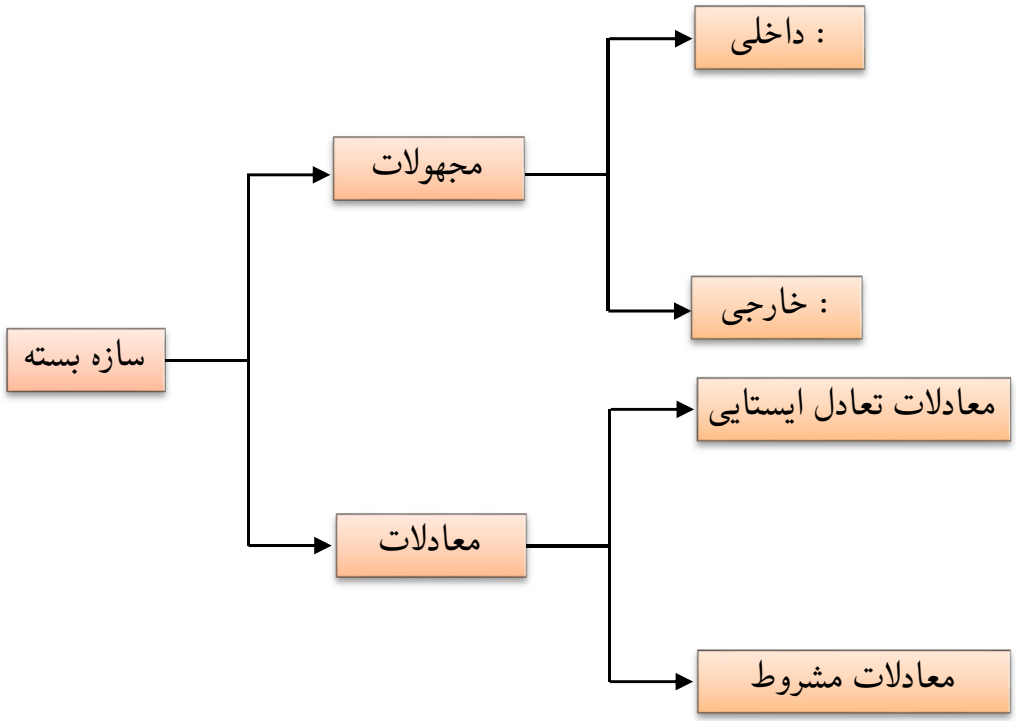
حل مثال 19-



بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه:

حل مثال 19-



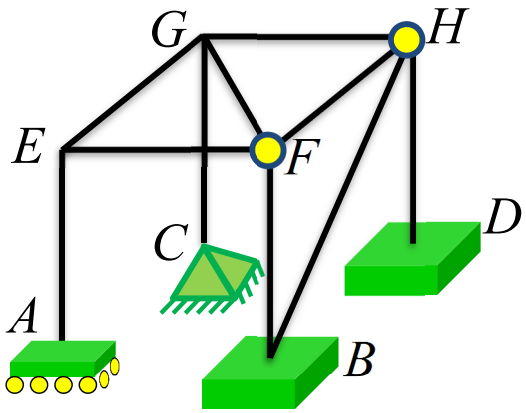
DOI_{total} = تعداد مجهولات کل − تعداد معادلات کل

سازه 48 درجه نامعین است.

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):

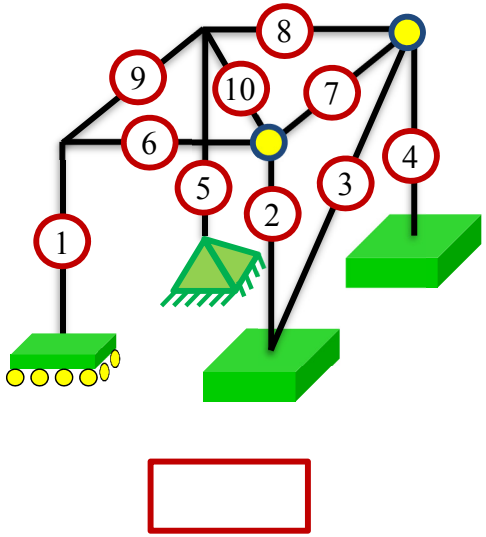
مثال 20- درجه نامعینی سازه نشان داده شده را محاسبه نمایید.

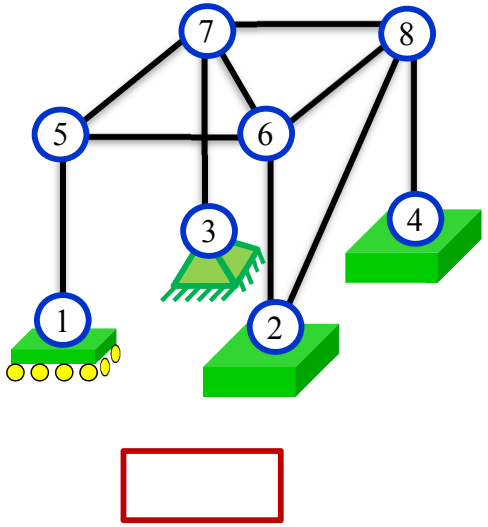


بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):

حل مثال 20-



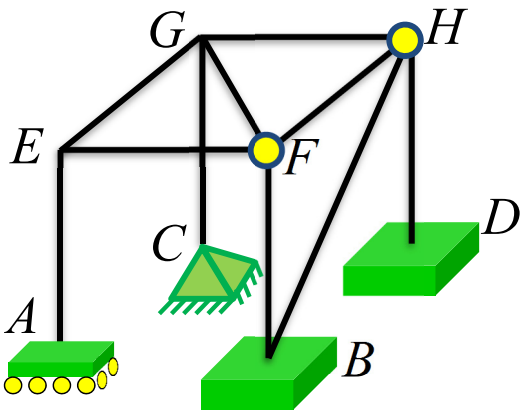


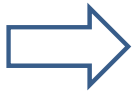
بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):

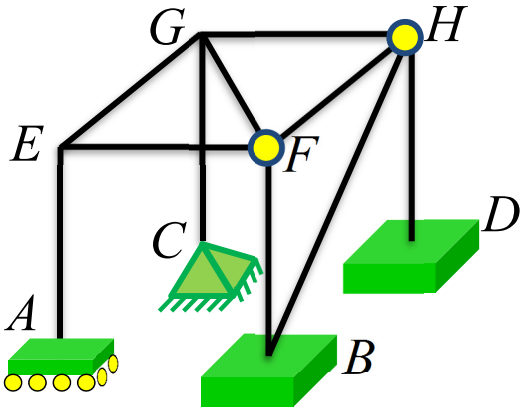
حل مثال 20-

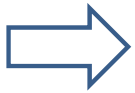
معادلات مشروط در گره F:





معادلات مشروط در گره H:

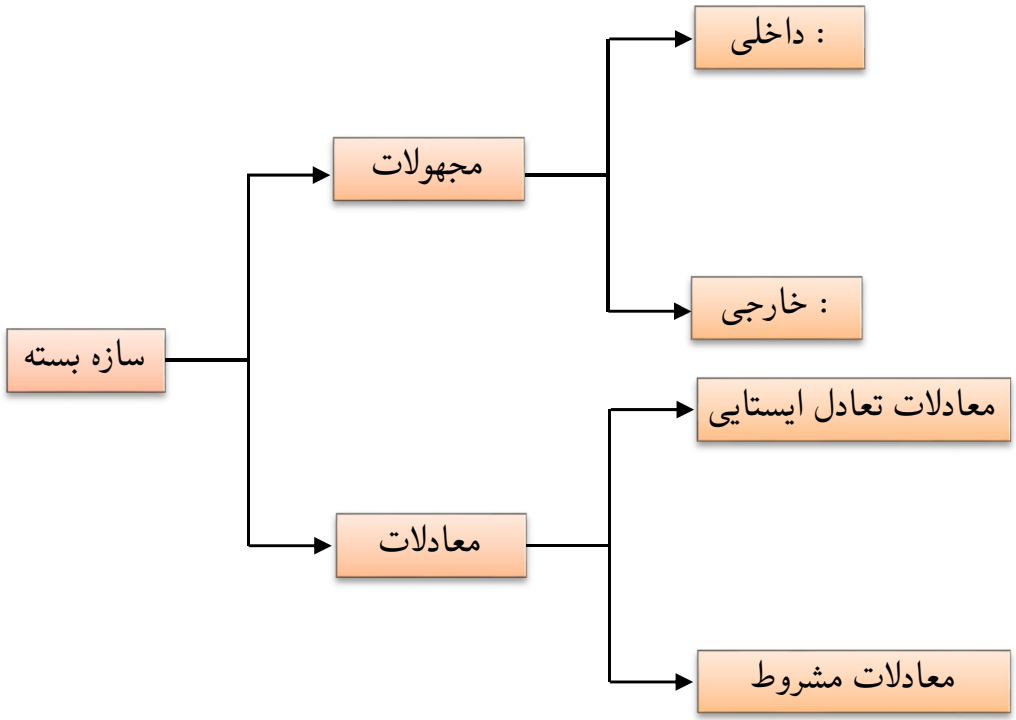




بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه:

حل مثال 20-



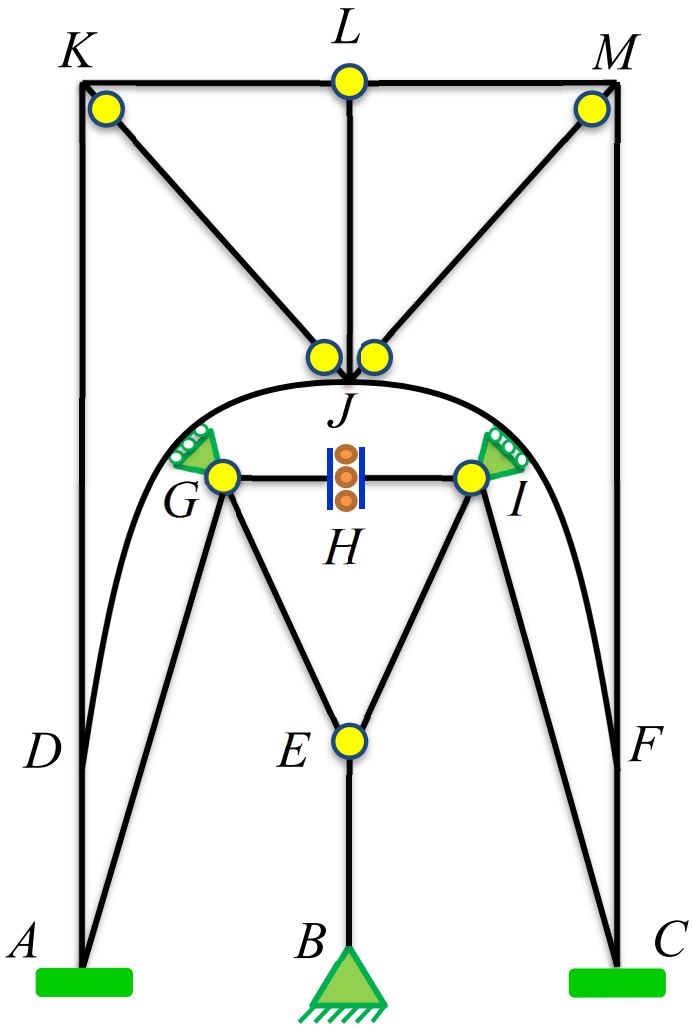
سازه 13 درجه نامعین است.

DOI_{total} = تعداد مجهولات کل − تعداد معادلات کل

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):

مثال 21- درجه نامعینی سازه نشان داده شده را محاسبه نمایید.

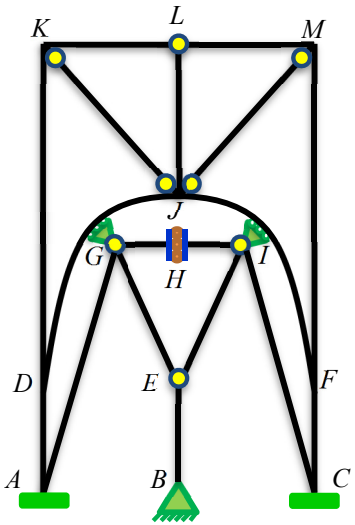


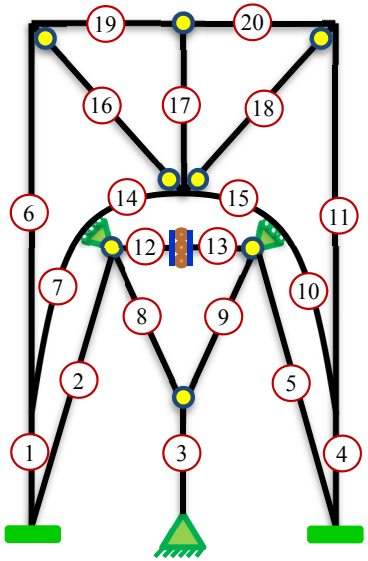
بررسی سیستم‌های سازه‌ای

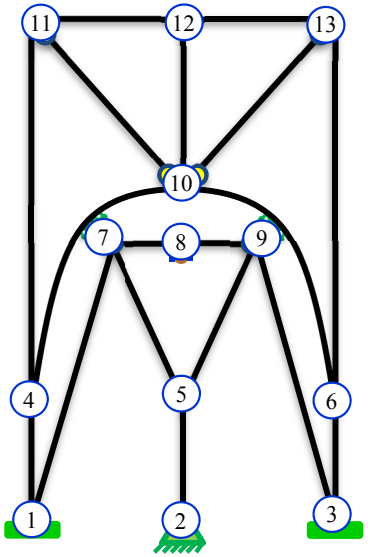
معین یا نامعین بودن سازه:

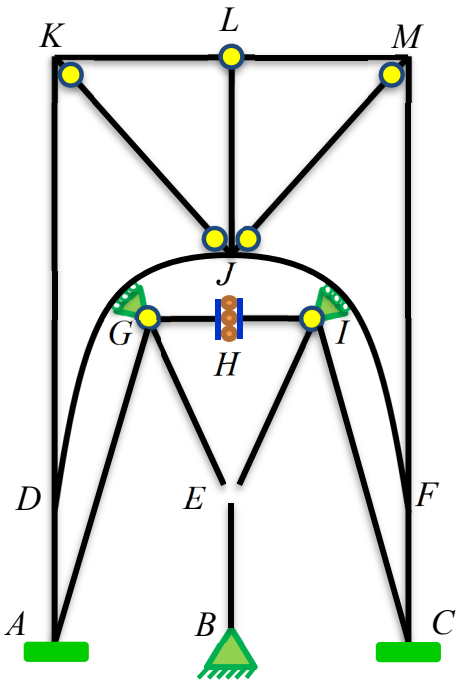
حل مثال 21-

محاسبه تعداد اعضا و گره:









معادلات مشروط در گره E:

کل معادلات مشروط در گره E $C = m - 1 = 3 - 1 \Rightarrow \boxed{C = 2}$

تعداد قطعه مجزا بعد از حذف مفصل در گره E $\boxed{p = 2}$

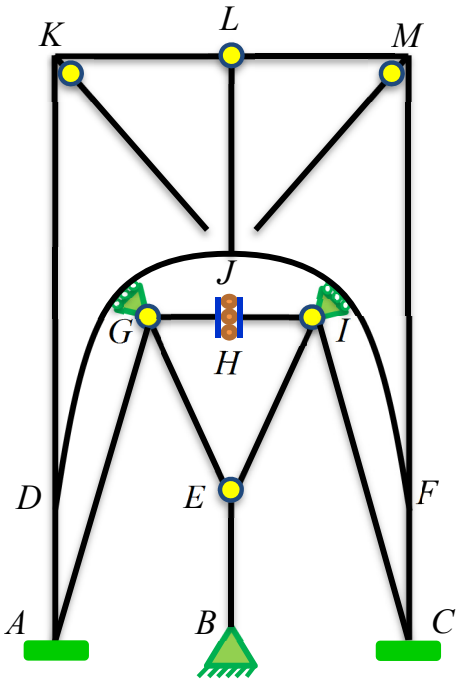
خ $C_{out} = p - 1 = 2 - 1 \Rightarrow \boxed{C_{out} = 1}$

د $C_{in} = C - C_{out} = 2 - 1 \Rightarrow \boxed{C_{in} = 1}$

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه:

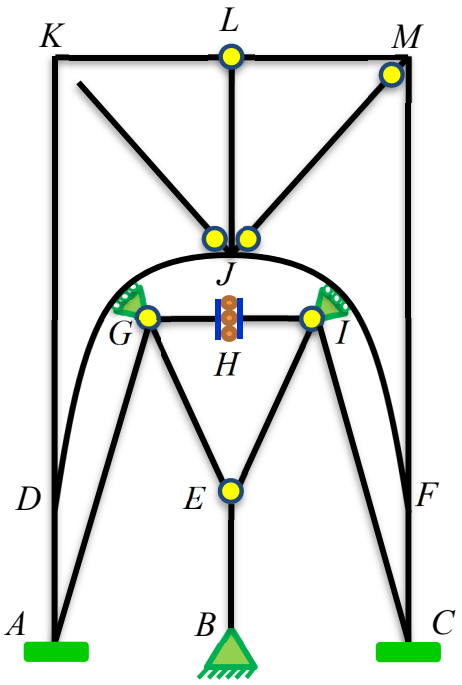
حل مثال 21-



معادلات مشروط در گره J:

کل معادلات مشروط در گره J

تعداد قطعه مجزا بعد از حذف مفصل در گره J



معادلات مشروط در گره K:

کل معادلات مشروط در گره K $C = m - 1 = 2 - 1 \Rightarrow \boxed{C = 1}$

تعداد قطعه مجزا بعد از حذف مفصل در گره K $\boxed{p = 1}$

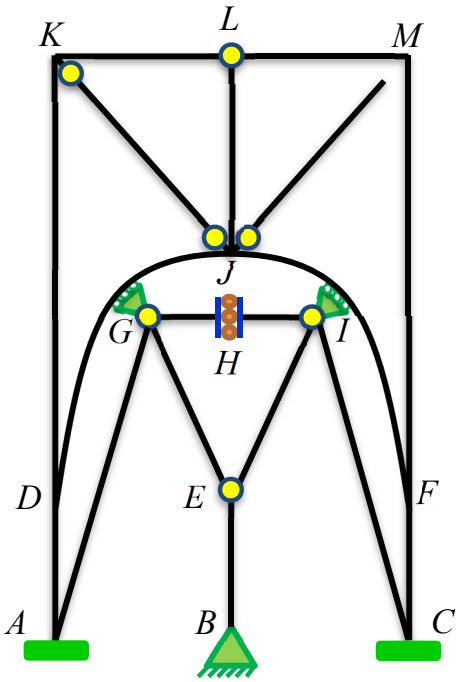
خ $C_{out} = p - 1 = 1 - 1 \Rightarrow \boxed{C_{out} = 0}$

د $C_{in} = C - C_{out} = 1 - 0 \Rightarrow \boxed{C_{in} = 1}$

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه:

حل مثال 21-



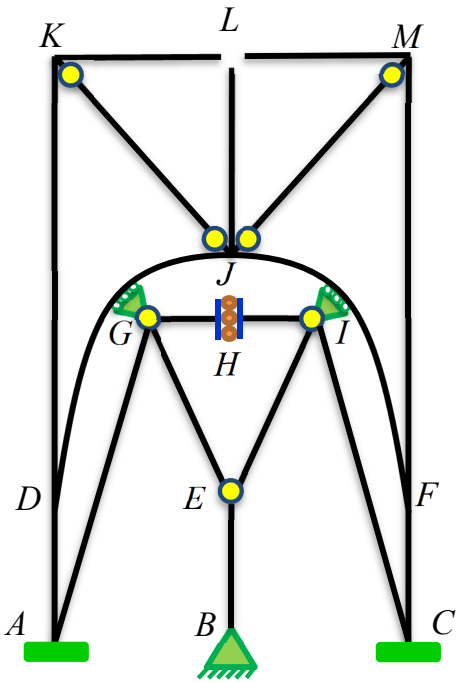
معادلات مشروط در گره M:

$C = m - 1 = 2 - 1 \Rightarrow \boxed{C = 1}$ کل معادلات مشروط در گره M

$\boxed{p = 1}$ تعداد قطعه مجزا بعد از حذف مفصل در گره M

$C_{out} = p - 1 = 1 - 1 \Rightarrow \boxed{C_{out} = 0}$ خ

$C_{in} = C - C_{out} = 1 - 0 \Rightarrow \boxed{C_{in} = 1}$ د



معادلات مشروط در گره L:

$C = m - 1 = 3 - 1 \Rightarrow \boxed{C = 2}$ کل معادلات مشروط در گره L

$\boxed{p = 1}$ تعداد قطعه مجزا بعد از حذف مفصل در گره L

$C_{out} = p - 1 = 1 - 1 \Rightarrow \boxed{C_{out} = 0}$ خ

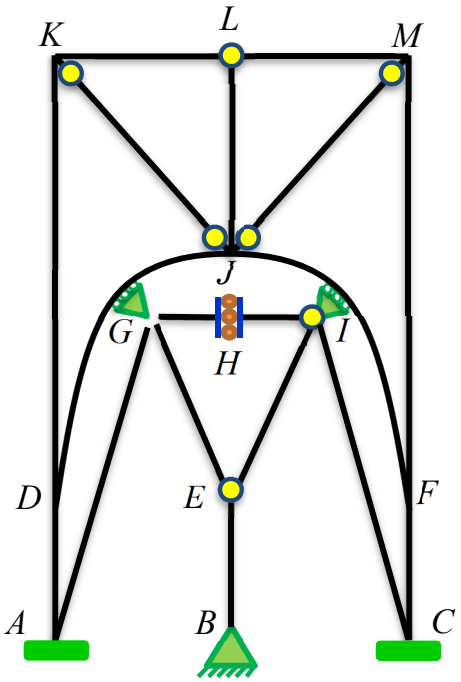
$C_{in} = C - C_{out} = 2 - 0 \Rightarrow \boxed{C_{in} = 2}$ د

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه:

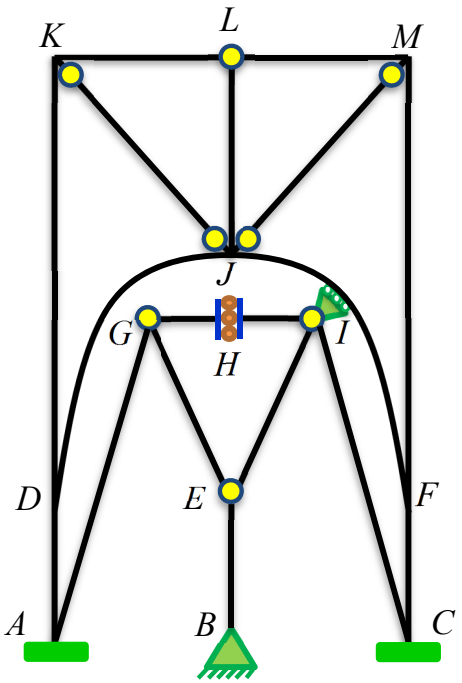
حل مثال 21-

معادلات مشروط در گره G ناشی از مفصل:



کل معادلات مشروط در گره G ناشی از مفصل

تعداد قطعه مجزا بعد از حذف مفصل در گره G



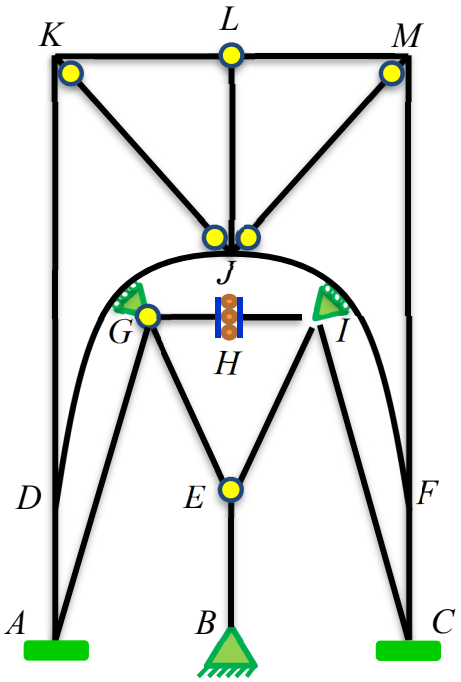
تعداد قطعه مجزا بعد از حذف غلتک در گره G

چرا طبق نکته قبلی تعداد معادلات مشروط ناشی از اتصال غلتکی دو نشده است؟ به این دلیل که یکی از دو معادله مشروط ناشی از اتصال غلتکی به دلیل اتصال مفصلی آن است که در بالا اتصال مفصلی آن به صورت مجزا بررسی شد.

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه:

حل مثال 21-



معادلات مشروط در گره I ناشی از مفصل:

کل معادلات مشروط در گره I ناشی از مفصل

$$C = m - 1 = 4 - 1 \Rightarrow \boxed{C = 3}$$

تعداد قطعه مجزا بعد از حذف مفصل در گره I

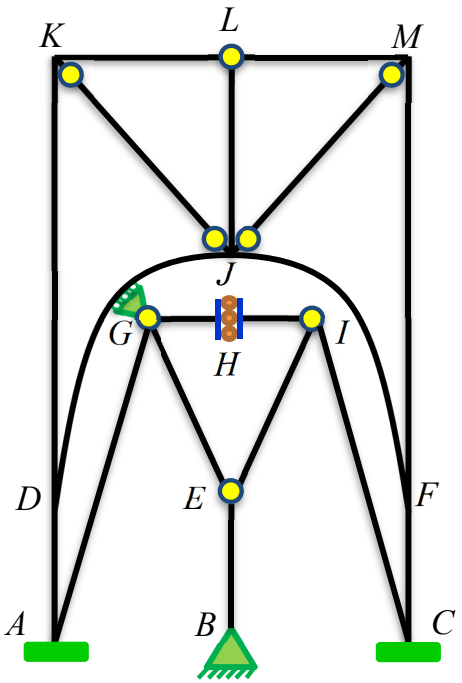
$$\boxed{p = 1}$$

خ

$$C_{out} = p - 1 = 1 - 1 \Rightarrow \boxed{C_{out} = 0}$$

د

$$C_{in} = C - C_{out} = 3 - 0 \Rightarrow \boxed{C_{in} = 3}$$



تعداد قطعه مجزا بعد از حذف غلتک در گره I

$$\boxed{p = 1}$$

خ

$$\boxed{C_{out} = 0}$$

د

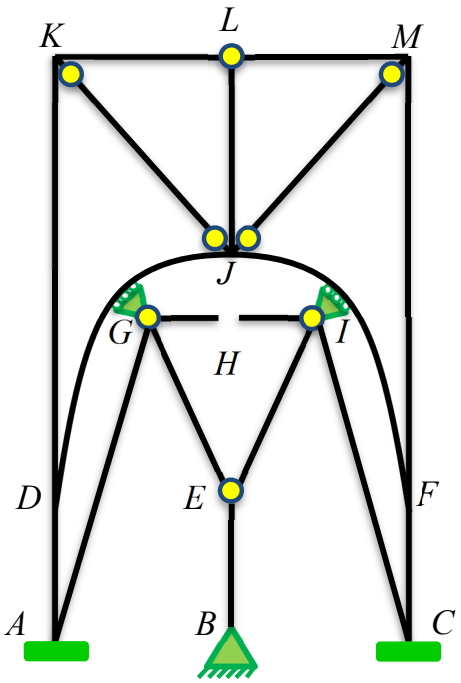
$$\boxed{C_{in} = 1}$$

چرا طبق نکته قبلی تعداد معادلات مشروط ناشی از اتصال غلتکی دو نشده است؟ به این دلیل که یکی از دو معادله مشروط ناشی از اتصال غلتکی به دلیل اتصال مفصلی آن است که در بالا اتصال مفصلی آن به صورت مجزا بررسی شد.

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه:

حل مثال 21-



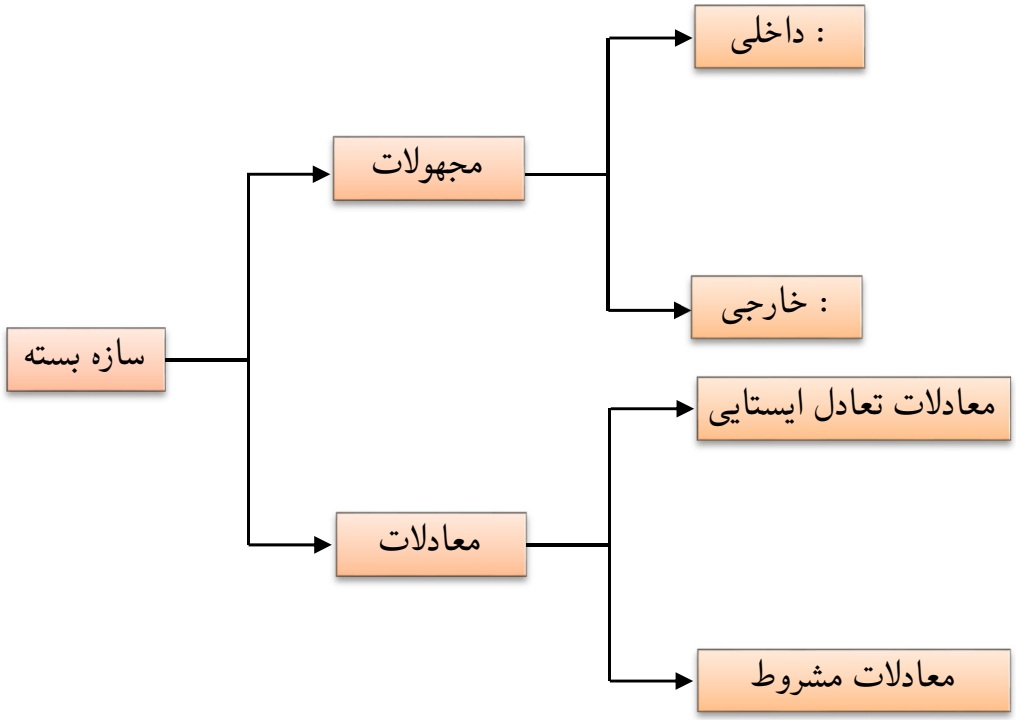
معادلات مشروط در گره H:

تعداد قطعه مجزا بعد از حذف قید شیاری در گره H

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه:

حل مثال 21-



سازه 12 درجه نامعین است. DOI_{total} = تعداد مجهولات کل − تعداد معادلات کل

سازه 8 درجه نامعینی داخلی دارد. DOI_{in} = تعداد مجهولات داخلی − تعداد معادلات داخلی

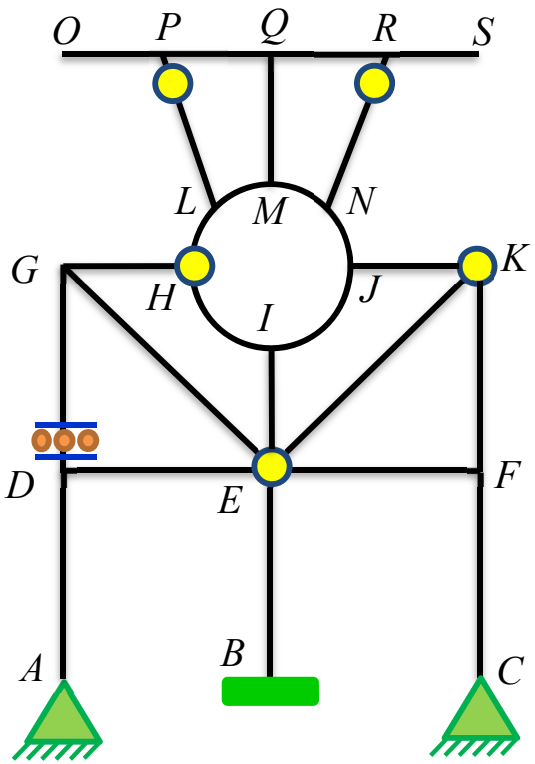
سازه 4 درجه نامعینی خارجی دارد. DOI_{out} = تعداد مجهولات خارجی − تعداد معادلات خارجی

جهت کنترل نتایج $DOI_{total} = DOI_{in} + DOI_{out} \Rightarrow 12 = 8 + 4$ ✓

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

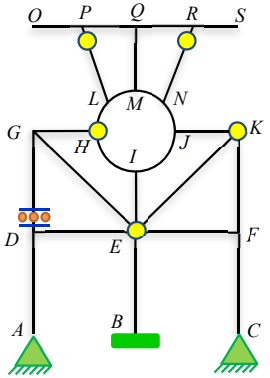
معین یا نامعین بودن سازه (Determinacy or Indeterminacy of Structures):

مثال 22- درجه نامعینی سازه نشان داده شده را محاسبه نمایید.



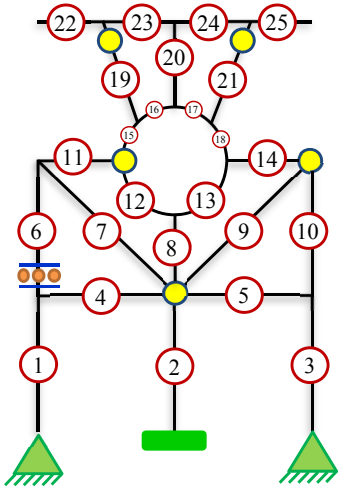
بررسی سیستم‌های سازه‌ای

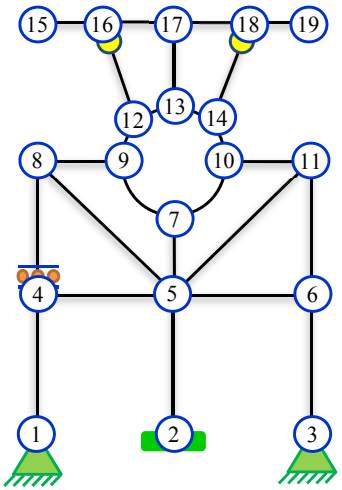
معین یا نامعین بودن سازه :

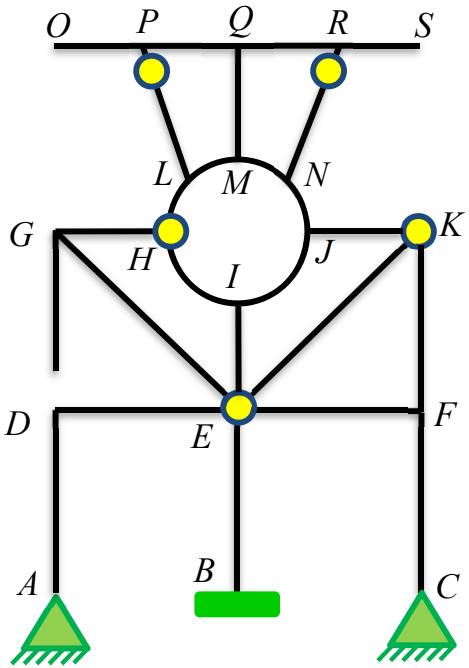


حل مثال 22-

محاسبه تعداد اعضا و گره:







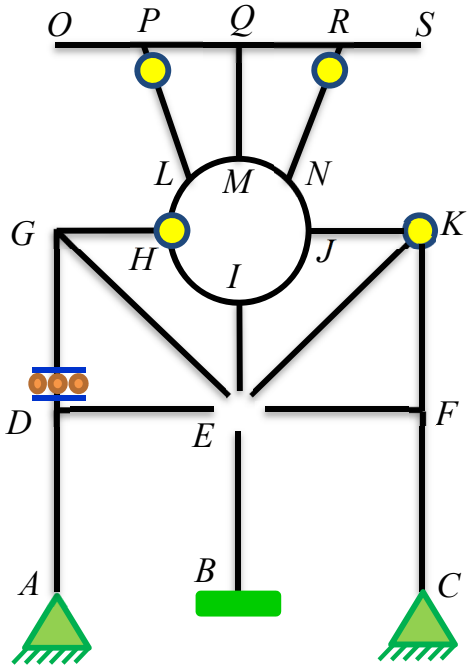
معادلات مشروط در گره D:

تعداد قطعه مجزا بعد از حذف قید شیاری در گره D

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه :

حل مثال 22-



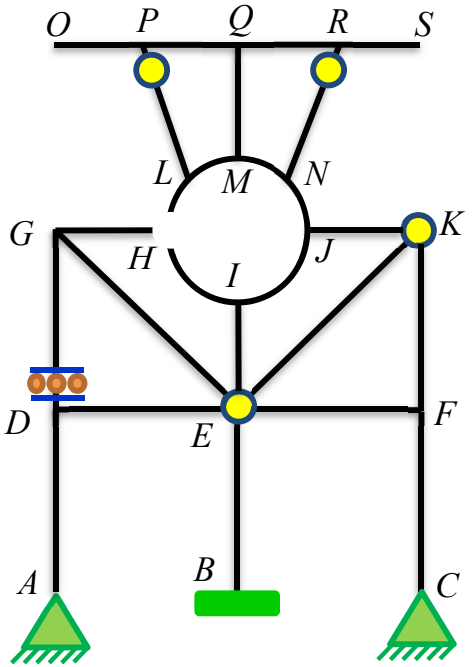
معادلات مشروط در گره E:

$C = m - 1 = 6 - 1 \Rightarrow \boxed{C = 5}$ کل معادلات مشروط در گره E

$\boxed{p = 2}$ تعداد قطعه مجزا بعد از حذف مفصل در گره E

$C_{out} = p - 1 = 2 - 1 \Rightarrow \boxed{C_{out} = 1}$ خ

$C_{in} = C - C_{out} = 5 - 1 \Rightarrow \boxed{C_{in} = 4}$ د



معادلات مشروط در گره H:

$C = m - 1 = 3 - 1 \Rightarrow \boxed{C = 2}$ کل معادلات مشروط در گره H

$\boxed{p = 1}$ تعداد قطعه مجزا بعد از حذف مفصل در گره H

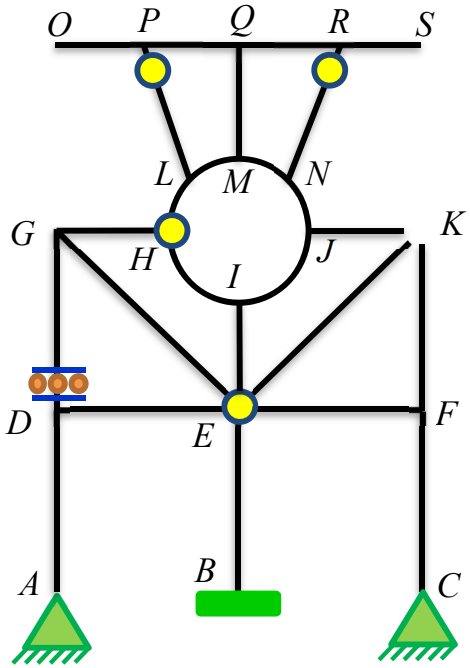
$C_{out} = p - 1 = 1 - 1 \Rightarrow \boxed{C_{out} = 0}$ خ

$C_{in} = C - C_{out} = 2 - 0 \Rightarrow \boxed{C_{in} = 2}$ د

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه :

حل مثال 22-



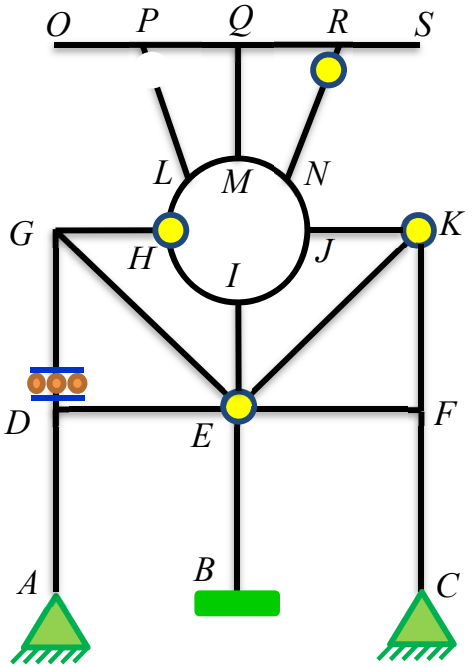
معادلات مشروط در گره K:

$C = m - 1 = 3 - 1 \Rightarrow \boxed{C = 2}$ کل معادلات مشروط در گره K

$\boxed{p = 1}$ تعداد قطعه مجزا بعد از حذف مفصل در گره K

$C_{out} = p - 1 = 1 - 1 \Rightarrow \boxed{C_{out} = 0}$ خ

$C_{in} = C - C_{out} = 2 - 0 \Rightarrow \boxed{C_{in} = 2}$ د



معادلات مشروط در گره P:

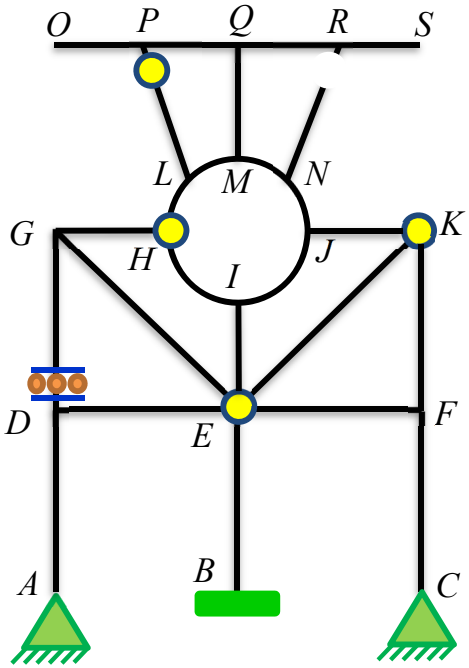
کل معادلات مشروط در گره P

تعداد قطعه مجزا بعد از حذف مفصل در گره P

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه :

حل مثال 22-



معادلات مشروط در گره R:

$C = m - 1 = 2 - 1 \Rightarrow \boxed{C = 1}$ کل معادلات مشروط در گره R

$\boxed{p = 1}$ تعداد قطعه مجزا بعد از حذف مفصل در گره R

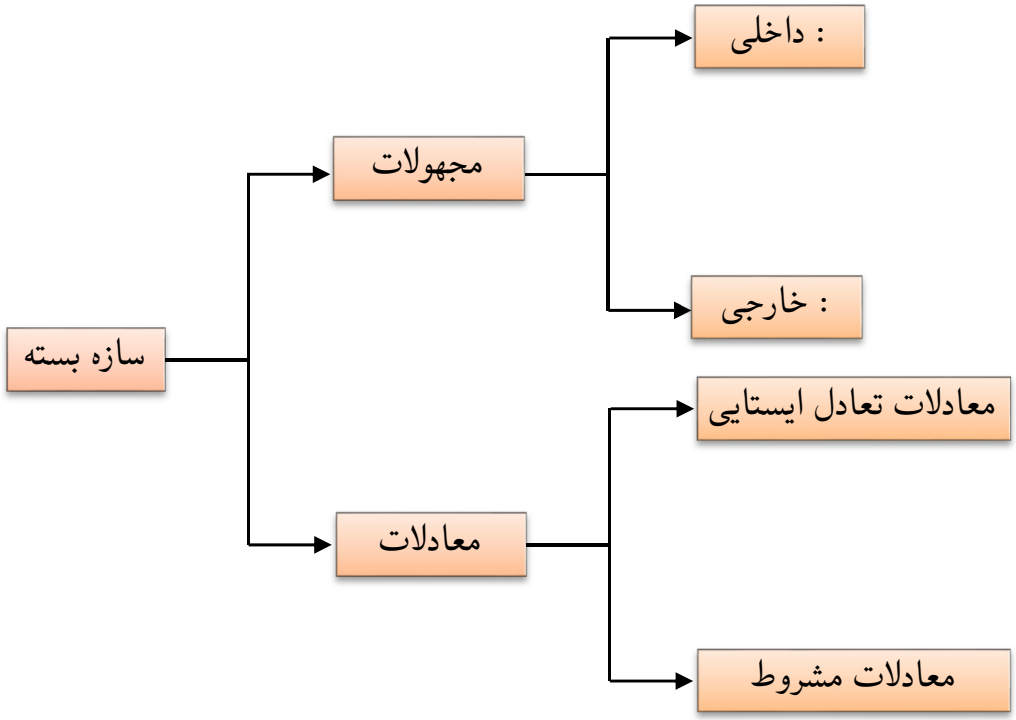
$C_{out} = p - 1 = 1 - 1 \Rightarrow \boxed{C_{out} = 0}$ خ

$C_{in} = C - C_{out} = 1 - 0 \Rightarrow \boxed{C_{in} = 1}$ د

بررسی سیستم‌های سازه‌ای

معین یا نامعین بودن سازه :

حل مثال 22-



سازه دارای 13 درجه نامعینی می‌باشد.

سازه 10 درجه نامعینی داخلی دارد.

سازه 3 درجه نامعینی خارجی دارد.

DOI_{total} = تعداد معادلات کل − تعداد مجهولات کل

DOI_{in} = تعداد معادلات داخلی − تعداد مجهولات داخلی

DOI_{out} = تعداد معادلات خارجی − تعداد مجهولات خارجی

$DOI_{total} = DOI_{in} + DOI_{out} \Rightarrow 13 = 10 + 3$ ✓ جهت کنترل نتایج