



دانشگاه کردستان
University of Kurdistan
زانکۆی کوردستان

Structural Control

Base Isolation Systems

By: Kaveh Karami

Associate Prof. of Structural Engineering

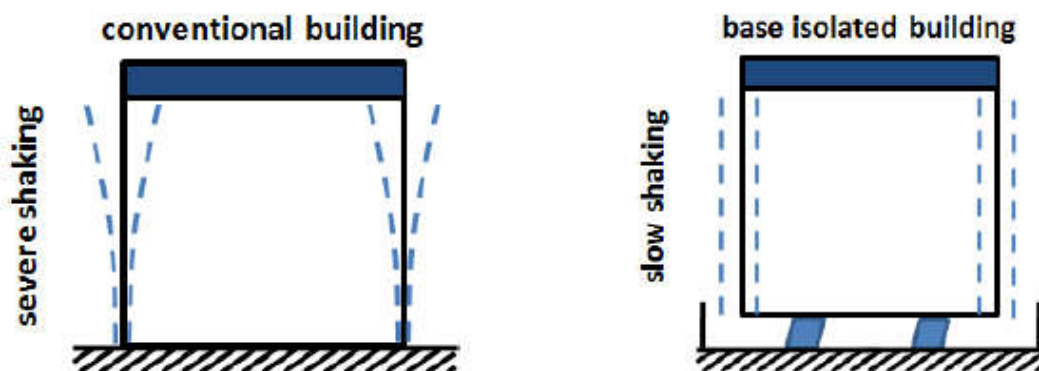
<https://prof.uok.ac.ir/Ka.Karami>

Base Isolations

مقدمه

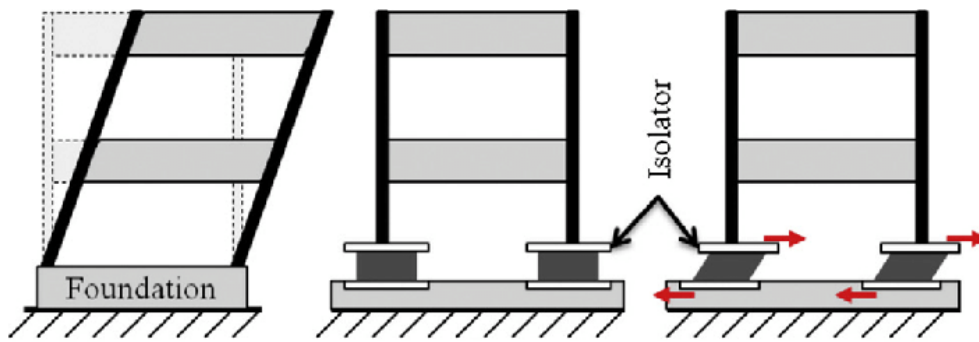
به منظور کاهش اثر زلزله در سازه‌ها می‌توان از ابزاری به نام جدایشگر استفاده کرد. این ابزار معمولاً در زیر پایه‌های سازه قرار می‌گیرد.

در چین باستان، زیر ساختمان‌های روستایی یک لایه شن قرار داده می‌شد که همان نقش جدایشگر را داشت. این امر باعث کاهش انتقال انرژی به ساختمان می‌شد. در واقع دانه‌های شن نقش غلتک را بازی می‌کردند.



ISBN: 978-84-692-5522-3

محققان بیشترین مطالعات از نظر تئوری و عملی را بر روی این نوع سیستم‌ها انجام داده‌اند. نتایج خوبی در ساختمان‌های ۱۰ تا ۱۵ طبقه حاصل شده است. از نظر اجرایی نصب آن آسان می‌باشد. همچنین برای مقاوم‌سازی سازه‌های موجود (ساختمان‌های تاریخی) راه حل مناسبی است.



جدایشگرهای پایه، نوعی سیستم کنترلی است که در حین ارتعاش با جدا کردن سازه از شالوده برش پایه ساختمان را کاهش می‌دهد.

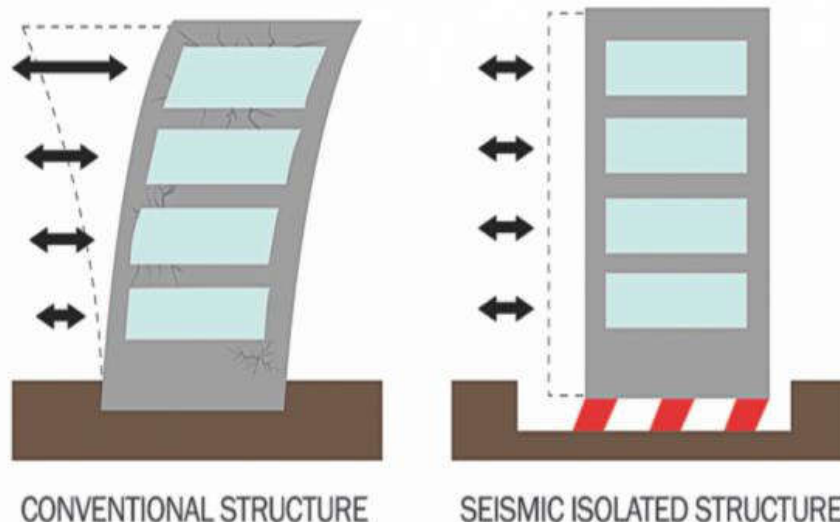


اعضای جداگر مابین شالوده و سازه قرار می‌گیرند

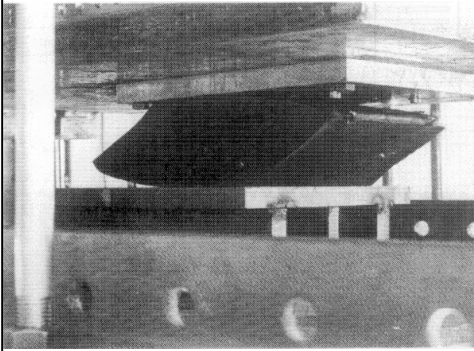
3

هدف از استفاده از جدایشگرها

- به منظور افزایش پریود سازه از جدایشگرها استفاده می‌شود.
- افزایش پریود باعث کاهش شتاب و در نتیجه کاهش نیروهای داخلی در سازه می‌گردد.
- از طرف دیگر جابجایی انتقالی سازه افزایش یافته و باعث بروز مشکلات خاصی از جمله برخورد یا تماس سازه با ساختمان‌های مجاور می‌گردد (افزایش جابجایی در تراز شالوده).
- اما در کل افزایش پریود باعث کاهش تنش‌های داخلی می‌شود؛ بنابراین ساختمان سبک‌تری را می‌توان طراحی کرد.
- جابجایی صلب‌گونه ساختمان باعث کاهش همزمان جابجایی نسبی (دریفت) و شتاب طبقات می‌گردد.

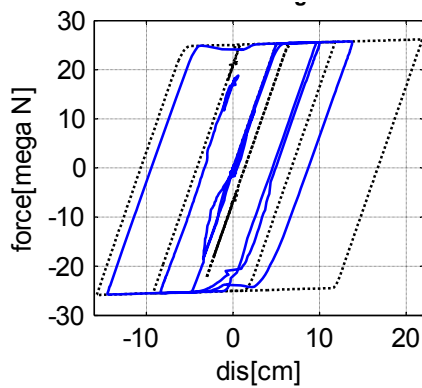


4



برخی خصوصیات جدایشگرها شامل موارد زیر است:

- باید به اندازه کافی سخت باشند تا بتوانند نیروهای قائم را تحمل کنند.
- باید به اندازه کافی در مقابل بارهای جانبی قابل انعطاف باشند.
- باید قابلیت جذب انرژی بالایی داشته باشند.

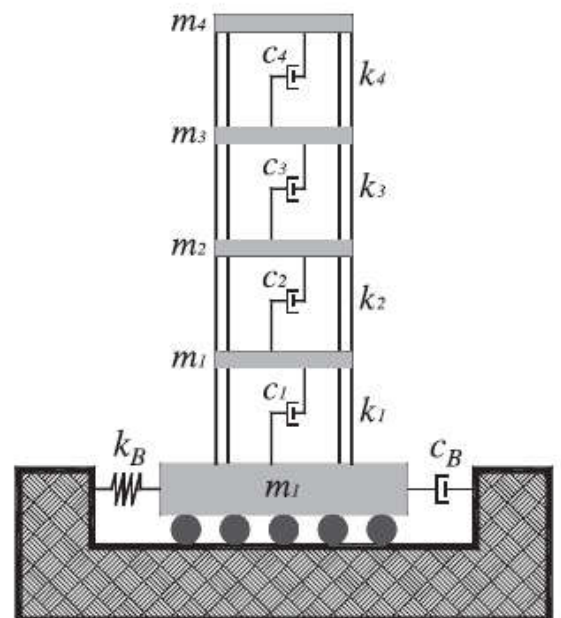
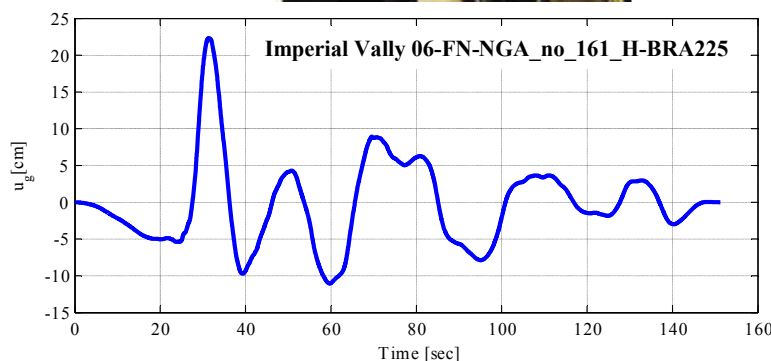
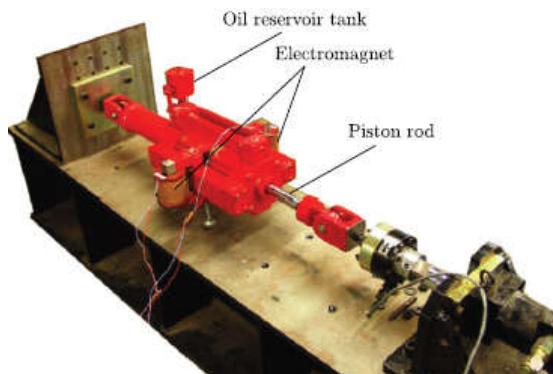


نمودار نیرو - جابجایی جدایشگر

جدایشگر معمولاً مانند طبقه نرم کار می‌کند. در ساختمان‌هایی که ارتفاع طبقه اول آن‌ها زیاد است (کاربری تجاری) طبقه نرم محسوب می‌شود. با فرض آن‌که امکان تغییر شکل زیاد ستون‌ها فراهم باشد انرژی زلزله به طبقات بالا منتقل نمی‌گردد. از این رو در نرم‌افزارهای اجزا محدودی که امکان مدل سازی جدایشگر را ندارند می‌توان از خاصیت طبقه نرم برای مدل سازی جدایشگر استفاده نمود. به طور مثال برای مدل کردن یک ساختمان ۱۰ طبقه مجهز به جدایشگر، یک ساختمان ۱۱ طبقه مدل می‌گردد به طوری که طبقه اول آن نرم بوده و دارای سختی و میرایی نظیر لایه جدایشگر باشد. با توجه به آن که جدایشگر رفتار غیرخطی دارد باید سازه به صورت غیرخطی آنالیز گردد.

5

یکی از مشکلات جدایشگرها افزایش جابجایی صلب سازه در زلزله‌های نزدیک به گسل است. استفاده از میراگرها راه حل مناسبی جهت کاهش پاسخ جابجایی پایه می‌باشد. اما با این وجود دریافت طبقات قدری افزایش خواهد یافت.

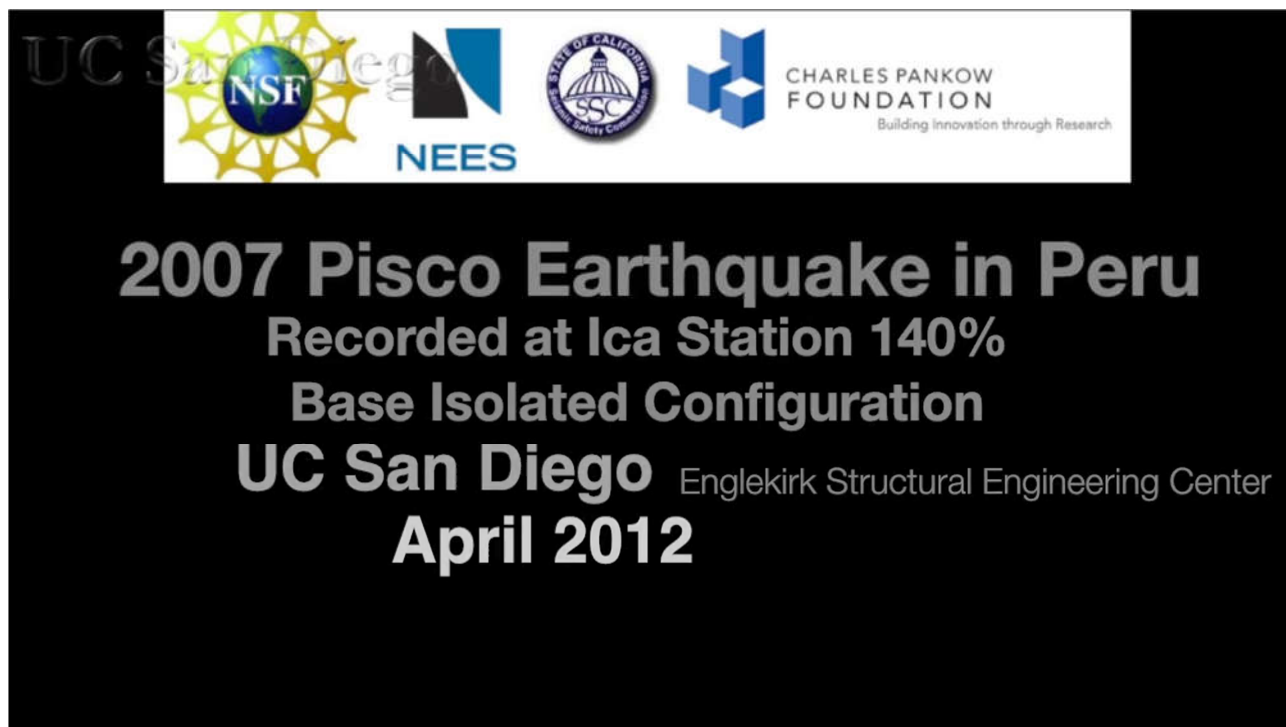


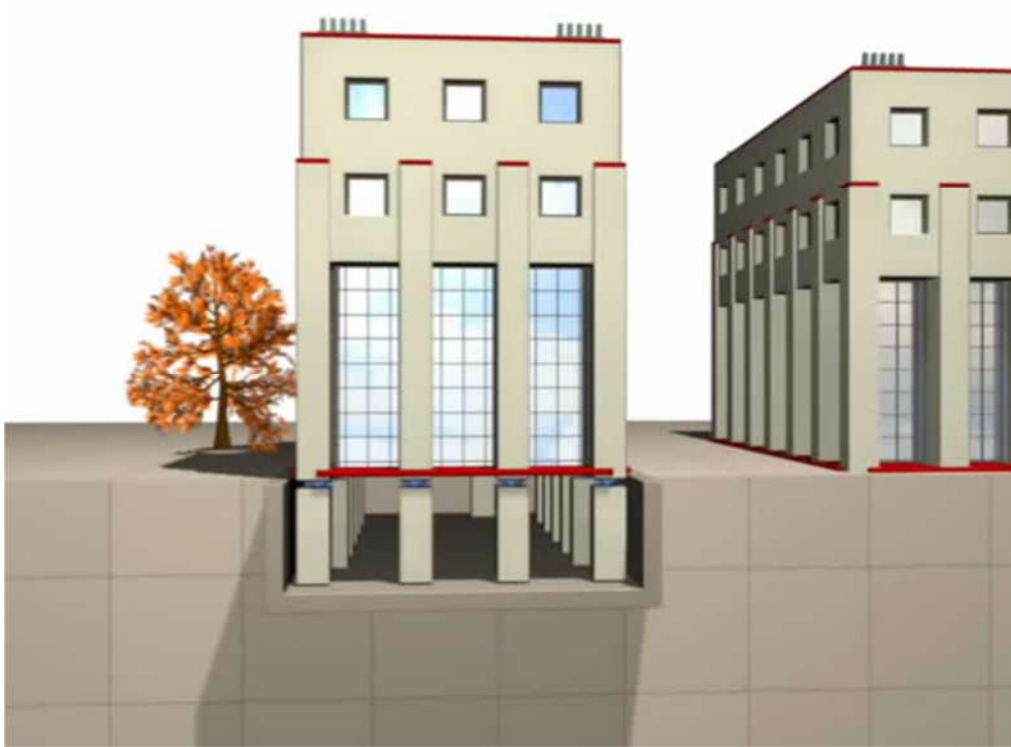
6

- 12-story building models
- Fixed Period equals 1.2s
- Isolated period equals 5.0s

**TESTING OF NEW LINE
OF
SEISMIC BASE ISOLATORS
STEP 3
CSUN - UCSD
DECEMBER 5 - 6, 2006**

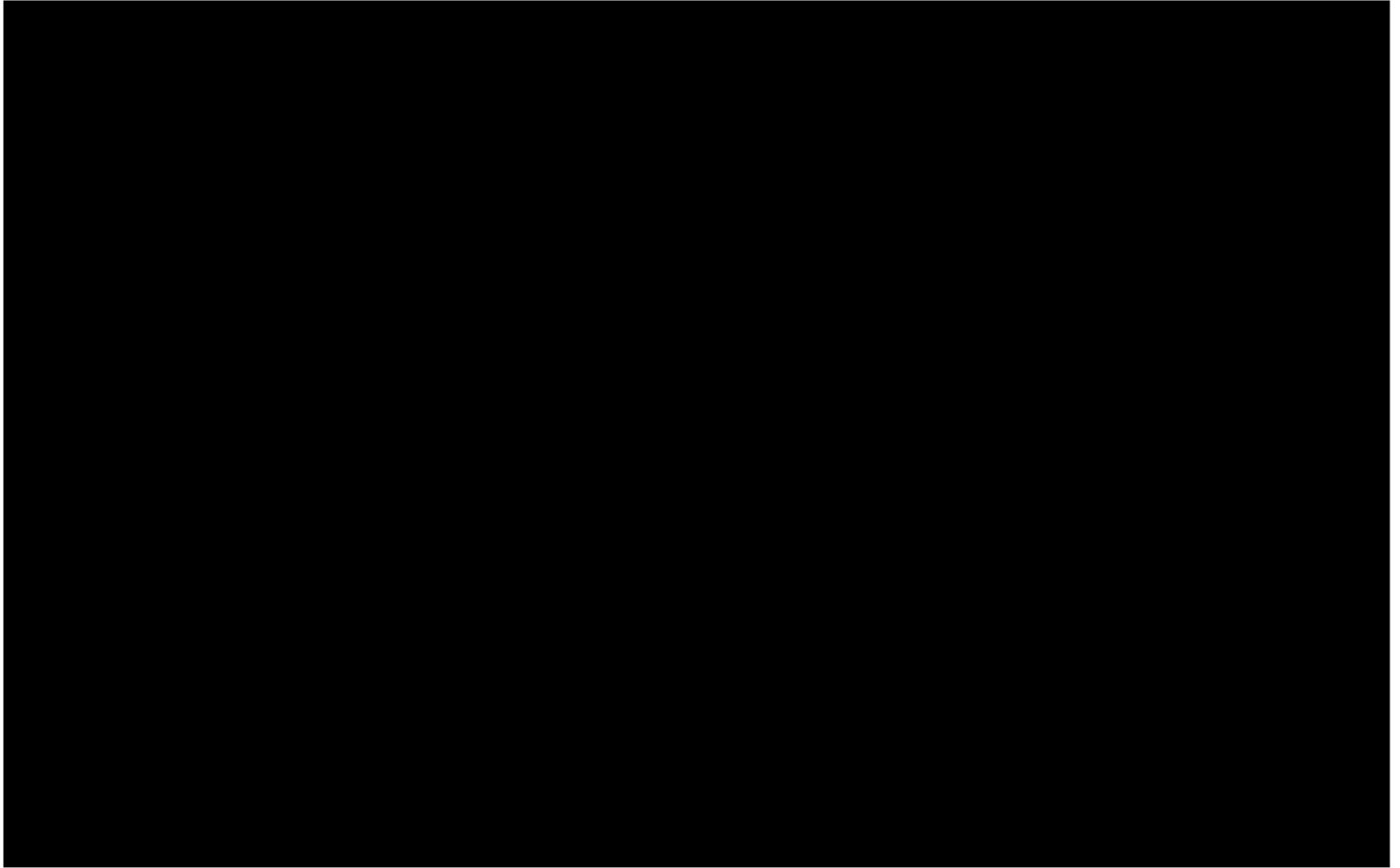




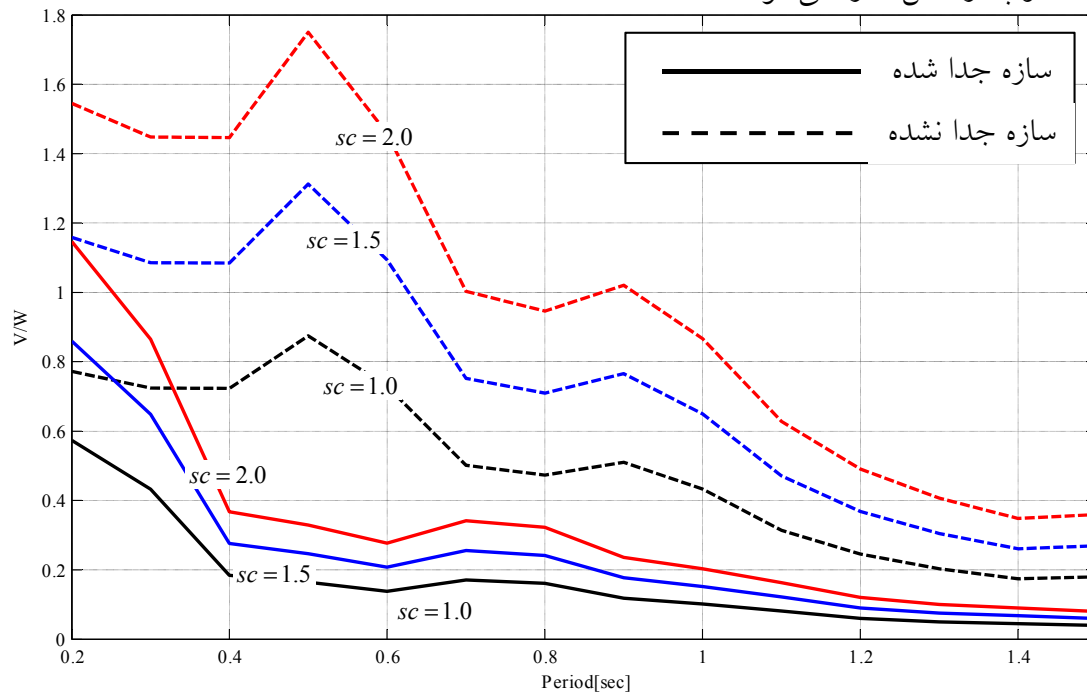


Shock absorbers
on a skyscraper?



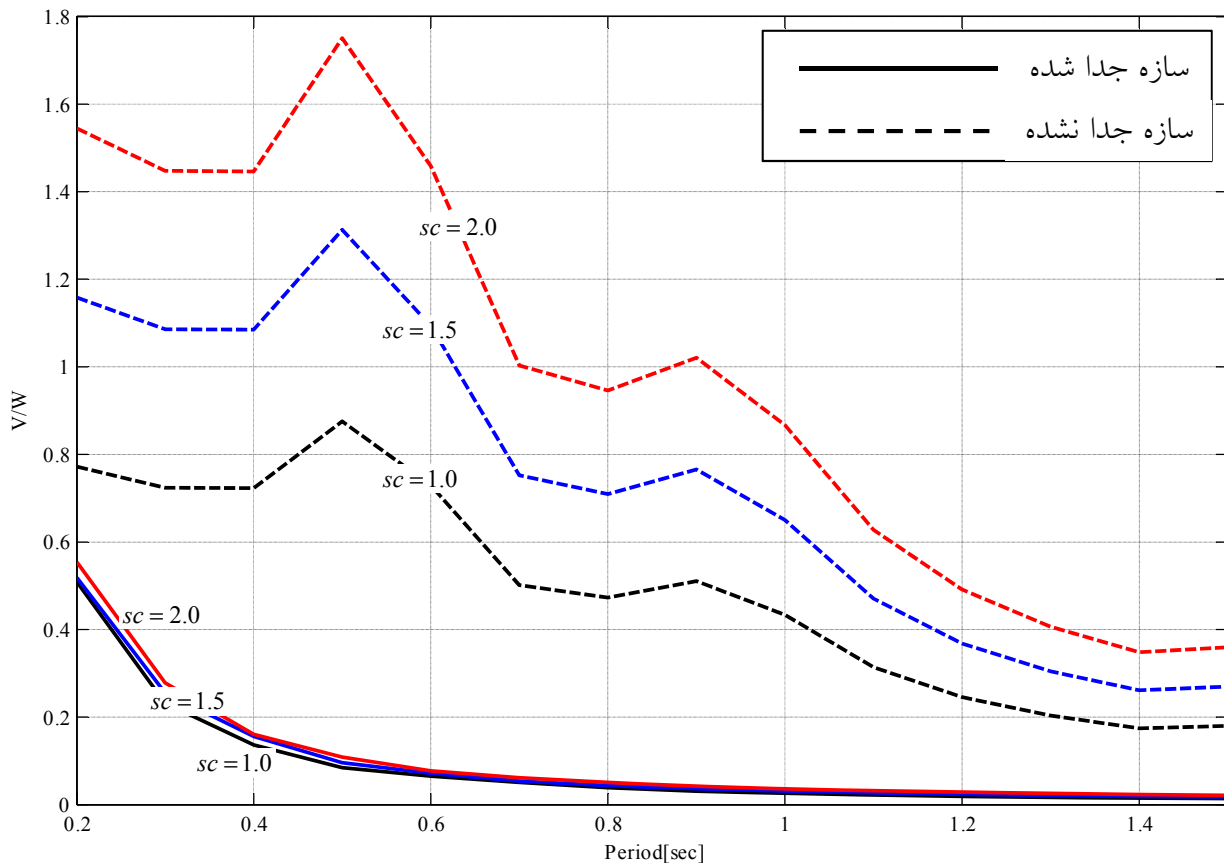


استفاده از جدایشگرها باعث کاهش نیروی برشی وارد بر سازه می‌شود. در حقیقت با استفاده از سیستم جداساز لرزه‌ای، انتقال نیروهای اینرسی به سازه کم شده و سازه تقریباً مشابه یک جسم صلب، تنها یک جابجایی انتقالی خواهد داشت. در این حالت نیروی اینرسی کم می‌شود و در هنگام ارتعاش جسم به صورت صلب جابه‌جا می‌گردد. به بیان دیگر می‌توان گفت جدایشگر باعث افزایش زمان تناوب ارتعاش سازه می‌شود.



مقایسه نمودار طیف نسبت برش طبقه اول به وزن سازه در دو حالت سازه جدا شده و جدا نشده تحت اثر زلزله Elcentro در مقیاس‌های مختلف شدت زلزله (با فرض رفتار خطی جدایشگر $k_b = 0.1k_s$)

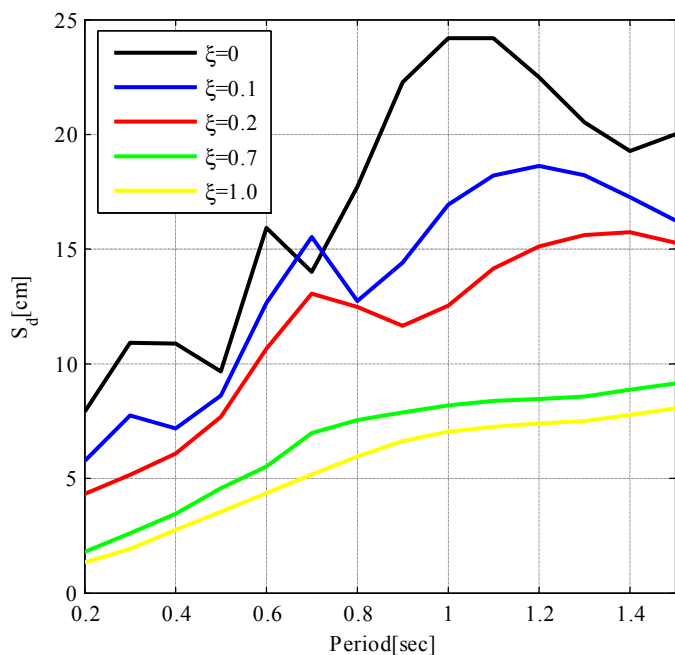
15



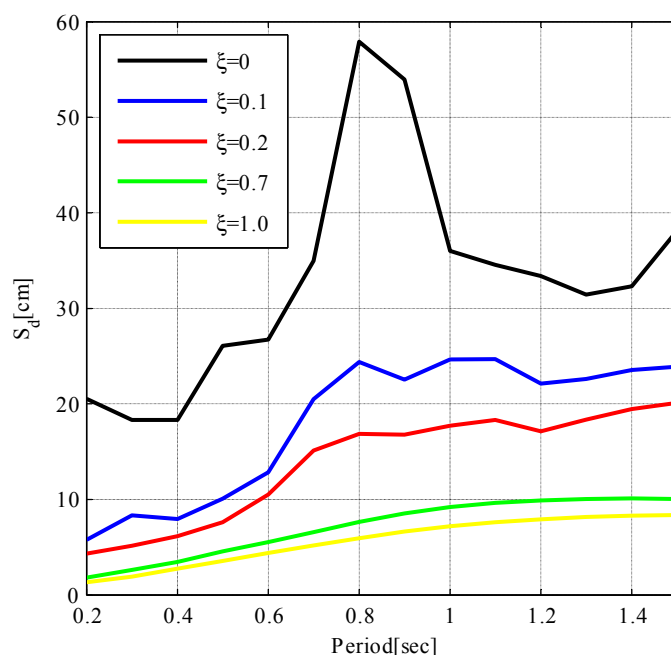
مقایسه نمودار طیف نسبت برش طبقه اول به وزن سازه در دو حالت سازه جدا شده و جدا نشده تحت اثر زلزله Elcentro در مقیاس‌های مختلف شدت زلزله (با فرض رفتار غیرخطی جدایشگر $k_b = 0.1k_s$)

16

اثر افزایش پریود سازه و همچنین افزایش میرایی که هر دو به دلیل استفاده از جدایشگر می‌باشند بر پاسخ جابجایی سازه در نمودارهای زیر نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهد افزایش پریود باعث افزایش پاسخ جابجایی می‌گردد. اما برعکس افزایش میرایی پاسخ جابجایی را کاهش می‌دهد.

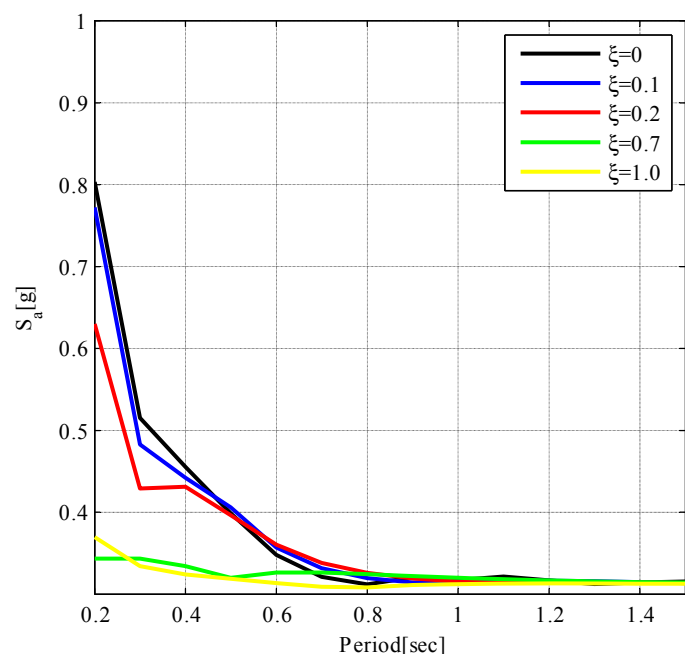


نمودار جابجایی طیفی سازه جدا شده تحت اثر زلزله
Elcentro (با فرض رفتار غیرخطی جدایشگر $k_b = 0.1k_s$)

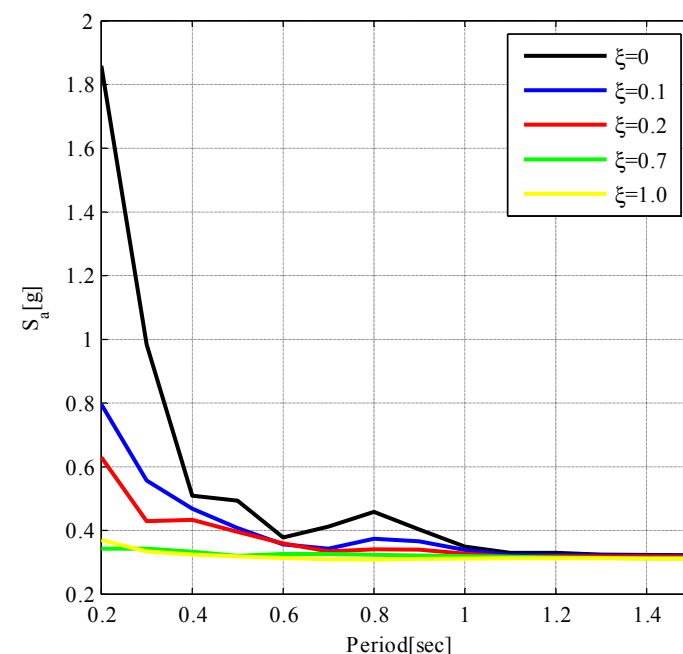


نمودار جابجایی طیفی سازه جدا شده تحت اثر زلزله
Elcentro (با فرض رفتار خطی جدایشگر $k_b = 0.1k_s$) 17

اثر افزایش پریود سازه و همچنین افزایش میرایی که هر دو به دلیل استفاده از جدایشگر می‌باشند بر پاسخ شتاب سازه در نمودارهای زیر نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهد افزایش پریود باعث کاهش پاسخ شتاب می‌گردد. همچنین افزایش میرایی نیز پاسخ شتاب را کاهش می‌دهد.

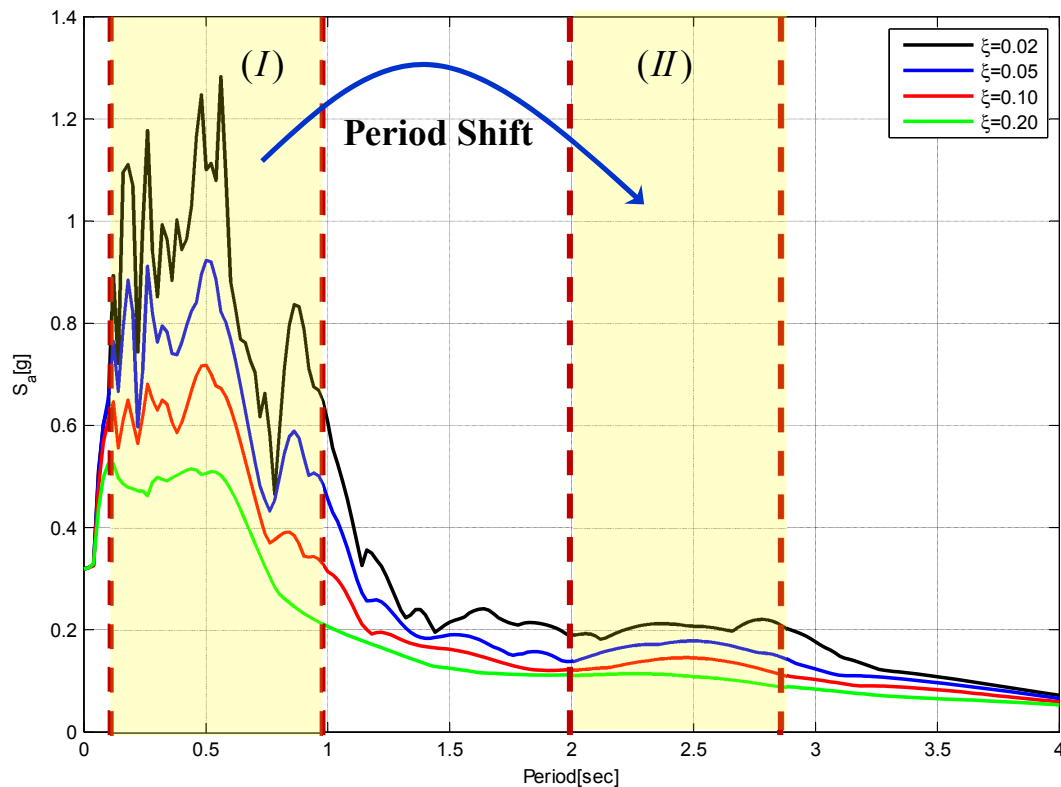


نمودار شتاب طیفی سازه جدا شده تحت اثر زلزله
Elcentro (با فرض رفتار غیرخطی جدایشگر $k_b = 0.1k_s$)



نمودار شتاب طیفی سازه جدا شده تحت اثر زلزله
Elcentro (با فرض رفتار خطی جدایشگر $k_b = 0.1k_s$) 18

اگر پریود سازه در ناحیه (I) یعنی ناحیه شتاب حساس باشد می‌توان از جدایشگر استفاده کرد و پریود سازه را به ناحیه (II) یعنی ناحیه مربوط به پریود سازه‌های جدا شده منتقل نمود (Period Shift). اما اگر سازه در حالت عادی پریود آن در ناحیه (II) باشد استفاده از جدایشگر کار بی‌فروده‌ای است.



نمودار شتاب طیفی زلزله Elcentro

19

محدودیت‌ها در اجرای جداساز لرزه‌ای:

- واژگونی.
- جابجایی زیاد در تراز جدایشگر (برخورد با سازه مجاور).
- عدم وجود فاصله کافی در محل جدایشگر (نصب در سازه‌های موجود و یا بازرسی آن).
- خاک‌های ضعیف (جنس خاک در انتقال موج زلزله حاکم است اگر خاک ضعیف باشد عملکرد جدایشگر موثر نبوده بهتر است خاک تقویت گردد).
- زمین شیب‌دار (جداگر لرزه‌ای در سطح‌های شیب‌دار عملکرد مناسبی ندارد).
- اقتصادی (در سازه‌های با اهمیت کم اقتصادی نمی‌باشد).

نکات اجرایی جداساز لرزه‌ای:

- امکان بازرسی و تعویض.
- فضای لازم جهت حرکت ساختمان.
- پیوستگی سرویس‌های تاسیساتی راه پله و آسانسور (لوله‌های تاسیساتی باید به نحوی اجرا شوند که امکان حرکت ساختمان وجود داشته باشد).
- اجرای سیستم پشتیبانی (راه‌کارهایی برای کنترل تجهیزات کنترلی و احداث راهروهایی برای بازرسی آن‌ها).

20







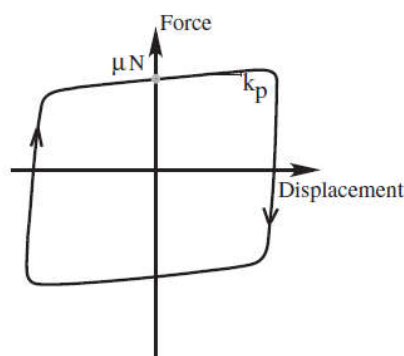
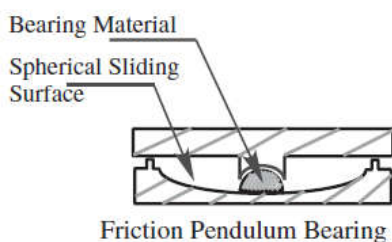
25

Base Isolations

انواع جدایشگرها

جدایشگر پایه از نوع اصطکاکی پاندولی (FPB)

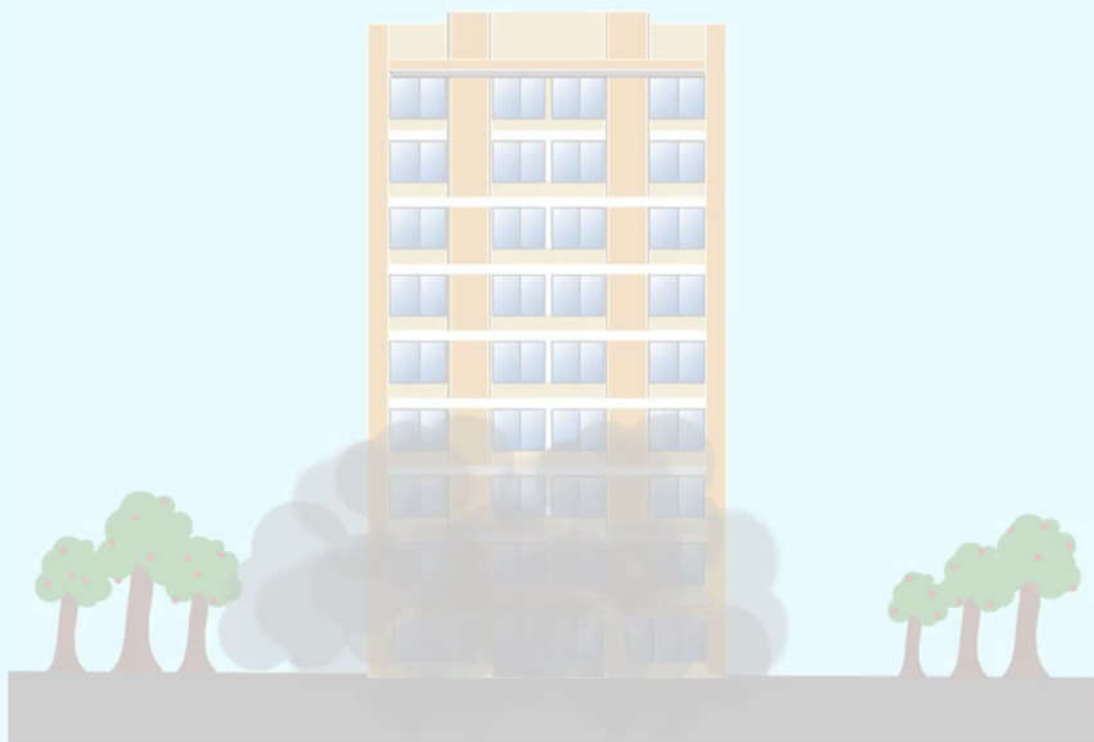
این نوع جدایشگر با رفتار شبیه آونگ باعث افزایش پریود طبیعی سازه جدا شده می‌گردد؛ در نتیجه نیروی انتقال یافته به سازه ناشی از زلزله کاهش می‌یابد. این نوع جدایشگر براساس اصطکاک کار می‌کند. تا حد معینی از نیروی برشی را انتقال داده و پس از آن لغزش صورت می‌گیرد. مقدار نیروی برشی حداکثر تابعی از ضریب اصطکاک است. از مزیت‌های این سیستم قیمت مناسب در مقایسه با انواع جدایشگرها است. علاوه بر این تغییر ضریب اصطکاک به علت تغییرات دما و زمان از نقاط ضعف می‌باشد.



26

Elastomeric Bearing and Friction Pendulum Test Machine

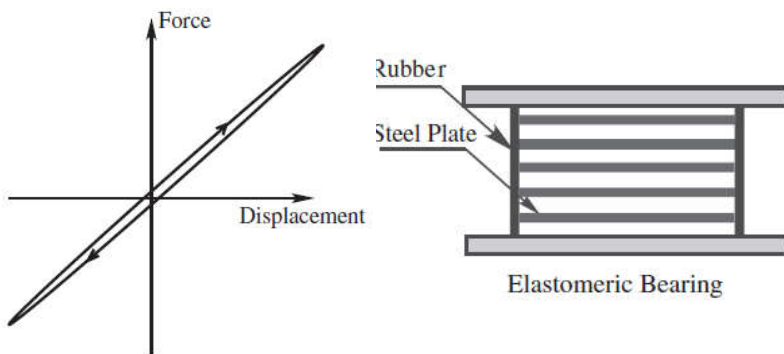
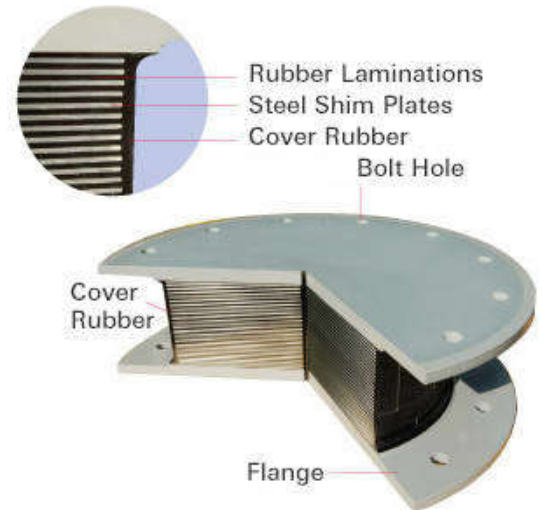
27



28

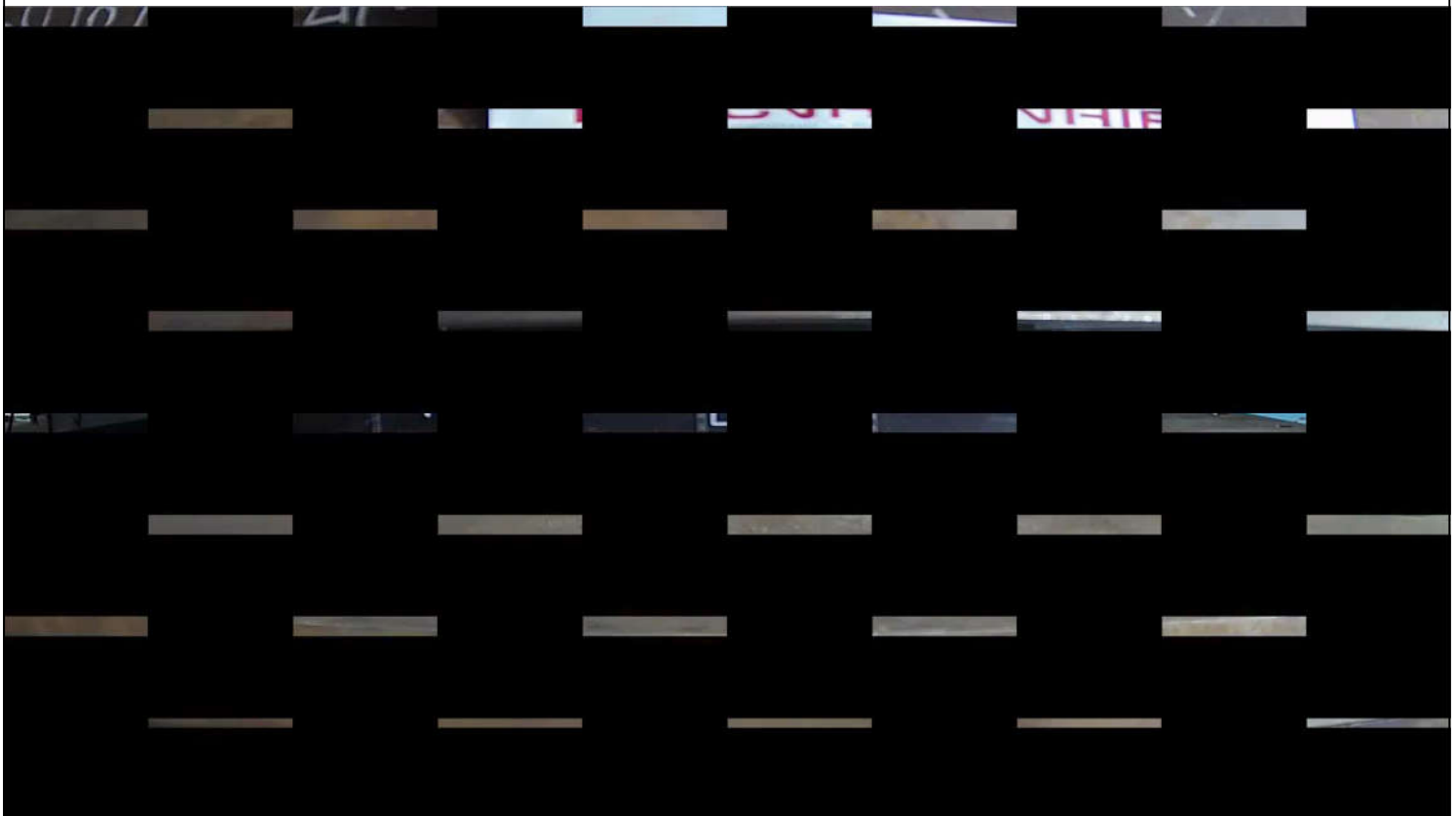
جداگر پایه از نوع الاستومریک

در این سیستم از لایه‌های لاستیکی با ضخامت کم و میرایی زیاد که بین صفحات فولادی به صورت ساندویچی قرار گرفته‌اند تشکیل شده است.

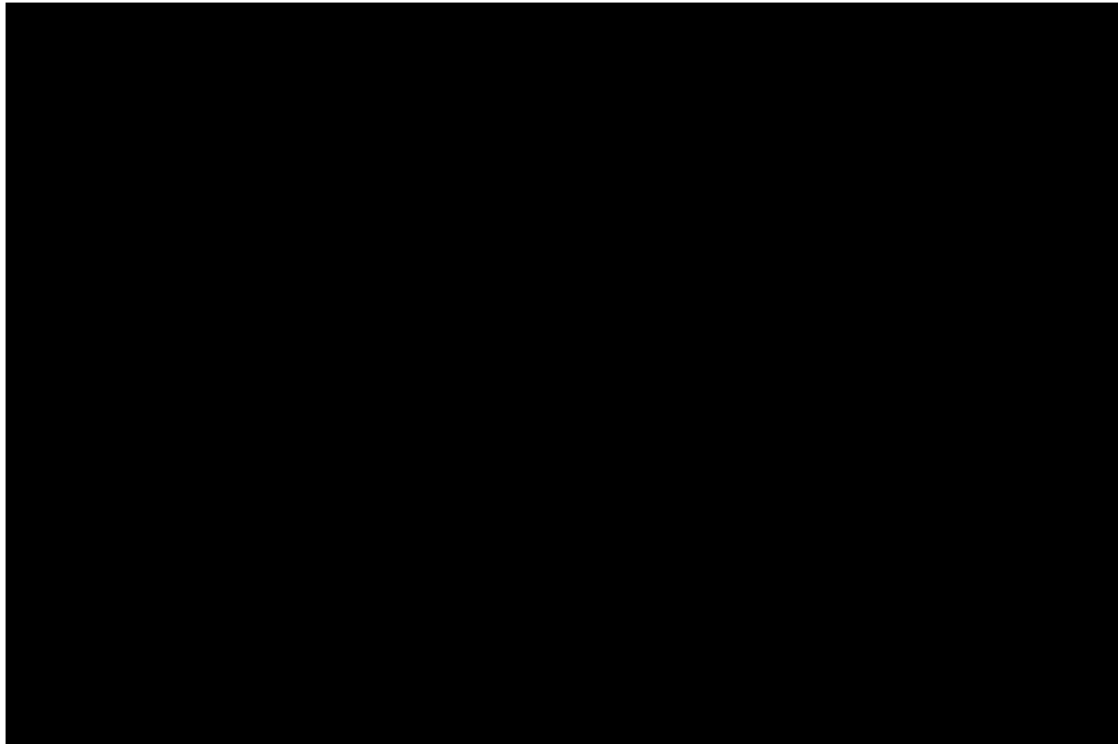


29

جداگر پایه از نوع الاستومریک

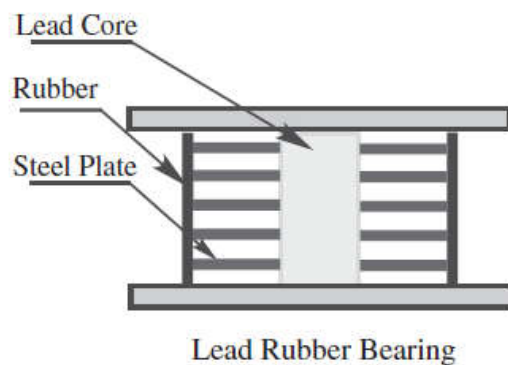


30

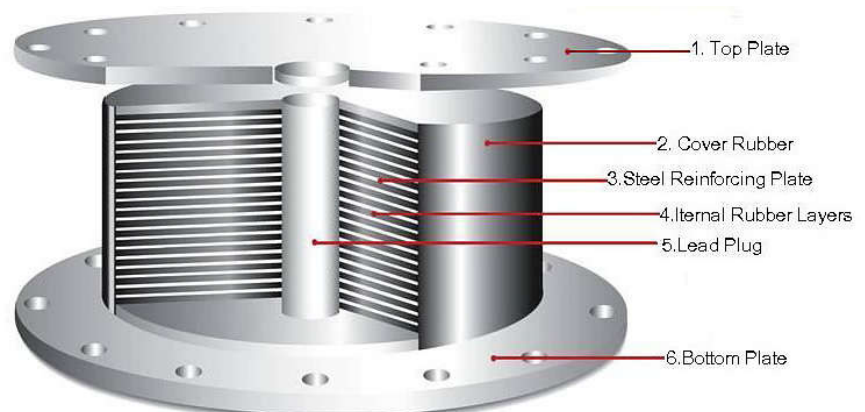
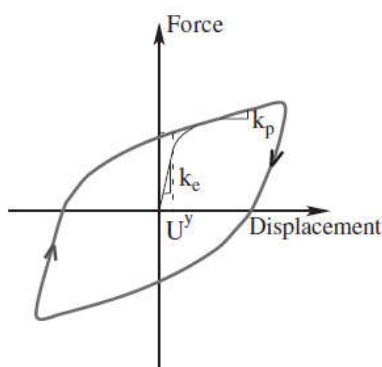


31

جداگر پایه از نوع لاستیکی دارای هسته سربی (LRB)



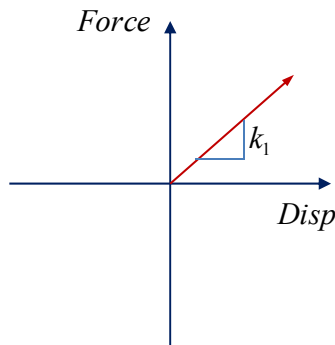
این نوع سیستم‌ها مشابه جداشگر الاستومریک با لایه‌های فولادی و لاستیکی است با این تفاوت که یک هسته سربی استوانه‌ای در وسط جداشگر به آن اضافه شده است. لایه‌های فولاد و لاستیک تحت اثر فشار و حرارت به هم متصل می‌شوند. ورق‌های فولادی جهت تحمل بارهای قائم و نیروی جانبی توسط لاستیک‌ها تامین می‌شوند. هسته سربی جهت جذب انرژی بیشتر استفاده شده است. عمر مفید این نوع جداشگرها که توسط کارخانه‌های مختلف تولید شده است در حدود ۵۰ سال می‌باشد.



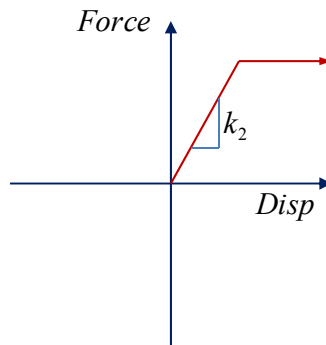
32

جداگر پایه از نوع لاستیکی دارای هسته سربی

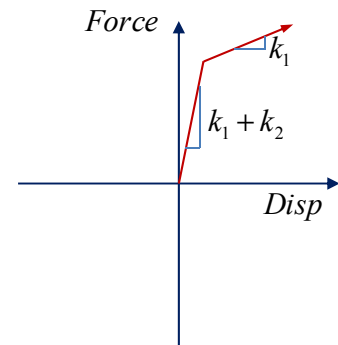
مصالحي که به عنوان میراگر در وسط LRB (نظیر سرب) قرار می‌دهند مصالحی هستند که تحت اثر بارهایی نظیر زلزله تغییر ساختار می‌دهند. اما پس از حذف بارها به حالت اولیه برمی‌گردند. زمانی که لایه‌های فولادی تنش برشی را به هسته سربی انتقال می‌دهند هسته سربی به حالت پلاستیک در می‌آید و باعث اتلاف انرژی به دلیل رفتار هیسترتیک می‌شود.



نمودار نیرو - جابجایی
لاستیک.



نمودار نیرو - جابجایی
هسته سربی.

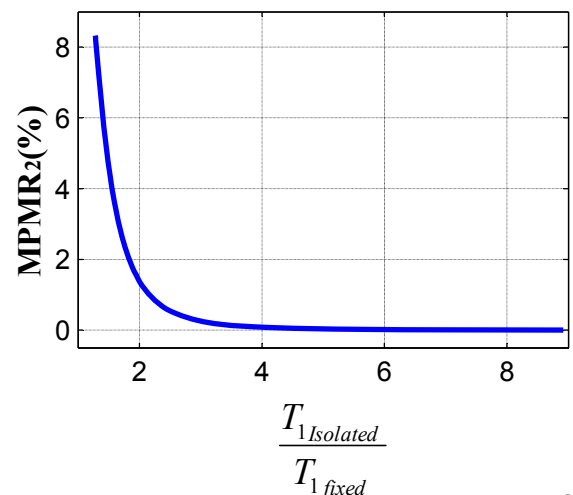
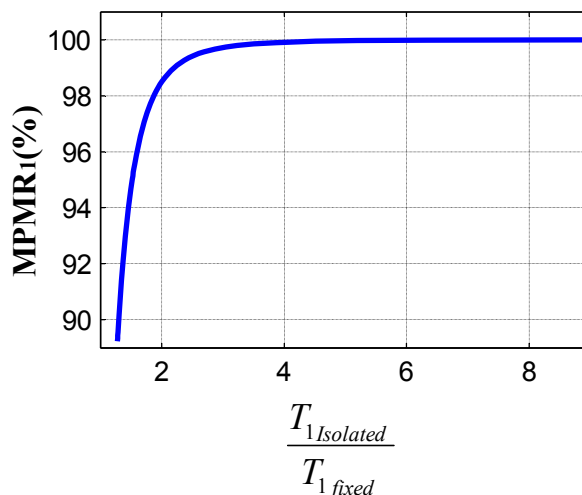
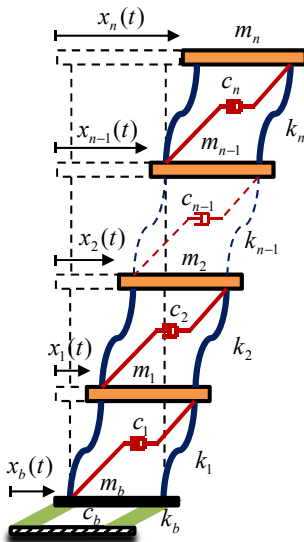


نمودار نیرو - جابجایی
جدايشگر LRB

33

□ مدل سازی جدایشگرها

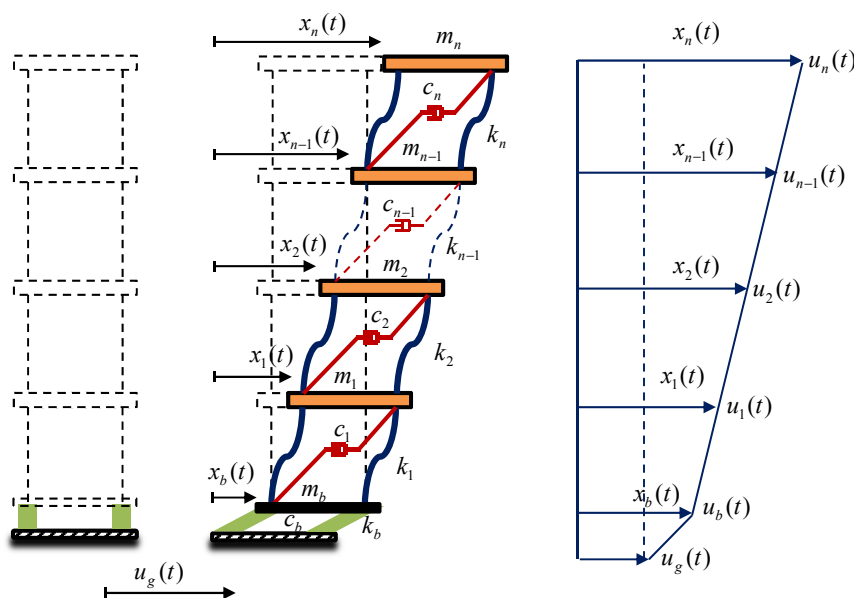
می‌توان با اضافه نمودن یک درجه آزادی به مدل برشی یا مدل جرم متمرکز، سازه مجهز به جدایشگر را مدل‌سازی کرد. در حالتی که مود اول ارتعاش حاکم باشد مدل برشی با جرم متمرکز دقت کافی را دارا می‌باشد. شکل زیر اثر افزایش پیوند سازه بر روی ضریب مشارکت جرم مودی در دو مود اول از یک سازه سه طبقه را نشان می‌دهد.



34

معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

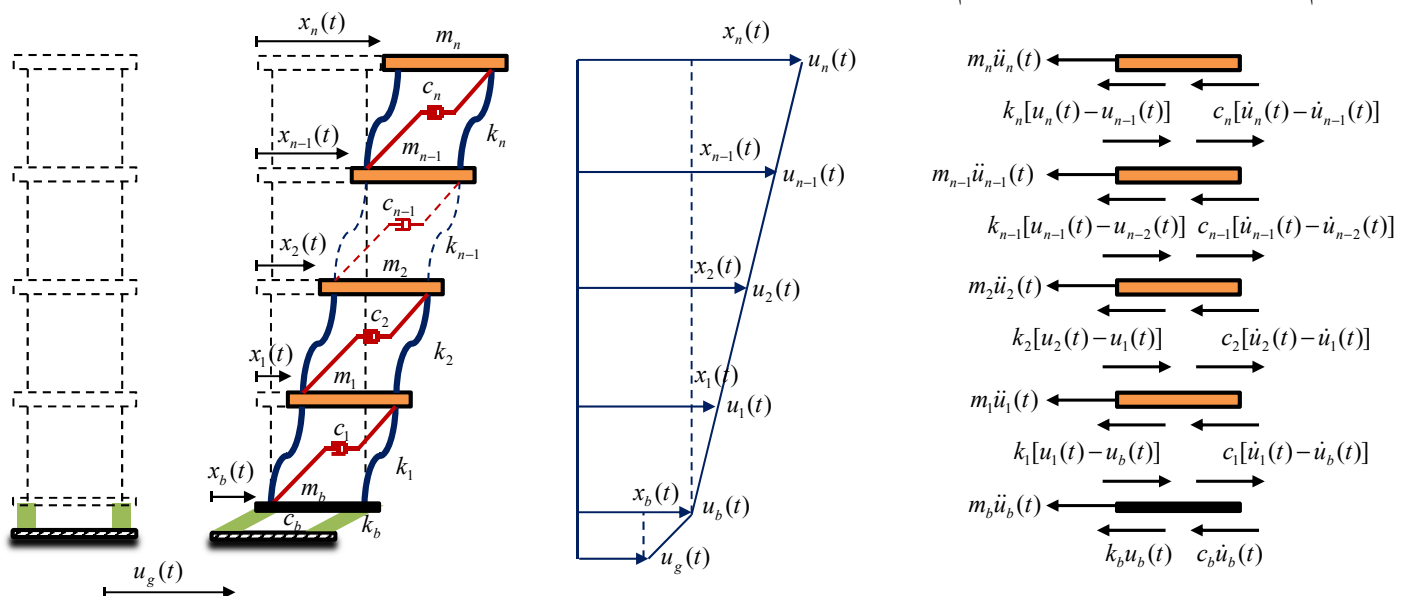
معادله حرکت ساختمان n طبقه مجهز به جدایشگر را می‌توان همانند یک مدل برشی با جرم متمرکز دارای $n+1$ درجه آزادی را مدل کرد. در این حالت جابجایی طبقات شامل جابجایی تراز جداگر نیز می‌شود. معادلات حرکت مدل برشی با این فرمت در درس دینامیک سازه‌ها به طور مفصل بررسی شده است.



35

معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

اما در بعضی موارد هدف تعیین جابجایی خالص طبقات و جابجایی خالص تراز جداشگر است. در این صورت رابطه جابجایی‌ها (کل، خالص و تراز جداشگر) مطابق شکل زیر نشان داده می‌شود. با رسم دیاگرام جسم آزاد معادلات حرکت سیستم MDOF مجهز به جدایشگر به دست می‌آید:



$$\begin{cases} u_i(t) = x_i(t) + u_b(t) & (i=1, 2, 3, \dots, n) \\ u_b(t) = x_b(t) + u_g(t) \end{cases} \quad (1)$$

36

با نوشتن معادله تعادل برای هر یک از طبقات خواهیم داشت:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} m_n \ddot{u}_n + c_n (\dot{u}_n - \dot{u}_{n-1}) + k_n (u_n - u_{n-1}) &= 0 \\ m_{n-1} \ddot{u}_{n-1} + c_{n-1} (\dot{u}_{n-1} - \dot{u}_{n-2}) + k_{n-1} (u_{n-1} - u_{n-2}) - c_n (\dot{u}_n - \dot{u}_{n-1}) - k_n (u_n - u_{n-1}) &= 0 \\ \vdots \\ m_2 \ddot{u}_2 + c_2 (\dot{u}_2 - \dot{u}_1) + k_2 (u_2 - u_1) - c_3 (\dot{u}_3 - \dot{u}_2) - k_3 (u_3 - u_2) &= 0 \\ m_1 \ddot{u}_1 + c_1 (\dot{u}_1 - \dot{u}_b) + k_1 (u_1 - u_b) - c_2 (\dot{u}_2 - \dot{u}_1) - k_2 (u_2 - u_1) &= 0 \\ m_b \ddot{u}_b + c_b (\dot{u}_b - \dot{u}_g) + k_b (u_b - u_g) - c_1 (\dot{u}_1 - \dot{u}_b) - k_1 (u_1 - u_b) &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

$$(1) \& (2) \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} m_n (\ddot{x}_n + \ddot{x}_b + \ddot{u}_g) + c_n (\dot{x}_n - \dot{x}_{n-1}) + k_n (x_n - x_{n-1}) &= 0 \\ m_{n-1} (\ddot{x}_{n-1} + \ddot{x}_b + \ddot{u}_g) + c_{n-1} (\dot{x}_{n-1} - \dot{x}_{n-2}) + k_{n-1} (x_{n-1} - x_{n-2}) - c_n (\dot{x}_n - \dot{x}_{n-1}) - k_n (x_n - x_{n-1}) &= 0 \\ \vdots \\ m_2 (\ddot{x}_2 + \ddot{x}_b + \ddot{u}_g) + c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_2 (x_2 - x_1) - c_3 (\dot{x}_3 - \dot{x}_2) - k_3 (x_3 - x_2) &= 0 \\ m_1 (\ddot{x}_1 + \ddot{x}_b + \ddot{u}_g) + c_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 - c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - k_2 (x_2 - x_1) &= 0 \\ m_b (\ddot{x}_b + \ddot{u}_g) + c_b \dot{x}_b + k_b x_b - c_1 \dot{x}_1 - k_1 x_1 &= 0 \quad (a) \end{aligned} \quad (3)$$

37

در معادله مربوط به درجه آزادی i-1 ام از رابطه (۳) نیروی میرایی و الاستیک مربوط به درجه آزادی i ام را بر

حسب نیروی اینرسی درجه آزادی i ام جایگزین می‌کنیم: $(3) \Rightarrow$

$$\begin{aligned} m_n (\ddot{x}_n + \ddot{x}_b + \ddot{u}_g) + c_n (\dot{x}_n - \dot{x}_{n-1}) + k_n (x_n - x_{n-1}) &= 0 \\ m_n (\ddot{x}_n + \ddot{x}_b + \ddot{u}_g) + m_{n-1} (\ddot{x}_{n-1} + \ddot{x}_b + \ddot{u}_g) + c_{n-1} (\dot{x}_{n-1} - \dot{x}_{n-2}) + k_{n-1} (x_{n-1} - x_{n-2}) &= 0 \\ \vdots \\ m_n (\ddot{x}_n + \ddot{x}_b + \ddot{u}_g) + \dots + m_3 (\ddot{x}_3 + \ddot{x}_b + \ddot{u}_g) + m_2 (\ddot{x}_2 + \ddot{x}_b + \ddot{u}_g) + c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_2 (x_2 - x_1) &= 0 \\ m_n (\ddot{x}_n + \ddot{x}_b + \ddot{u}_g) + \dots + m_2 (\ddot{x}_2 + \ddot{x}_b + \ddot{u}_g) + m_1 (\ddot{x}_1 + \ddot{x}_b + \ddot{u}_g) + c_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 &= 0 \\ m_n (\ddot{x}_n + \ddot{x}_b + \ddot{u}_g) + \dots + m_1 (\ddot{x}_1 + \ddot{x}_b + \ddot{u}_g) + m_b (\ddot{x}_b + \ddot{u}_g) + c_b \dot{x}_b + k_b x_b &= 0 \quad (a) \end{aligned} \quad (4)$$

با بکارگیری رابطه (4a) به جای معادله (3a)، رابطه (۳) به صورت زیر نوشته می‌شود: $(4a) \rightarrow (3a) \Rightarrow$

$$\begin{aligned} m_n (\ddot{x}_n + \ddot{x}_b + \ddot{u}_g) + \dots + m_1 (\ddot{x}_1 + \ddot{x}_b + \ddot{u}_g) + m_b (\ddot{x}_b + \ddot{u}_g) + c_b \dot{x}_b + k_b x_b &= 0 \\ m_1 (\ddot{x}_1 + \ddot{x}_b + \ddot{u}_g) + c_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 - c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - k_2 (x_2 - x_1) &= 0 \\ m_2 (\ddot{x}_2 + \ddot{x}_b + \ddot{u}_g) + c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_2 (x_2 - x_1) - c_3 (\dot{x}_3 - \dot{x}_2) - k_3 (x_3 - x_2) &= 0 \\ \vdots \\ m_{n-1} (\ddot{x}_{n-1} + \ddot{x}_b + \ddot{u}_g) + c_{n-1} (\dot{x}_{n-1} - \dot{x}_{n-2}) + k_{n-1} (x_{n-1} - x_{n-2}) - c_n (\dot{x}_n - \dot{x}_{n-1}) - k_n (x_n - x_{n-1}) &= 0 \\ m_n (\ddot{x}_n + \ddot{x}_b + \ddot{u}_g) + c_n (\dot{x}_n - \dot{x}_{n-1}) + k_n (x_n - x_{n-1}) &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

38

رابطه (۵) به صورت زیر ساده می‌شود:

(5) $\Rightarrow$

$$\begin{aligned}
 & \left(m_b + \sum_{i=1}^n m_i \right) \ddot{x}_b + m_1 \ddot{x}_1 + \cdots + m_n \ddot{x}_n + c_b \dot{x}_b + k_b x_b = - \left(m_b + \sum_{i=1}^n m_i \right) \ddot{u}_g \\
 & m_1 \ddot{x}_b + m_1 \ddot{x}_1 + (c_1 + c_2) \dot{x}_1 - c_2 \dot{x}_2 + (k_1 + k_2) x_1 - k_2 x_2 = -m_1 \ddot{u}_g \\
 & m_2 \ddot{x}_b + m_2 \ddot{x}_2 - c_2 \dot{x}_1 + (c_2 + c_3) \dot{x}_2 - c_3 \dot{x}_3 - k_2 x_1 + (k_2 + k_3) x_2 - k_3 x_3 = -m_2 \ddot{u}_g \\
 & \vdots \\
 & m_{n-1} \ddot{x}_b + m_{n-1} \ddot{x}_{n-1} - c_{n-1} \dot{x}_{n-2} + (c_{n-1} + c_n) \dot{x}_{n-1} - c_n \dot{x}_n - k_{n-1} x_{n-2} + (k_{n-1} + k_n) x_{n-1} - k_n x_n = -m_{n-1} \ddot{u}_g \\
 & m_n \ddot{x}_b + m_n \ddot{x}_n - c_n \dot{x}_{n-1} + c_n \dot{x}_n - k_n x_{n-1} + k_n x_n = -m_n \ddot{u}_g
 \end{aligned} \tag{6}$$

39

فرم ماتریسی رابطه (۶) به صورت زیر نوشته می‌شود:

(6) $\Rightarrow$

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} \left(m_b + \sum_{i=1}^n m_i \right) & m_1 & m_2 & \cdots & m_{n-1} & m_n \\ m_1 & m_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ m_2 & 0 & m_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ m_{n-1} & 0 & 0 & \cdots & m_{n-1} & 0 \\ m_n & 0 & 0 & \cdots & 0 & m_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_b \\ \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \vdots \\ \ddot{x}_{n-1} \\ \ddot{x}_n \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_b & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & (c_1 + c_2) & -c_2 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -c_2 & (c_2 + c_3) & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & (c_{n-1} + c_n) & -c_n \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -c_n & c_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_b \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} \\ \dot{x}_n \end{Bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} k_b & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & (k_1 + k_2) & -k_2 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -k_2 & (k_2 + k_3) & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & (k_{n-1} + k_n) & -k_n \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -k_n & k_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_b \\ x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} \left(m_b + \sum_{i=1}^n m_i \right) & m_1 & m_2 & \cdots & m_{n-1} & m_n \\ m_1 & m_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ m_2 & 0 & m_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ m_{n-1} & 0 & 0 & \cdots & m_{n-1} & 0 \\ m_n & 0 & 0 & \cdots & 0 & m_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \ddot{u}_g \tag{7}
 \end{aligned}$$

40

$$\begin{aligned}
 \mathbf{m}_s &= \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & m_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & m_n \end{bmatrix} \\
 \mathbf{c}_s &= \begin{bmatrix} (c_1 + c_2) & -c_2 & \cdots & 0 & 0 \\ -c_2 & (c_2 + c_3) & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & (c_{n-1} + c_n) & -c_n \\ 0 & 0 & \cdots & -c_n & c_n \end{bmatrix} \\
 \mathbf{k}_s &= \begin{bmatrix} (k_1 + k_2) & -k_2 & \cdots & 0 & 0 \\ -k_2 & (k_2 + k_3) & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & (k_{n-1} + k_n) & -k_n \\ 0 & 0 & \cdots & -k_n & k_n \end{bmatrix} \\
 \mathbf{I}^T &= \{1 \quad 1 \quad 1 \quad \cdots \quad 1 \quad 1\}_{1 \times n} \\
 \mathbf{0}^T &= \{0 \quad 0 \quad 0 \quad \cdots \quad 0 \quad 0\}_{1 \times n} \\
 \mathbf{x}_s^T &= \{x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_{n-1} \quad x_n\}_{1 \times n}
 \end{aligned} \quad (8)$$

با استفاده از تعاریف رابطه (۸) می‌توان رابطه (۷) را به صورت زیر نوشت:

$$(8) \rightarrow (7) \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} m_b + \mathbf{I}^T \mathbf{m}_s \mathbf{I} & \mathbf{I}^T \mathbf{m}_s \\ \mathbf{m}_s \mathbf{I} & \mathbf{m}_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_b \\ \ddot{\mathbf{x}}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_b & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{c}_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_b \\ \dot{\mathbf{x}}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_b & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{k}_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_b \\ \mathbf{x}_s \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} m_b + \mathbf{I}^T \mathbf{m}_s \mathbf{I} & \mathbf{I}^T \mathbf{m}_s \\ \mathbf{m}_s \mathbf{I} & \mathbf{m}_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \ddot{u}_g \quad (9)$$

$$(9) \Rightarrow \mathbf{m}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{k}\mathbf{x} = -\mathbf{m}\mathbf{L}\ddot{u}_g \quad (10)$$

که در آن

$$\begin{aligned}
 \mathbf{m} &= \begin{bmatrix} m_b + \mathbf{I}^T_{1 \times n} \mathbf{m}_{s n \times n} \mathbf{I}_{n \times 1} & \mathbf{I}^T_{1 \times n} \mathbf{m}_{s n \times n} \\ \mathbf{m}_{s n \times n} \mathbf{I} & \mathbf{m}_{s n \times n} \end{bmatrix}_{(n+1) \times (n+1)} & \mathbf{x} &= \begin{Bmatrix} x_b \\ \mathbf{x}_{s n \times 1} \end{Bmatrix}_{(n+1) \times 1} & \mathbf{L} &= \begin{Bmatrix} 1 \\ \mathbf{0}_{n \times 1} \end{Bmatrix}_{(n+1) \times 1} \\
 \mathbf{c} &= \begin{bmatrix} c_b & \mathbf{0}_{1 \times n} \\ \mathbf{0}_{n \times 1} & \mathbf{c}_{s n \times n} \end{bmatrix}_{(n+1) \times (n+1)} & \mathbf{k} &= \begin{bmatrix} k_b & \mathbf{0}_{1 \times n} \\ \mathbf{0}_{n \times 1} & \mathbf{k}_{s n \times n} \end{bmatrix}_{(n+1) \times (n+1)}
 \end{aligned} \quad (11)$$

با استفاده از رابطه (۹) اولین معادله حرکت آن را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$(9) \Rightarrow (m_b + \mathbf{I}^T \mathbf{m}_s \mathbf{I}) \ddot{x}_b + c_b \dot{x}_b + k_b x_b = -(\mathbf{m}_b + \mathbf{I}^T \mathbf{m}_s \mathbf{I}) \ddot{u}_g - \mathbf{I}^T \mathbf{m}_s \ddot{x}_s \quad (12)$$

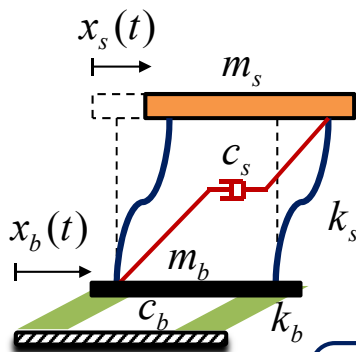
بنابراین فرکانس و میرایی جدایشگر به صورت زیر به دست می‌آید:

$$(12) \Rightarrow \omega_b = \sqrt{\frac{k_b}{m_b + \mathbf{I}^T \mathbf{m}_s \mathbf{I}}} \Rightarrow \omega_b = \sqrt{\frac{k_b}{m_b + \sum_{i=1}^n m_i}} \quad (13)$$

$$(12) \Rightarrow \frac{c_b}{m_b + \mathbf{I}^T \mathbf{m}_s \mathbf{I}} = 2\xi_b \omega_b \Rightarrow c_b = 2\xi_b (m_b + \sum_{i=1}^n m_i) \omega_b \quad (14)$$

ξ_b : ضریب میرایی جدایشگر

43



معادله حرکت سیستم دو درجه آزاد نشان داده شده به کمک رابطه (۹) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$(9) \Rightarrow \begin{bmatrix} m_T & m_s \\ m_s & m_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_b \\ \ddot{x}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_b & 0 \\ 0 & c_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_b \\ \dot{x}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_b & 0 \\ 0 & k_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_b \\ x_s \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} m_T & m_s \\ m_s & m_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \ddot{u}_g \quad (15)$$

که در آن m_T جرم کل سازه و تراز جدایشگر می‌باشد.

$$m_T = m_b + m_s \quad (16)$$

حالت خاص I: اگر سازه صلب کامل باشد در نتیجه $x_s = 0$ و معادله (۱۵) به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$\text{if } x_s = 0 \stackrel{(15)}{\Rightarrow} m_T \ddot{x}_b + c_b \dot{x}_b + k_b x_b = -m_T \ddot{u}_g \quad (17)$$

رابطه (۱۷) نشان دهنده معادله حرکت سیستم جدایشگر با جرم کل m_T است.

44

معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

حالت خاص II: اگر لایه جدایشگر صلب کامل باشد در نتیجه $x_b = 0$ و معادله (۱۵) به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$\text{if } x_b = 0 \Rightarrow m_s \ddot{x}_s + c_s \dot{x}_s + k_s x_s = -m_s \ddot{u}_g \quad (18)$$

رابطه (۱۸) نشان دهنده معادله حرکت سازه بدون جدایشگر است (اتصال مستقیم سازه به زمین).

با بسط رابطه (۱۵) خواهیم داشت:

$$(15) \Rightarrow \begin{cases} m_T \ddot{x}_b + m_s \ddot{x}_s + c_b \dot{x}_b + k_b x_b = -m_T \ddot{u}_g & (19.1) \\ m_s \ddot{x}_b + m_s \ddot{x}_s + c_s \dot{x}_s + k_s x_s = -m_s \ddot{u}_g & (19.2) \end{cases}$$

با تعریف روابط زیر

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{m_s}{m_T} \\ \omega_b^2 &= \frac{k_b}{m_T} & \omega_s^2 &= \frac{k_s}{m_s} \\ 2\xi_b \omega_b &= \frac{c_b}{m_T} & 2\xi_s \omega_s &= \frac{c_s}{m_s} \end{aligned} \quad (20)$$

45

معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

با تقسیم طرفین رابطه (۱۹.۱) به m_T و تقسیم طرفین رابطه (۱۹.۲) به m_s و با استفاده از تعاریف (۲۰) خواهیم داشت:

$$(19.1) \xrightarrow[\div m_T]{(20)} \ddot{x}_b + \mu \ddot{x}_s + 2\xi_b \omega_b \dot{x}_b + \omega_b^2 x_b = -\ddot{u}_g \quad (21.1)$$

$$(19.2) \xrightarrow[\div m_s]{(20)} \ddot{x}_b + \ddot{x}_s + 2\xi_s \omega_s \dot{x}_s + \omega_s^2 x_s = -\ddot{u}_g \quad (21.2)$$

در حالت ارتعاش آزاد و سیستم بدون میرایی روابط (۲۱) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$(21) \Rightarrow \begin{cases} \ddot{x}_b + \mu \ddot{x}_s + \omega_b^2 x_b = 0 & (22.1) \\ \ddot{x}_b + \ddot{x}_s + \omega_s^2 x_s = 0 & (22.2) \end{cases}$$

فرم ماتریسی رابطه (۲۲) به صورت زیر است

$$\begin{bmatrix} 1 & \mu \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_b \\ \ddot{x}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_b^2 & 0 \\ 0 & \omega_s^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_b \\ x_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (23)$$

□ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

تعیین فرکانس سیستم:

مسئله مقادیر ویژه برای رابطه (۲۳) به صورت تشکیل می‌شود:

$$\left(\begin{bmatrix} \omega_b^2 & 0 \\ 0 & \omega_s^2 \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} 1 & \mu \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \right) \{\Phi\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (24)$$

برای غیر صفر بودن پاسخ در رابطه (۲۴) باید

$$\left| \begin{bmatrix} \omega_b^2 & 0 \\ 0 & \omega_s^2 \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} 1 & \mu \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \right| = 0 \quad (25)$$

که منجر به حل یک معادله درجه چهار می‌گردد:

$$(1 - \mu)\omega^4 - (\omega_b^2 + \omega_s^2)\omega^2 + \omega_b^2\omega_s^2 = 0 \quad (26)$$

که پاسخ آن به صورت زیر است:

$$\omega^2 = \frac{1}{2(1-\mu)} [\omega_b^2 + \omega_s^2 \pm \sqrt{(\omega_b^2 - \omega_s^2)^2 - 4\mu\omega_b^2\omega_s^2}] \quad (27)$$

47

□ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

تعیین فرکانس سیستم:

اگر نسبت فرکانس به صورت زیر تعریف شود

$$f = \frac{\omega_b^2}{\omega_s^2} \quad (28)$$

از آنجایی که مرتبه f در حدود 10^{-2} است در نتیجه می‌توان از ترم‌های مرتبه دوم f^2 صرف نظر کرده و پاسخ

رابطه (۲۷) به صورت زیر ساده می‌گردد:

$$\omega_1^2 = \omega_b^2(1 - \mu f) \quad \omega_2^2 = \frac{\omega_s^2}{(1 - \mu)}(1 + \mu f) \quad (29)$$

رابطه (۲۹) نشان می‌دهد برای مقادیر کم f (یا $T_b \gg T_s$)، اولین فرکانس سازه جداشده (فرکانس غالب) تقریباً مساوی با فرکانس سیستم جداگر است.

$$\text{if } T_b \gg T_s \Rightarrow f \rightarrow 0 \stackrel{(29)}{\Rightarrow} \omega_1^2 \approx \omega_b^2 \quad (30)$$

همچنین رابطه (۲۹) نشان می‌دهد برای مقادیر کم f (یا $T_b \gg T_s$)، دومین فرکانس سازه جداشده تقریباً مساوی با فرکانس سازه جدا نشده (fixed) است.

$$\text{if } T_b \gg T_s \Rightarrow f \rightarrow 0 \stackrel{(29)}{\Rightarrow} \omega_2^2 \approx \frac{\omega_s^2}{(1 - \mu)} \quad (31)$$

48

□ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

تعیین ماتریس مودال سیستم:

با جایگذاری فرکانس‌های به دست آمده در معادله (۲۴) موده‌های سیستم تعیین می‌گردد:

$$(24) \Rightarrow \left(\begin{bmatrix} \omega_b^2 & 0 \\ 0 & \omega_s^2 \end{bmatrix} - \omega_i^2 \begin{bmatrix} 1 & \mu \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \phi_{bi} \\ \phi_{si} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (i=1, 2) \quad (32)$$

با در نظر گرفتن مولفه تراز جدایشگر برابر با یک خواهیم داشت:

$$(\phi_{bi} = 1) \xrightarrow{(32.I)} \omega_b^2 - \omega_i^2 (1 + \mu \phi_{si}) = 0 \quad (i=1, 2) \quad (33)$$

با جایگذاری ω_1 در رابطه (۳۳)

$$\text{for } i=1: (29) \xrightarrow{\omega_1} (33) \Rightarrow \omega_b^2 - \omega_b^2 (1 - \mu f)(1 + \mu \phi_{s1}) = 0 \Rightarrow \phi_{s1} = \frac{f}{1 - \mu f} \approx f \quad (34)$$

$$(34) \Rightarrow \begin{Bmatrix} \phi_{b1} \\ \phi_{s1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ f \end{Bmatrix} \quad (35)$$

49

□ معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

تعیین ماتریس مودال سیستم:

با جایگذاری ω_2 در رابطه (۳۳)

$$\text{for } i=2: (29) \xrightarrow{\omega_2} (33) \Rightarrow \omega_b^2 - \frac{\omega_s^2}{(1-\mu)} (1 + \mu f)(1 + \mu \phi_{s2}) = 0$$

$$\Rightarrow \phi_{s2} = -\frac{1}{\mu} \left[1 - \frac{(1-\mu)f}{1 + \mu f} \right] \approx -\frac{1}{\mu} [1 - (1-\mu)f] \quad (36)$$

$$(36) \Rightarrow \begin{Bmatrix} \phi_{b2} \\ \phi_{s2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{1}{\mu} [1 - (1-\mu)f] \end{Bmatrix} \quad (37)$$

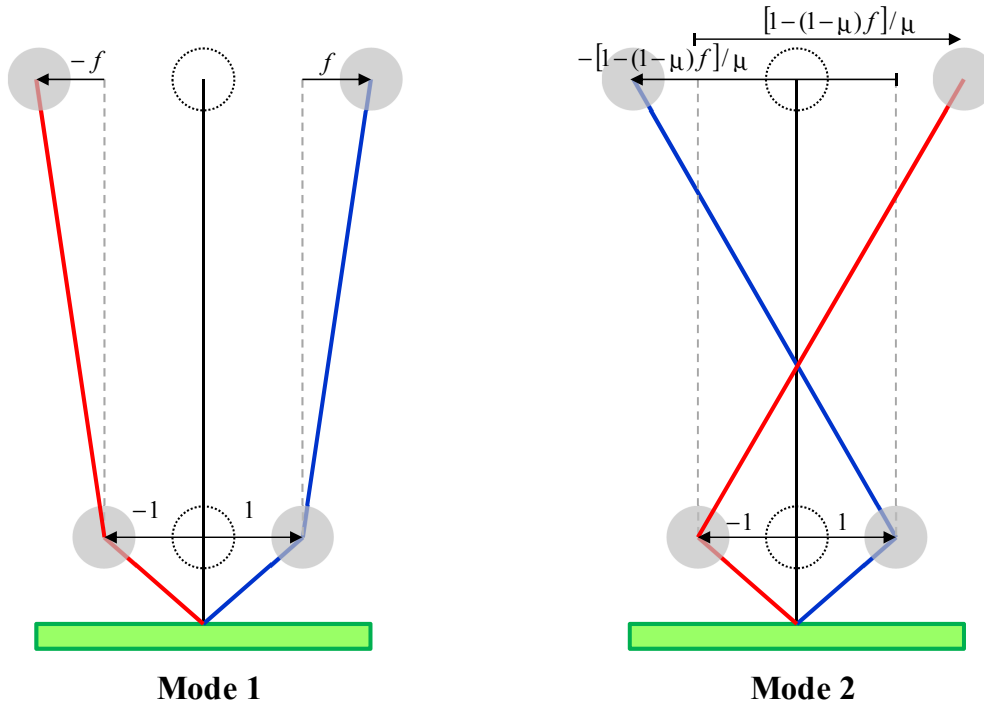
بنابراین ماتریس مودال را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$(35), (37) \Rightarrow [\Phi] = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ f & -\frac{1}{\mu} [1 - (1-\mu)f] \end{bmatrix} \quad (38)$$

50

معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

نمودار زیر شکل مودهای یک سازه SDOF مجهز به جدایشگر را نشان می‌دهد. نکته قابل توجه آن که جابجایی سازه در مود اول کوچک و تقریباً نزدیک به صفر است. در مقابل جابجایی سازه در مود دوم همانند جابجایی جدایشگر مقدار قابل توجهی در جهت مخالف را دارا می‌باشد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که در مود حاکم سیستم، تغییرشکل‌ها در تراز جدایشگر متمرکز شده است. اما در مود دوم هم سازه و هم جدایشگر تغییرشکل‌های قابل توجهی دارند.



51

معادله حرکت سیستم MDOF مجهز به جداساز لرزه‌ای

ضریب مشارکت مودال:

ضریب مشارکت مود i از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\eta_i = \frac{\Gamma_i}{M_i} \quad (39)$$

که در آن

$$\begin{aligned} \Gamma_i &= \{\boldsymbol{\varphi}\}_i^T [\mathbf{m}] \{\mathbf{L}\} \\ M_i &= \{\boldsymbol{\varphi}\}_i^T [\mathbf{m}] \{\boldsymbol{\varphi}\}_i \end{aligned} \quad (40)$$

Γ_i : ضریب مشارکت i ام

$$(40) \rightarrow (39) \Rightarrow \eta_i = \frac{\{\boldsymbol{\varphi}\}_i^T [\mathbf{m}] \{\mathbf{L}\}}{\{\boldsymbol{\varphi}\}_i^T [\mathbf{m}] \{\boldsymbol{\varphi}\}_i} \quad (41)$$

ضریب مشارکت مود اول برابر است با:

$$(41) \Rightarrow \eta_1 = \frac{\{\boldsymbol{\varphi}\}_1^T [\mathbf{m}] \{\mathbf{L}\}}{\{\boldsymbol{\varphi}\}_1^T [\mathbf{m}] \{\boldsymbol{\varphi}\}_1} = \frac{\begin{Bmatrix} 1 \\ f \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} m_T & m_s \\ m_s & m_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix}}{\begin{Bmatrix} 1 \\ f \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} m_T & m_s \\ m_s & m_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ f \end{Bmatrix}} \Rightarrow \eta_1 \approx 1 - \mu f \quad (42)$$

52

ضریب مشارکت مودال:

به طور مشابه ضریب مشارکت مود دوم از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$(41) \Rightarrow \eta_2 = \frac{\{\phi\}_2^T [\mathbf{m}] \{1\}}{\{\phi\}_2^T [\mathbf{m}] \{\phi\}_2} = \frac{\left\{ \begin{matrix} 1 \\ -\frac{1}{\mu} [1 - (1 - \mu)f] \end{matrix} \right\}^T \begin{bmatrix} m_T & m_s \\ m_s & m_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix}}{\left\{ \begin{matrix} 1 \\ -\frac{1}{\mu} [1 - (1 - \mu)f] \end{matrix} \right\}^T \begin{bmatrix} m_T & m_s \\ m_s & m_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{1}{\mu} [1 - (1 - \mu)f] \end{Bmatrix}} \Rightarrow \eta_2 \approx \mu f \quad (43)$$

رابطه (۴۲) نشان می‌دهد برای مقادیر کم f (یا $T_b \gg T_s$)، ضریب مشارکت مود اول تقریباً برابر با یک است:

$$\text{if } T_b \gg T_s \Rightarrow f \rightarrow 0 \xRightarrow{(42)} \eta_1 \approx 1 \quad (44)$$

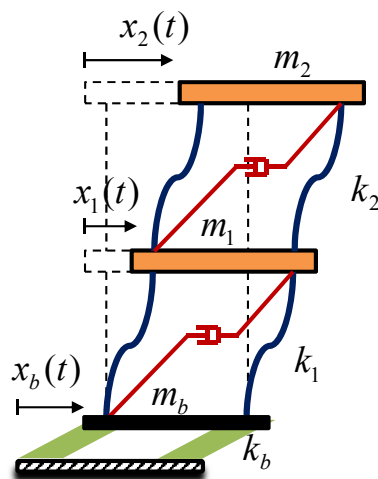
همچنین رابطه (۴۳) نشان می‌دهد برای مقادیر کم f (یا $T_b \gg T_s$)، ضریب مشارکت مود دوم تقریباً برابر با صفر

است:

$$\text{if } T_b \gg T_s \Rightarrow f \rightarrow 0 \xRightarrow{(43)} \eta_2 \approx 0 \quad (45)$$

در کل می‌توان نتیجه گرفت که جدایشگر پی‌ریود ارتعاشی حاکم سازه را افزایش می‌دهد؛ از این رو پاسخ شتاب در مود حاکم، کاهش یافته و بالتبع آن نیروی القایی ناشی از زلزله نیز کاهش می‌یابد. دومین مود اصلی که تغییر شکل در سازه ایجاد می‌کند در واقع تحت اثر تحریکات زمین برانگیخته نمی‌شود هرچند که پاسخ شتاب در این مود زیاد باشد. دلیل این موضوع آن است که اولین مود ارتعاشی سازه دارای جداساز فقط شامل جابجایی در تراز جدایشگر است و سازه روی آن به صورت صلب رفتار می‌کند. از این رو ضریب مشارکت مود اول تقریباً نزدیک به یک است. یعنی تمام جرم موثر لرزه‌ای در مود اول توسط زلزله تحریک می‌شود. در مقابل، ضریب مشارکت مود دوم ناچیز بوده و این نشان می‌دهد که جرم موثر کمتری در نیروی زلزله در مود دوم تحریک می‌شود و این باعث می‌گردد که مود دوم در پاسخ دینامیکی کل سیستم اثر چندانی نداشته باشد.

بنابراین دلیل اصلی در موثر بودن سیستم جداساز لرزه‌ای در کاهش نیروی زلزله ایجاد شده در سازه، افزایش پی‌ریود مود حاکم ارتعاشی است. میرایی و اتلاف انرژی دلیل دوم (با اهمیت کمتر) در کاهش پاسخ‌های سازه دارای جدایشگر محسوب می‌گردد.



مثال ۱- شکل مقابل یک سیستم MDOF مجهز به جدایشگر را نشان می‌دهد. در صورتی که این سازه تحت اثر زلزله Elcentro واقع شود مطلوب است تعیین:
با فرض رفتار خطی جدایشگر:

الف) ماکزیمم پاسخ جابجایی خالص طبقات با استفاده از آنالیز دینامیکی طیفی.

ب) تاریخچه پاسخ جابجایی خالص طبقات با استفاده از آنالیز تاریخچه زمانی.

با فرض رفتار غیرخطی جدایشگر:

ج) تاریخچه پاسخ جابجایی خالص طبقات با استفاده از آنالیز تاریخچه زمانی.

$$\xi_b = 10\%$$

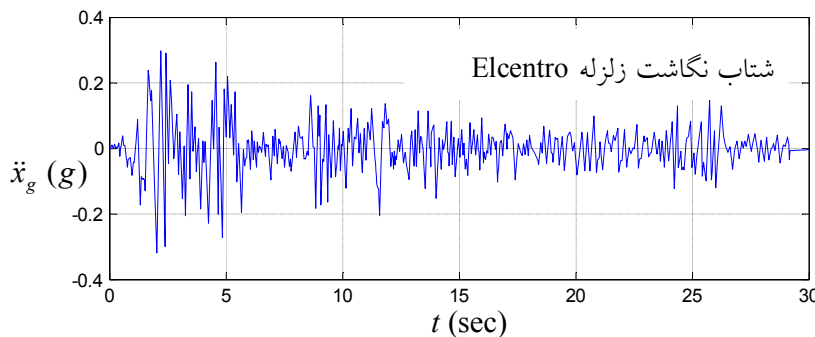
$$\xi_s = 2\%$$

$$m_b = \frac{4000}{3} \text{ (ton)}$$

$$m_1 = 2000 \text{ (ton)}$$

$$m_2 = 2000 \text{ (ton)}$$

$$k_b = 5 \times 10^4 \text{ (kN/m)} \quad k_1 = 5 \times 10^5 \text{ (kN/m)} \quad k_2 = 2 \times 10^5 \text{ (kN/m)}$$



$$k_{bp} = 0.1k_b$$

$$\Delta_{yb} = 5 \text{ cm}$$

$$k_{1p} = 0.2k_1$$

$$\Delta_{y1} = 1.5 \text{ cm}$$

$$\mu = \frac{\Delta_u}{\Delta_y} = 6$$

$$k_{2p} = 0.2k_2$$

$$\Delta_{y2} = 1.5 \text{ cm}$$

Matlab Code (L06Example01.m) 55

پاسخ مثال ۱-

مشخصات دینامیکی سازه بدون جدایشگر به صورت زیر به دست می‌آید:

$$[\mathbf{M}_s] = \begin{bmatrix} 2.2461 & 0 \\ 0 & 18.254 \end{bmatrix} \times 10^6$$

$$[\mathbf{C}_s] = \begin{bmatrix} 7.2391 & 0 \\ 0 & 143.28 \end{bmatrix} \times 10^5$$

$$[\mathbf{c}_s] = \begin{bmatrix} 14.685 & -2.8901 \\ -2.8901 & 7.4597 \end{bmatrix} \times 10^5 \text{ (N.sec/m)}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.35078 & -2.8505 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 2 \times 10^6 & 0 \\ 0 & 2 \times 10^6 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \Rightarrow \{\Gamma_s\} = \begin{Bmatrix} 2.7016 \\ -3.7016 \end{Bmatrix} \times 10^6$$

$$W_{es1} = 3.2494 \times 10^6$$

$$W_{es2} = 0.7506 \times 10^6$$

$$= (3.2494 + 0.7506) \times 10^6 \Rightarrow \sum_{i=1}^2 W_{esi} = 4 \times 10^6$$

ضریب مشارکت جرم مودی (MPMR: Modal Participating Mass Ratio)

		SUM
$MPMR_{s1} = \frac{3.2494 \times 10^6}{4 \times 10^6} \times 100 = 81.235\%$		81.235%
$\Rightarrow MPMR_{s2} = \frac{0.7506 \times 10^6}{4 \times 10^6} \times 100 = 18.765\%$		100%

57

پاسخ مثال ۱-

مشخصات دینامیکی سازه دارای جدایشگر به صورت زیر به دست می‌آید:

$$[\Phi] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0.0771 & -0.319 & -1.757 \\ 0.177 & -2.188 & -0.873 \end{bmatrix} \quad \{\mathbf{T}\} = \begin{Bmatrix} 2.148 \\ 0.501 \\ 0.238 \end{Bmatrix} (\text{sec})$$

$$[\omega] = \begin{bmatrix} 2.92 & 0 & 0 \\ 0 & 12.54 & 0 \\ 0 & 0 & 26.39 \end{bmatrix} (\text{rad / sec})$$

$$[\mathbf{M}] = [\Phi]^T [\mathbf{m}] [\Phi] \Rightarrow [\mathbf{M}] = \begin{bmatrix} 6.4292 & 0 & 0 \\ 0 & 5.0839 & 0 \\ 0 & 0 & 2.5141 \end{bmatrix} \times 10^6$$

$$\Rightarrow \{\Gamma\} = \begin{Bmatrix} 58.436 \\ 3.1792 \\ 0.7177 \end{Bmatrix} \times 10^5$$

58

$$W_{e1} = \frac{\Gamma_1^2}{M_1} = \frac{(58.436 \times 10^5)^2}{6.4292 \times 10^6} \Rightarrow W_{e1} = 531.14 \times 10^4$$

$$W_{e2} = \frac{\Gamma_2^2}{M_2} = \frac{(3.1792 \times 10^5)^2}{5.0839 \times 10^6} \Rightarrow W_{e2} = 1.988 \times 10^4$$

$$W_{e3} = \frac{\Gamma_3^2}{M_3} = \frac{(0.7177 \times 10^5)^2}{2.5141 \times 10^6} \Rightarrow W_{e3} = 0.20489 \times 10^4$$

$$\sum_{i=1}^3 W_{ei} = W_{e1} + W_{e2} + W_{e3} = (531.14 + 1.988 + 0.20489) \times 10^4 \Rightarrow \sum_{i=1}^3 W_{ei} = 5.33 \times 10^6$$

ضریب مشارکت جرم مودی (MPMR: Modal Participating Mass Ratio)

			SUM
	$MPMR_1 = \frac{531.14 \times 10^4}{5.33 \times 10^6} \times 100 = 99.589\%$		99.589%
$MPMR_i = \frac{W_{ei}}{\sum_{i=1}^3 W_{ei}} \times 100 \Rightarrow$	$MPMR_2 = \frac{1.988 \times 10^4}{5.33 \times 10^6} \times 100 = 0.37276\%$		99.962%
	$MPMR_3 = \frac{0.20489 \times 10^4}{5.33 \times 10^6} \times 100 = 0.0384\%$		100%

$$\omega_b = 3.062 \text{ (rad / sec)}$$

$$c_b = 32.66 \times 10^5 \text{ (N .sec/ m)}$$

$$C_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0.0771 \\ 0.177 \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} 32.66 \times 10^5 & 0 & 0 \\ 0 & 14.685 \times 10^5 & -2.8901 \times 10^5 \\ 0 & -2.8091 \times 10^5 & 7.4597 \times 10^5 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0.0771 \\ 0.177 \end{Bmatrix} \Rightarrow C_1 = 32.904 \times 10^5$$

$$C_2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.319 \\ -2.188 \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} 32.66 \times 10^5 & 0 & 0 \\ 0 & 14.685 \times 10^5 & -2.8901 \times 10^5 \\ 0 & -2.8091 \times 10^5 & 7.4597 \times 10^5 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.319 \\ -2.188 \end{Bmatrix} \Rightarrow C_2 = 65.84 \times 10^5$$

$$C_3 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -1.757 \\ -0.873 \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} 32.66 \times 10^5 & 0 & 0 \\ 0 & 14.685 \times 10^5 & -2.8901 \times 10^5 \\ 0 & -2.8091 \times 10^5 & 7.4597 \times 10^5 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -1.757 \\ -0.873 \end{Bmatrix} \Rightarrow C_3 = 74.849 \times 10^5$$

ضرایب میرایی سازه دارای جدایشگر در مدهای مختلف به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\xi_1 = 0.0875$$

$$\xi_2 = \frac{C_2}{2\omega_2 M_2} = \frac{65.84 \times 10^5}{2(12.54)(5.0839 \times 10^6)} \Rightarrow \xi_2 = 0.0516$$

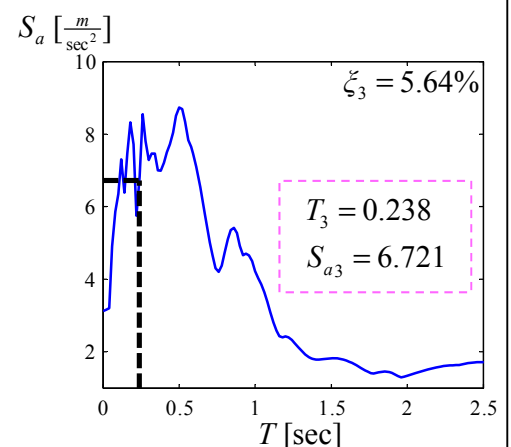
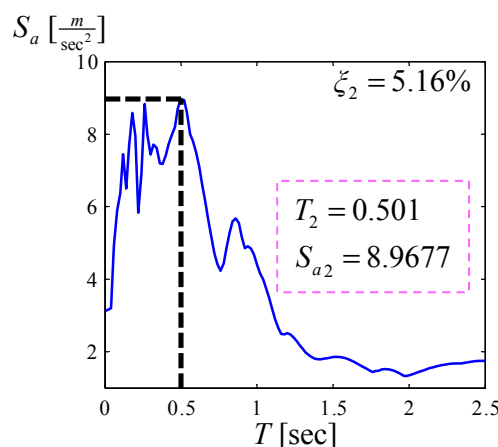
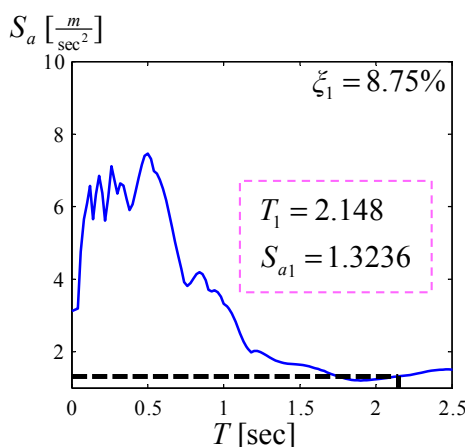
$$\xi_3 = \frac{C_3}{2\omega_3 M_3} = \frac{74.849 \times 10^5}{2(26.39)(2.5141 \times 10^6)} \Rightarrow \xi_3 = 0.0564$$

تعیین پاسخ شتاب برای هر مود براساس T_i و ξ_i

$$T_1 = 2.148 \text{ (sec)} \xRightarrow[\xi=8.75\%]{\text{Spectrum}} (S_a)_1 = 1.3236 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$T_2 = 0.501 \text{ (sec)} \xRightarrow[\xi=5.16\%]{\text{Spectrum}} (S_a)_2 = 8.9677 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$T_3 = 0.238 \text{ (sec)} \xRightarrow[\xi=5.64\%]{\text{Spectrum}} (S_a)_3 = 6.721 \text{ (m/s}^2\text{)}$$



تعیین مقدار برش پایه ماکزیمم در هر مود

$$(V_2)_{\max} = \frac{\Gamma_2^2}{M_2} (S_a)_2 = \frac{(3.1792 \times 10^5)^2}{5.0839 \times 10^6} (8.9677) \Rightarrow (V_2)_{\max} = 178.28 \text{ (kN)}$$

$$(V_3)_{\max} = \frac{\Gamma_3^2}{M_3} (S_a)_3 = \frac{(0.7177 \times 10^5)^2}{2.5141 \times 10^6} (6.721) \Rightarrow (V_3)_{\max} = 13.77 \text{ (kN)}$$

تعیین نیروی ماکزیمم وارد بر طبقات در مود ۱ اُم

$$(f_{11})_{\max} = \frac{m_1 \phi_{11}}{\Gamma_1} (V_1)_{\max} = \frac{(5.33 \times 10^6)(1)}{58.436 \times 10^5} (7030.2) \Rightarrow (f_{11})_{\max} = 6416.2 \text{ (kN)}$$

$$(f_{31})_{\max} = \frac{m_3 \phi_{31}}{\Gamma_1} (V_1)_{\max} = \frac{(2 \times 10^6)(0.177)}{58.436 \times 10^5} (7030.2) \Rightarrow (f_{31})_{\max} = 428.22 \text{ (kN)}$$

$$(f_{12})_{\max} = \frac{m_1 \phi_{12}}{\Gamma_2} (V_2)_{\max} = \frac{(5.33 \times 10^6)(1)}{3.1792 \times 10^5} (178.28) \Rightarrow (f_{12})_{\max} = 2990.8 \text{ (kN)}$$

$$(f_{22})_{\max} = \frac{m_2 \phi_{22}}{\Gamma_2} (V_2)_{\max} = \frac{(2 \times 10^6)(-0.319)}{3.1792 \times 10^5} (178.28) \Rightarrow (f_{22})_{\max} = -358.23 \text{ (kN)}$$

$$(f_{23})_{\max} = \frac{m_2 \phi_{23}}{\Gamma_3} (V_3)_{\max} = \frac{(2 \times 10^6)(-1.757)}{0.7177 \times 10^5} (13.77) \Rightarrow (f_{23})_{\max} = -674.52 \text{ (kN)}$$

$$(f_{33})_{\max} = \frac{m_3 \phi_{33}}{\Gamma_3} (V_3)_{\max} = \frac{(2 \times 10^6)(-0.873)}{0.7177 \times 10^5} (13.77) \Rightarrow (f_{33})_{\max} = -335 \text{ (kN)}$$

$$[f] = \begin{bmatrix} 6416.2 & 2990.8 & 1023.3 \\ 185.71 & -358.23 & -674.52 \\ 428.22 & -2454.3 & -335 \end{bmatrix} (kN)$$

تعیین جابجایی ماکزیمم طبقات در مود i ام

$$(x_{11})_{\max} = \frac{1}{\omega_1^2} \frac{(f_{11})_{\max}}{m_1} = \frac{1}{(2.92)^2} \frac{6416.2 \times 10^3}{5.33 \times 10^6} \times 10^2 (cm) \Rightarrow (x_{11})_{\max} = 14.06 (cm)$$

$$(x_{31})_{\max} = \frac{1}{\omega_1^2} \frac{(f_{31})_{\max}}{m_3} = \frac{1}{(2.92)^2} \frac{428.22 \times 10^3}{2 \times 10^6} \times 10^2 (cm) \Rightarrow (x_{31})_{\max} = 2.5024 (cm)$$

65

$$(x_{22})_{\max} = \frac{1}{\omega_2^2} \frac{(f_{22})_{\max}}{m_2} = \frac{1}{(12.54)^2} \frac{-358.23 \times 10^3}{2 \times 10^6} \times 10^2 (cm) \Rightarrow (x_{22})_{\max} = -0.11389 (cm)$$

$$(x_{32})_{\max} = \frac{1}{\omega_2^2} \frac{(f_{32})_{\max}}{m_3} = \frac{1}{(12.54)^2} \frac{-2454.3 \times 10^3}{2 \times 10^6} \times 10^2 (cm) \Rightarrow (x_{32})_{\max} = -0.78027 (cm)$$

$$(x_{13})_{\max} = \frac{1}{\omega_3^2} \frac{(f_{13})_{\max}}{m_1} = \frac{1}{(26.39)^2} \frac{1023.3 \times 10^3}{5.33 \times 10^6} \times 10^2 (cm) \Rightarrow (x_{13})_{\max} = 0.027541 (cm)$$

$$(x_{23})_{\max} = \frac{1}{\omega_3^2} \frac{(f_{23})_{\max}}{m_2} = \frac{1}{(26.39)^2} \frac{-674.52 \times 10^3}{2 \times 10^6} \times 10^2 (cm) \Rightarrow (x_{23})_{\max} = -0.048411 (cm)$$

66

$$[x] = \begin{bmatrix} 14.06 & 0.35656 & 0.027541 \\ 1.0852 & -0.11389 & -0.048411 \\ 2.5024 & -0.78027 & -0.024043 \end{bmatrix} (cm)$$

ترکیب اثر مودها براساس روش SRSS

$$(x_2)_{\max} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 (x_{2i})_{\max}^2} = \sqrt{(1.0852)^2 + (-0.11389)^2 + (-0.048411)^2} \Rightarrow (x_2)_{\max} = 1.0923 (cm)$$

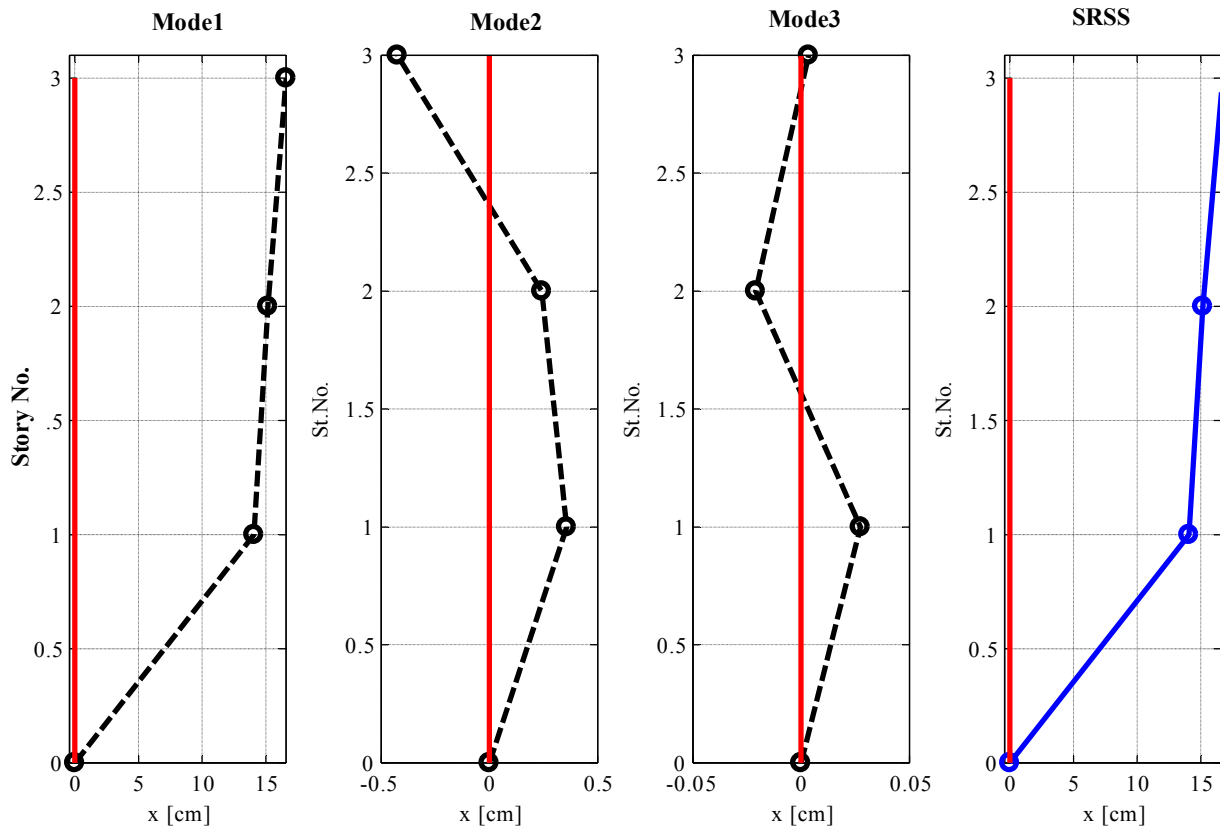
$$(x_3)_{\max} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 (x_{3i})_{\max}^2} = \sqrt{(2.5024)^2 + (-0.78027)^2 + (-0.024043)^2} \Rightarrow (x_3)_{\max} = 2.6213 (cm)$$

$$\{x\}_{\max} = \begin{Bmatrix} 14.065 \\ 1.0923 \\ 2.6213 \end{Bmatrix} (cm)$$

$$(f_1)_{\max} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 (f_{1i})_{\max}^2} = \sqrt{(185.71)^2 + (-358.23)^2 + (-674.52)^2} = 786 \Rightarrow (f_1)_{\max} = 786 (kN)$$

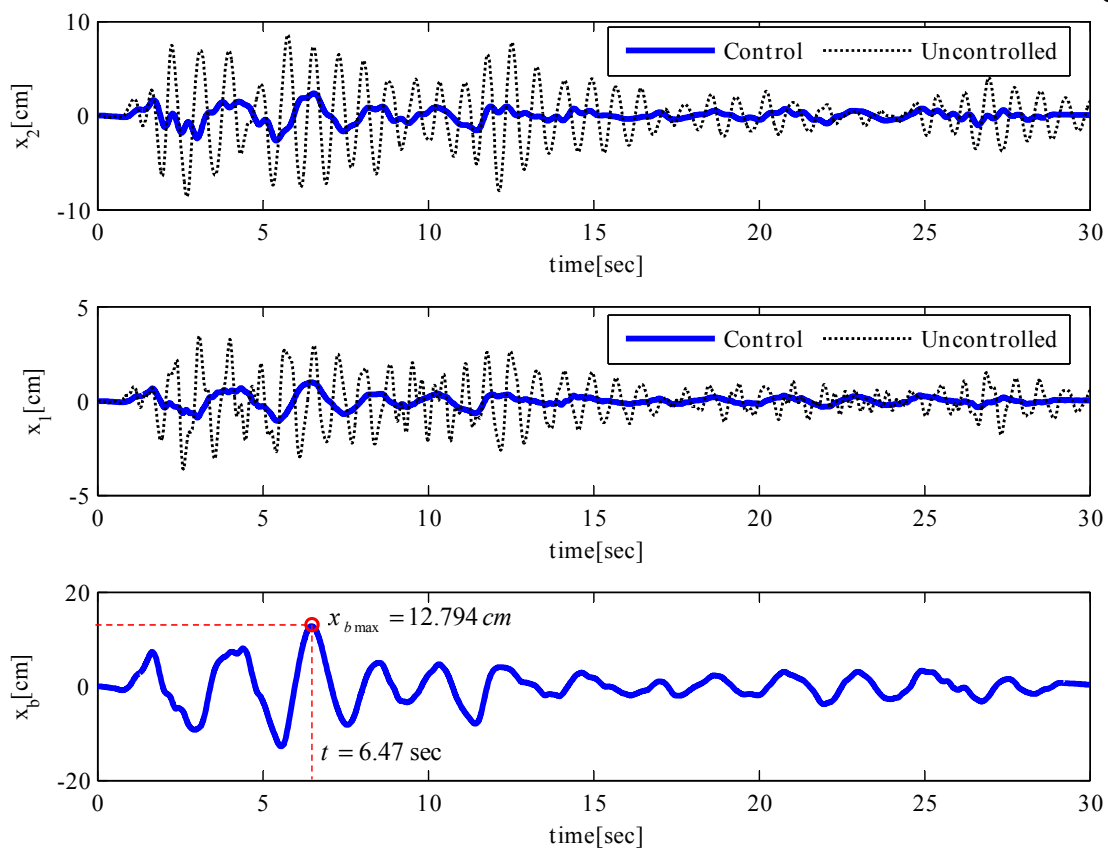
$$(f_2)_{\max} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 (f_{2i})_{\max}^2} = \sqrt{(428.22)^2 + (-2454.3)^2 + (-335)^2} = 2513.8 \Rightarrow (f_2)_{\max} = 2513.8 (kN)$$

$$\{f\}_{\max} = \begin{Bmatrix} 7152.6 \\ 786 \\ 2513.8 \end{Bmatrix} (kN) \quad (V)_{\max} = 7032.4 (kN)$$



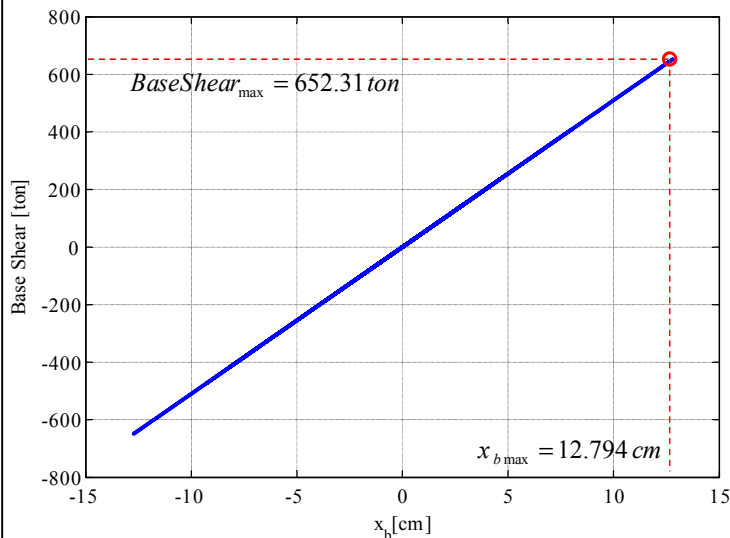
جابجایی طبقات در هر مود و ترکیب پاسخ‌ها به روش SRSS

69

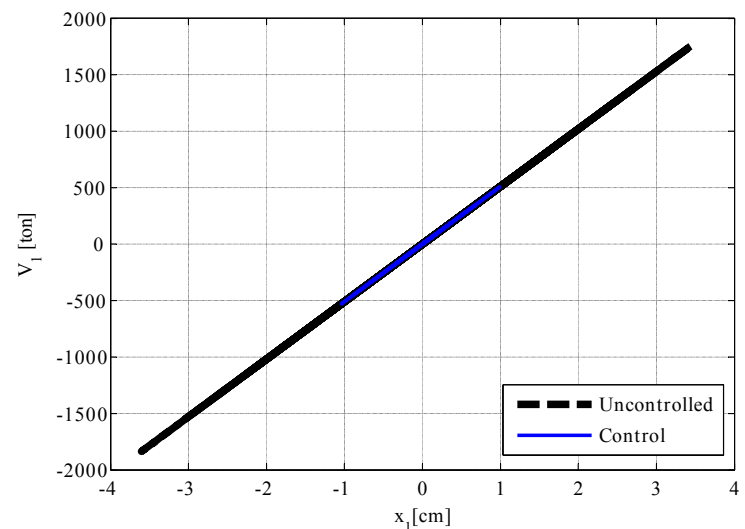


نمودار تاریخچه زمانی پاسخ جابجایی طبقات تحت اثر زلزله Elcentro با فرض رفتار خطی جدایشگر

70



نمودار نیرو جابجایی در تراز جدایشگر تحت اثر زلزله
Elcentro با فرض رفتار خطی جدایشگر



مقایسه نمودار نیرو جابجایی در طبقه اول تحت اثر زلزله
Elcentro با فرض رفتار خطی جدایشگر

71

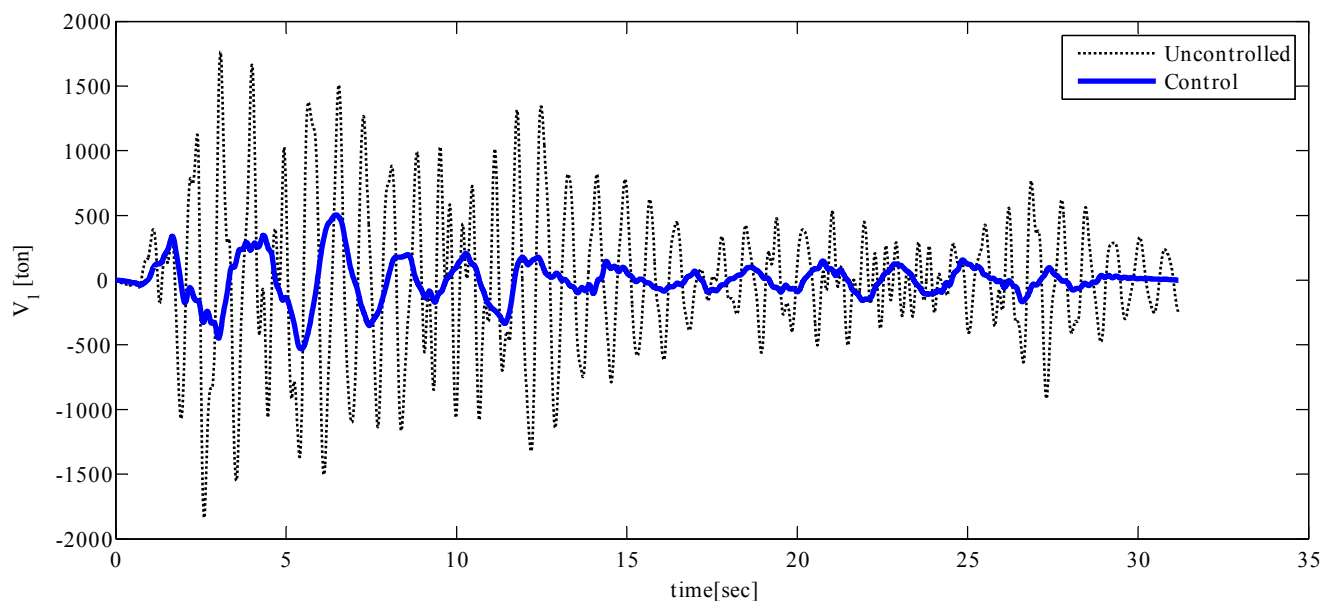
نتایج به دست آمده حاکی از آن است که پاسخ‌های روش دینامیکی طیفی با پاسخ‌های روش تاریخچه زمانی متفاوت است.

روش تاریخچه زمانی	روش دینامیکی طیفی
$x_{b \max} = 12.794 \text{ cm}$	$x_{b \max} = 14.065 \text{ cm}$
$V_{b \max} = 652.31 \text{ ton}$	$V_{b \max} = 729.34 \text{ ton}$

سوال! کدام روش دقیق تر است؟ چرا؟

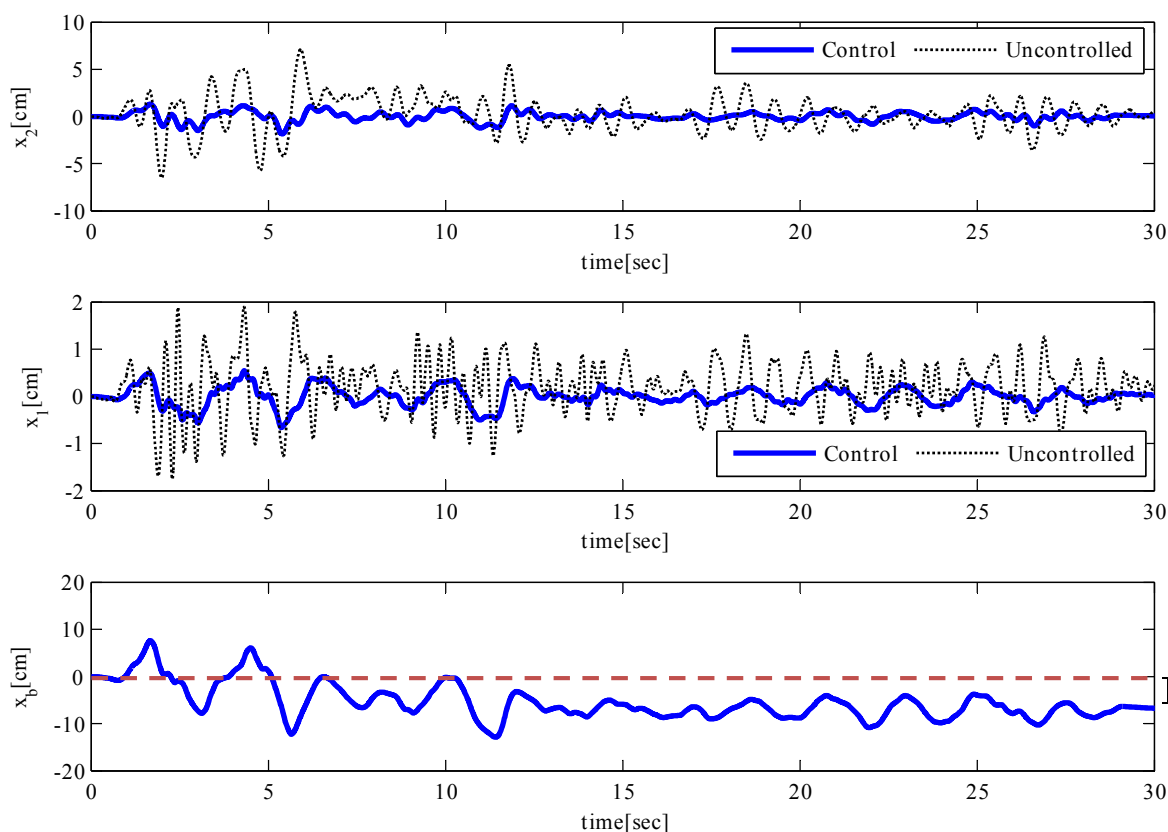
سیستم سازه‌ای مورد نظر (مجهز به جداگر پایه) دارای میرایی غیرتناسبی است. بنابراین اشکال مودی مختلط دارد. به همین دلیل ماتریس میرایی قطری شده C عملاً قطری نمی‌باشد. در نتیجه معادلات همبسته باقی خواهند ماند. از این رو استفاده از آنالیز مودال و یا آنالیز دینامیکی طیفی برای سیستم‌های سازه‌ای با میرایی غیرتناسبی صحیح نیست و باید از روش انتگرالگیری مستقیم (آنالیز تاریخچه زمانی) استفاده شود.

72



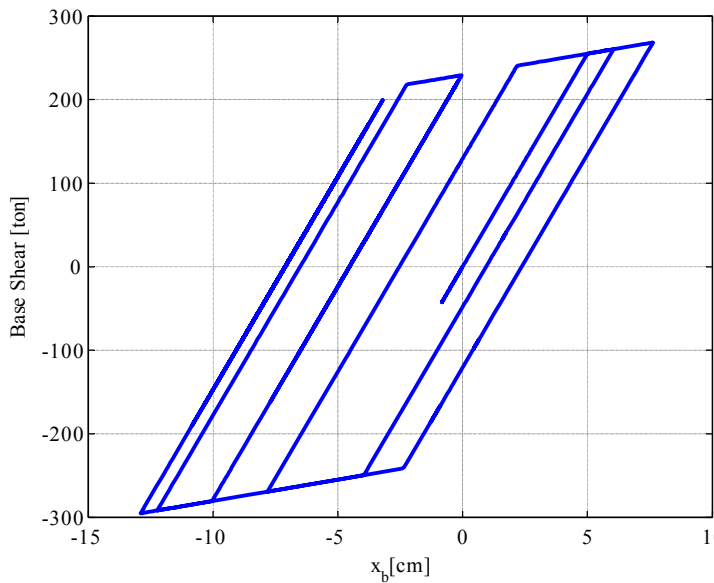
مقایسه نمودار تاریخچه زمانی نیروی برشی طبقه اول تحت زلزله Elcentro با فرض رفتار خطی جدایشگر

73

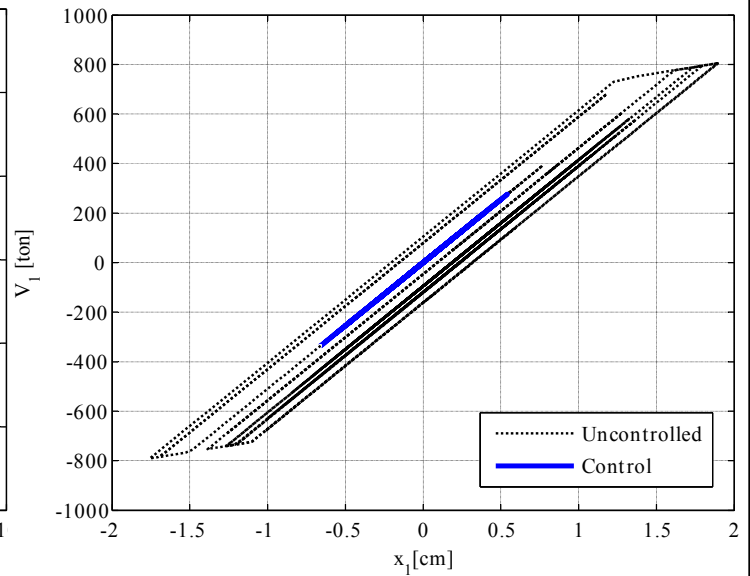


نمودار تاریخچه زمانی پاسخ جابجایی طبقات تحت اثر زلزله Elcentro با فرض رفتار غیرخطی جدایشگر

74

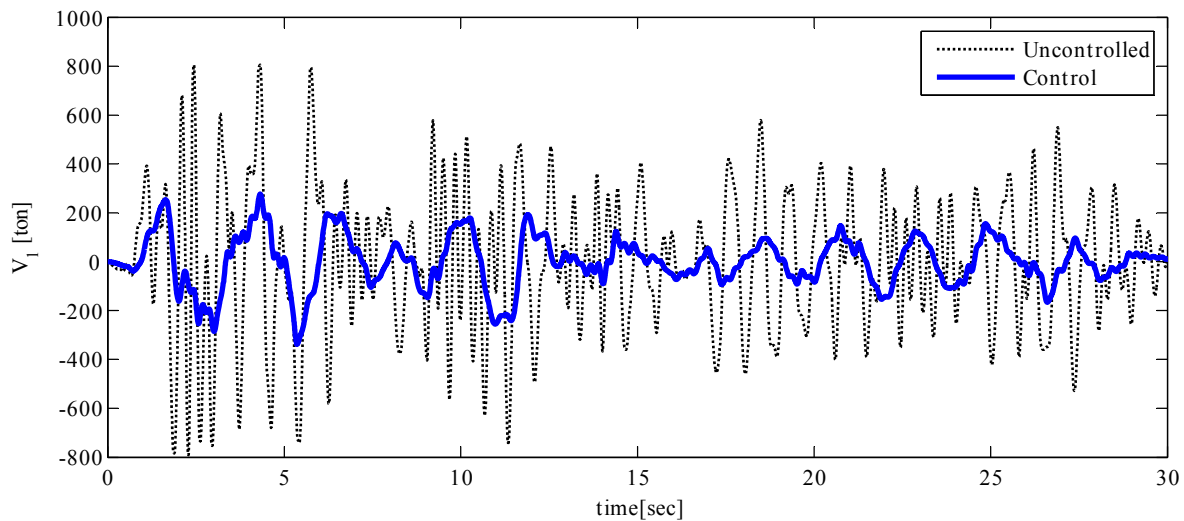


نمودار نیرو جابجایی در تراز جدایشگر تحت اثر زلزله
Elcentro با فرض رفتار غیرخطی جدایشگر



مقایسه نمودار نیرو جابجایی در طبقه اول تحت اثر زلزله
Elcentro با فرض رفتار غیرخطی جدایشگر

75



مقایسه نمودار تاریخچه زمانی نیروی برشی طبقه اول تحت زلزله Elcentro با فرض رفتار غیرخطی جدایشگر

76