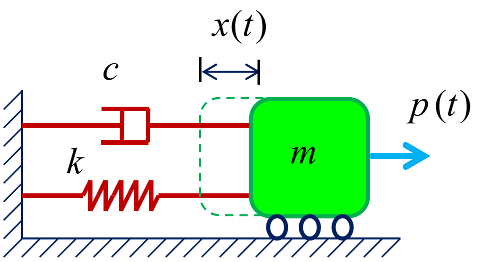
Structural Control

Optimal Damping Distribution

By: Kaveh Karami
Associate Prof. of Structural Engineering
https://prof.uok.ac.ir/Ka.Karami

Damping Based Control

❑ساختار انرژی در سیستم



میرایی: عاملی که باعث استهلاک تدریجی ارتعاش آزاد یک سیستم می‌شود را میرایی می‌نامند. به عبارت دیگر میرایی روند یا ابزاری است که باعث جذب و استهلاک انرژی ورودی به سازه تحت اثر تحریکات خارجی شده که منجر به کاهش پاسخ سازه می‌گردد.

طبق اصل بقای انرژی، مجموع انرژی جنبشی، پتانسیل و مستهلک شده همواره ثابت و برابر با انرژی ورودی (کل) می‌باشد.

$$\boxed{E_I(t)+E_D(t)+E_S(t)=E_P(t)} \quad (1)$$

که در آن

$E_S(t)$: انرژی پتانسیل(انرژی جذب شده یا انرژی باقیمانده در سازه)

$E_I(t)$: انرژی جنبشی (ناشی از نیروی اینرسی)

$E_D(t)$: انرژی ناشی از میرایی (انرژی مستهلک شده)

$E_P(t)$: انرژی ناشی از نیروی خارجی (انرژی ورودی یا انرژی کل)

$$E_S(t)=\frac{1}{2}k\,x^2(t)$$

$$E_I(t)=\frac{1}{2}m\,\dot{x}^2(t)$$

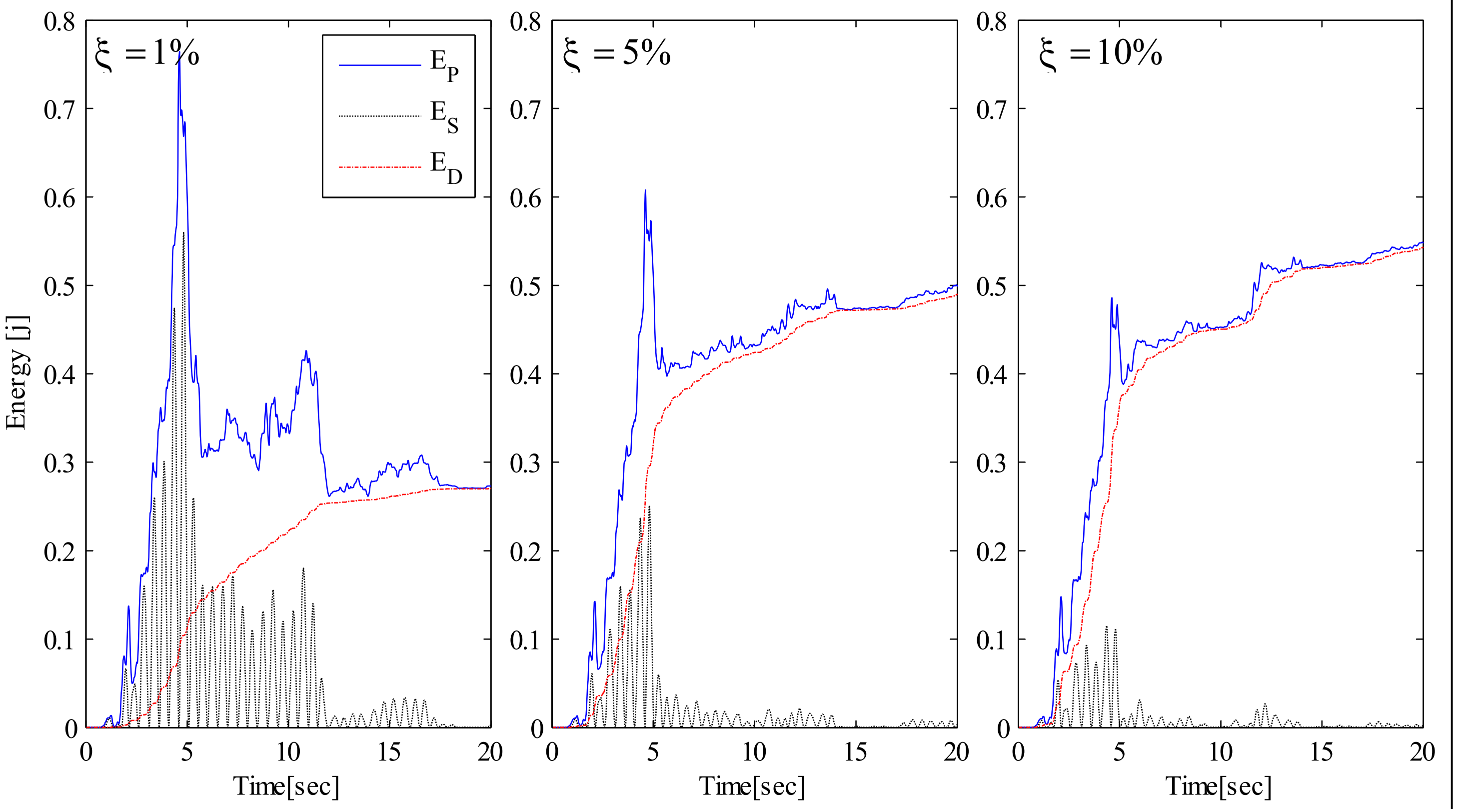
$$E_D(t)=\int_0^t c\dot{x}^2dt \qquad (2)$$

$$E_P(t)=\int_0^x p(t)dx=\int_0^t p(t)\dot{x}dt$$

Damping Based Control

❑ساختار انرژی در سیستم

با افزایش میرایی سیستم، انرژی مستهلک شده E_D افزایش و انرژی ذخیره شده E_S کاهش می‌یابد.



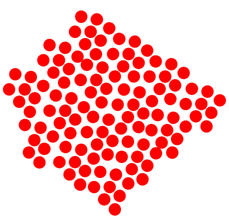
ساختار انرژی در یک سیستم SDOF تحت اثر زلزله Elcentro. $m=1\,(kg)\,,T=1\,(\sec)$

Damping Based Control

❑انواع میرایی

۱- میرایی چسبندگی (لزجی) Viscous Damping: این میرایی به دلیل چسبندگی مصالح به یکدیگر می‌باشد و به این علت به آن میرایی مصالح نیز می‌گویند. مقدار میرایی چسبندگی تابعی از سرعت حرکت است.

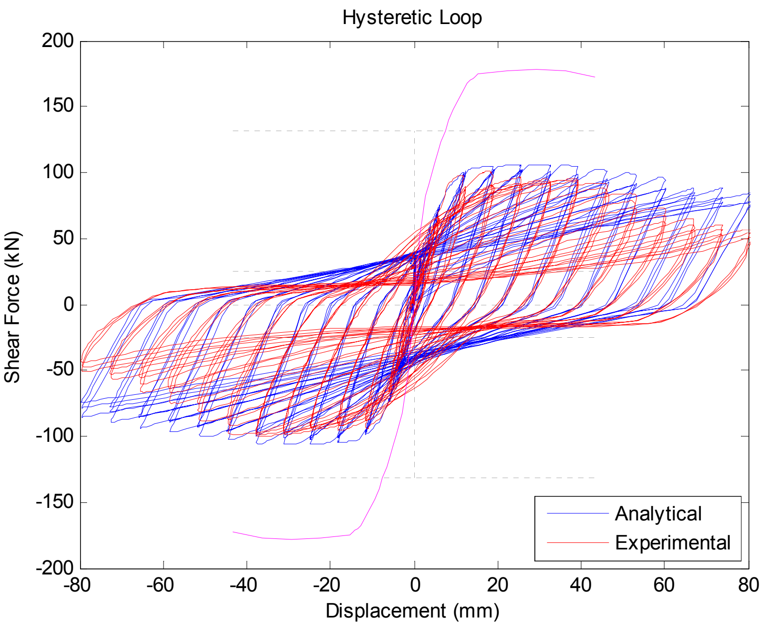
۲- میرایی اصطکاکی (کولومبی) Friction (Coulomb) Damping: این میرایی به علت اصطکاک بین قطعه‌های یک سازه روی یکدیگر ایجاد می‌شود. به علت خصوصیات مواد تشکیل دهنده سازه و اینکه ذرات تشکیل دهنده در حرکت می‌خواهند روی هم بلغزند؛ بنابراین اصطکاک تولید می‌شود. این اصطکاک باعث تبدیل انرژی پتانسیل به انرژی حرارتی است. مانند اصطکاک در اتصالات فولادی، باز و بسته شدن ترک‌های مویی در بتن و اصطکاک میان عناصر سازه‌ای و غیر سازه‌ای (مانند دیوارهای جداساز).



مولکول‌های به هم پیوسته سازه

❑انواع میرایی

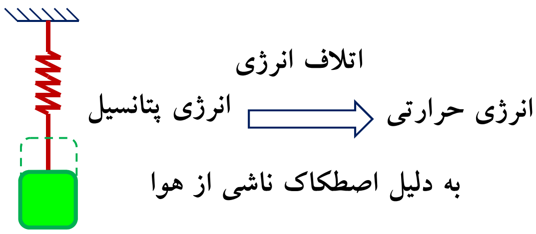
۳- میرایی پسماند Hysteretic Damping: این میرایی به علت وارد شدن مصالح به ناحیه غیرخطی در حرکت رفت و برگشتی ایجاد می‌شود. مشروط بر آن که نیرو رفت و برگشتی باشد و مصالح وارد ناحیه غیرخطی شوند.



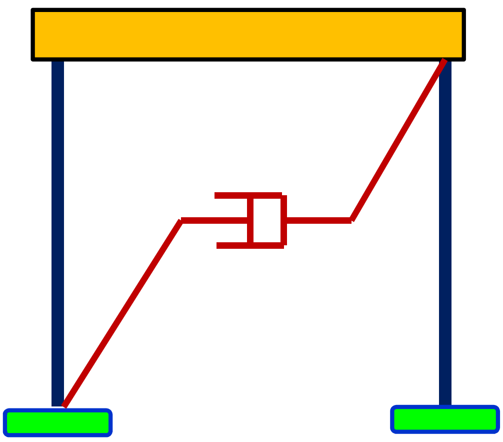
- نمودار نیرو جابجایی در بارگذاری رفت و برگشتی را منحنی هیسترسیس می‌نامند.
- مساحت محصور شده در منحنی هیسترسیس معرف ظرفیت جذب انرژی جهت استهلاک است. هر چه مساحت بیشتر باشد میرایی پسماند بیشتر است.
- این منحنی‌ها نشان دهنده سختی و زمان جاری شدن است.
- عوامل موثر بر این منحنی‌ها: سیستم سازه‌ای، مواد تشکیل دهنده، نوع اتصالات (Configuration) و اثر میرایی است.
- معمولا در عمل به دلیل اثر پینچینگ (Pinching) نتایج آزمایشگاهی با تئوری قدری متفاوت است؛ و آن به دلیل ایجاد ترک در جوش، لغزش در اتصالات اصطکاکی پیچ‌ها، باز و بسته شدن ترک در بتن و عدم پیوستگی کامل بین آرماتور و بتن می‌باشند.

❑انواع میرایی

۴- میرایی خارجی External Damping: این میرایی به علت شرایط محیطی اطراف، بر سازه به وجود می‌آید که در حالت‌های متعارف مقدار آن کم است.



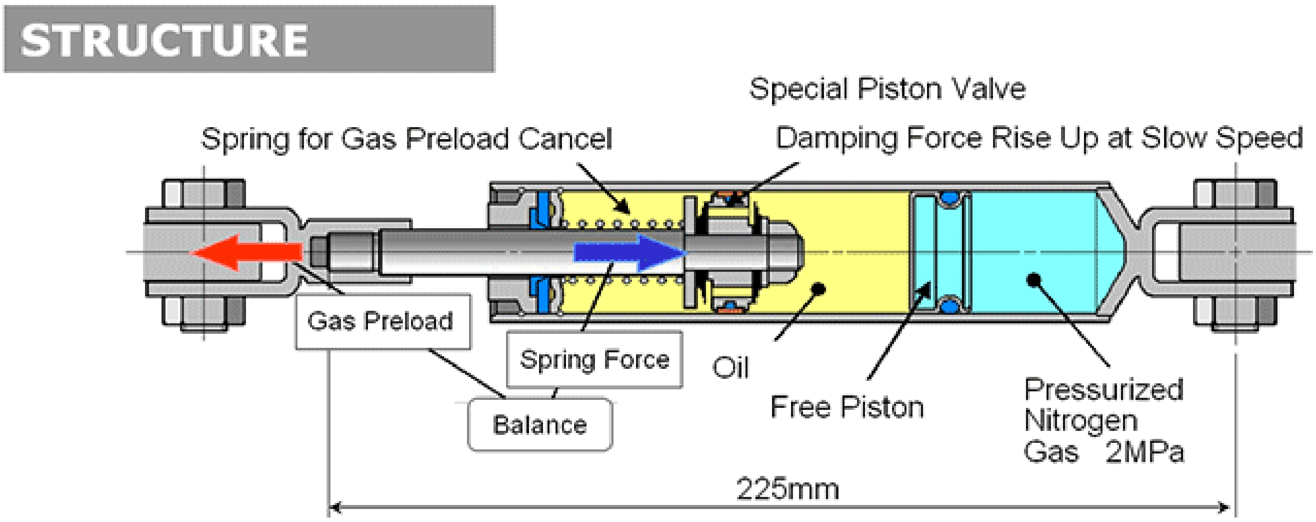
میرایی‌های فوق در مجموع به عنوان میرایی سازه نام برده می‌شود. در صورتی که دستگاه میراگری در سازه استفاده شود، میرایی آن باید به میرایی سازه اضافه گردد.



❑انواع وسایل میرایی

۱- میراگر ویسکوز Viscous Damper

میراگرهای ویسکوز معمولا دارای یک سیلندر هیدرولیکی می‌باشند که به وسیله یک پیستون، محفظه درون سیلندر به دو بخش مجزا از هم تبدیل می‌شود. زمانی که پیستون حرکت می‌کند سیال درون میراگر (معمولا روغن با ویسکوزیته بالا) از یک سوراخ ریز درون پیستون بین دو محفظه داخلی سیلندر با سرعت بالا جابجا می‌شود.



❑انواع وسایل میرایی

۱- میراگر ویسکوز

نیروی ناشی از این میراگر تابعی از سرعت می‌باشد:

$$\boxed{F = f(\dot{x})} \quad (3)$$

معمولا نیروی میرایی را به صورت یک تابع خطی از سرعت در نظر می‌گیرند:

$$\boxed{F = c\,\dot{x}} \quad (4)$$

پارامتر c را ضریب میرایی یا ثابت میرایی می‌نامند که تابعی از مشخصات میراگر است. معمولا برای ارزیابی خاصیت جذب انرژی میراگرها، مقدار جذب انرژی توسط آن‌ها در یک سیکل (رفت و برگشت) اندازه‌گیری و محاسبه می‌شود.

$$W_{vis} = \int_{cycle} F.dx \overset{\dot{x}=\frac{dx}{dt}}{\Rightarrow} W_{vis} = \int_T F.\dot{x}\,dt \overset{(4)}{\Rightarrow} \boxed{W_{vis} = \int_T c.\dot{x}^2\,dt} \quad (5)$$

W_{vis}: کار انجام شده یا انرژی جذب شده توسط میراگر در یک سیکل

❑انواع وسایل میرایی

۱- میراگر ویسکوز

اگر پاسخ سازه به صورت یک حرکت سینوسی در نظر گرفته شود:

$$\boxed{x = \rho \sin(\omega t)} \quad (6) \qquad \boxed{\dot{x} = \rho\omega \cos(\omega t)} \quad (7)$$

انرژی جذب شده توسط میراگر در یک سیکل به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$(7) \rightarrow (5) \quad \Rightarrow \quad W_{vis} = \int_0^{T=\frac{2\pi}{\omega}} c\rho^2\omega^2 \cos^2(\omega t)\, dt = c\rho^2\omega^2 \left(\frac{t}{2} + \frac{\sin(2\omega t)}{4\omega} \right) \Bigg|_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{W_{vis} = c\pi\omega\rho^2} \quad (8)$$

یادآوری

$$\int \cos^2(ax)\, dx = \frac{x}{2} + \frac{\sin(2ax)}{4a} + C$$

رابطه نیروی میرایی برحسب جابجایی به صورت زیر به دست می‌آید:

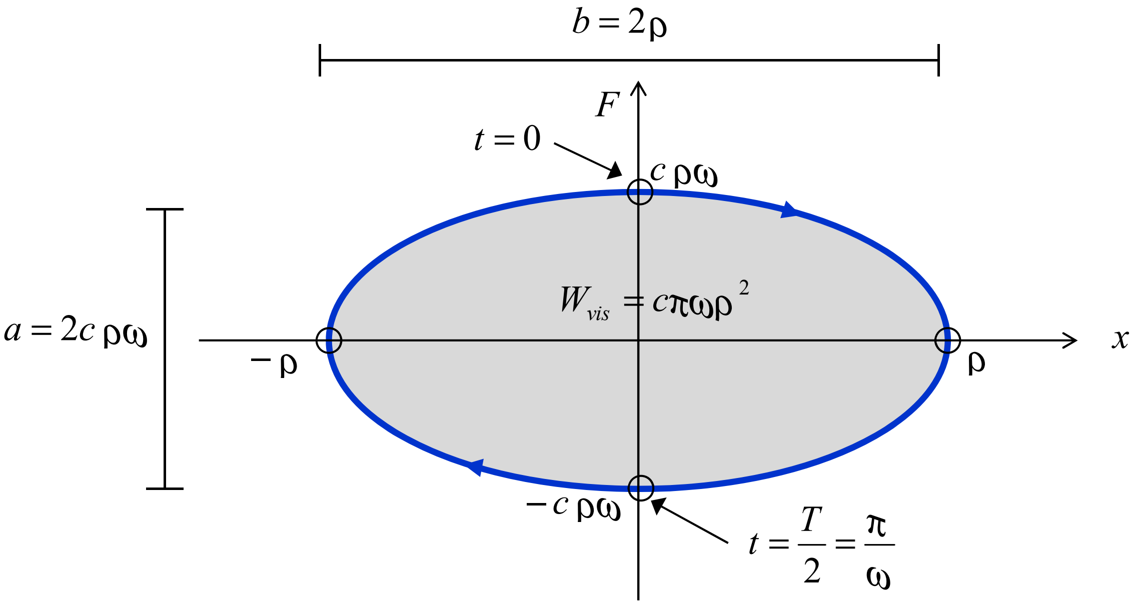
$$(7) \rightarrow (4) \quad F = c\,\rho\omega \cos(\omega t) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{F}{c\,\rho\omega} = \cos(\omega t)} \quad (9) \qquad (6) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{x}{\rho} = \sin(\omega t)} \quad (10)$$

❑انواع وسایل میرایی

۱- میراگر ویسکوز

طرفین رابطه (۹) و (۱۰) را به توان دو رسانده باهم جمع می‌نماییم:

$$(9), (10) \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{x}{\rho}\right)^2 + \left(\frac{F}{c\,\rho\omega}\right)^2 = \sin^2(\omega t) + \cos^2(\omega t) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\left(\frac{x}{\rho}\right)^2 + \left(\frac{F}{c\,\rho\omega}\right)^2 = 1} \quad (11)$$



یادآوری: مساحت بیضی

$$S = \tfrac{\pi}{4}(a \times b)$$

نمودار نیروی میرایی بر حسب جابجایی. سطح محصور شده توسط منحنی معرف W_{vis} است.

❑انواع وسایل میرایی

۱- میراگر ویسکوز

Seismic fluid damper, 25 ton output
http://taylordevices.com/dampers-seismic-protection.html

Case Study:
http://www.taylordevicesindia.com/CaseStudy/Fluid-Viscous-Dampers/2

❑انواع وسایل میرایی

۱- میراگر ویسکوز

Catalogue:
http://www.taylordevicesindia.com/Brochures/Fluid-Viscous-Dampers/2

Structural Applications of Taylor Fluid Viscous Dampers:
http://taylordevices.com/pdf/Yearly-updates/YearlyUpdatedStructuralApplicationChart.pdf

Damping Based Control

❑انواع وسایل میرایی

۱- میراگر ویسکوز

Seismic fluid dampers , 650 to 1000 ton output
http://taylordevices.com/dampers-seismic-protection.html

Damping Based Control

❑انواع وسایل میرایی

۱- میراگر ویسکوز

❑انواع وسایل میرایی

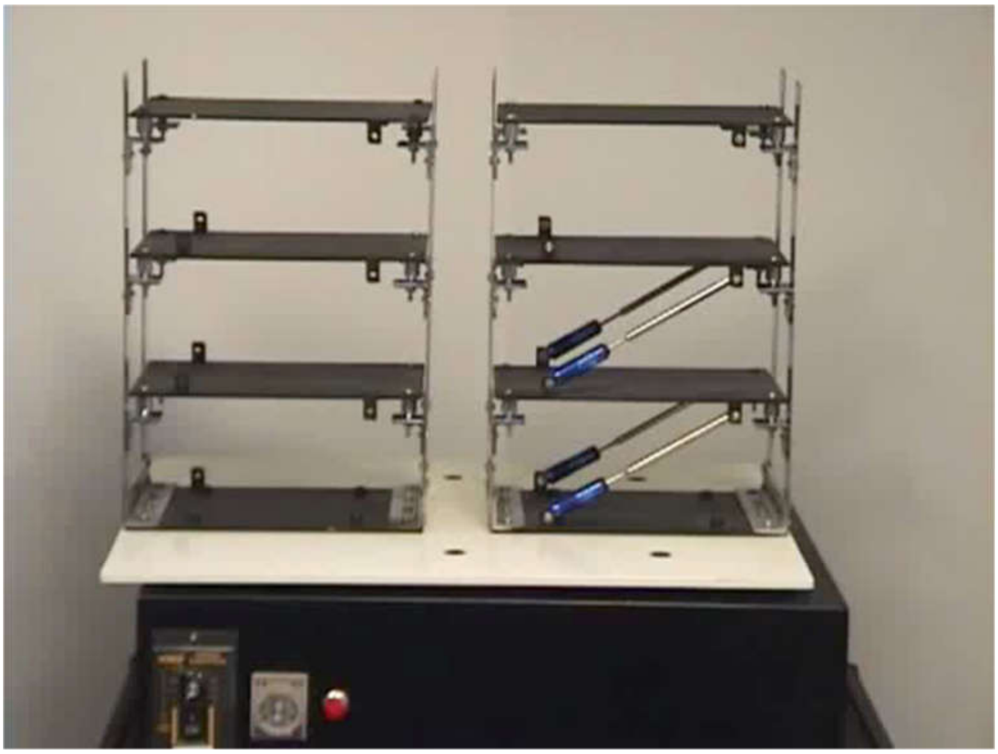
۱- میراگر ویسکوز

❑انواع وسایل میرایی

۱- میراگر ویسکوز

❑ انواع وسایل میرایی

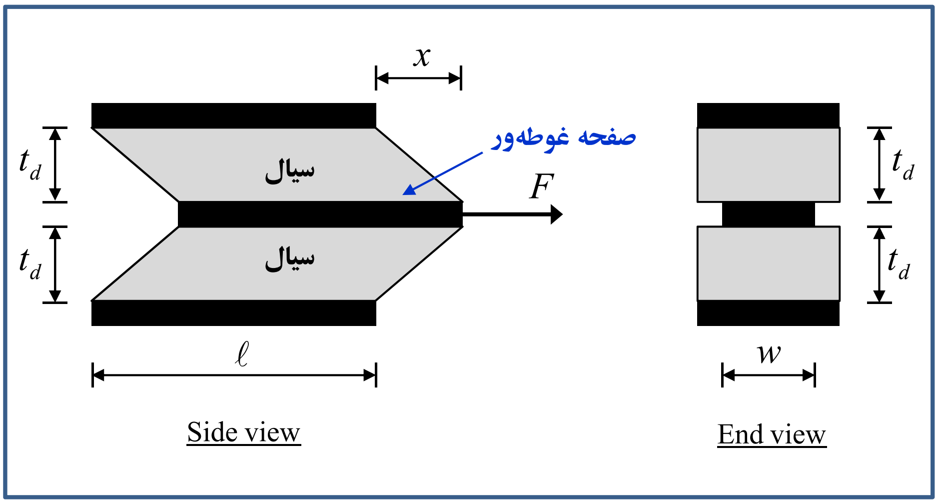
۱- میراگر ویسکوز



❑ انواع وسایل میرایی

۱- میراگر ویسکوز

مثال ۱- شکل زیر طرح شماتیکی از یک میراگر ویسکوز را نشان می‌دهد؛ که حاوی سیالی با ضریب ویسکوزیته (چسبندگی) G_V است. تنش برشی ایجاد شده در سیال از رابطه $\tau = G_V \dot{\gamma}$ به دست می‌آید که در آن پارامترهای τ و γ به ترتیب تنش و کرنش برشی ایجاد شده در سیال است. ثابت این میراگر ویسکوز را محاسبه نمایید.

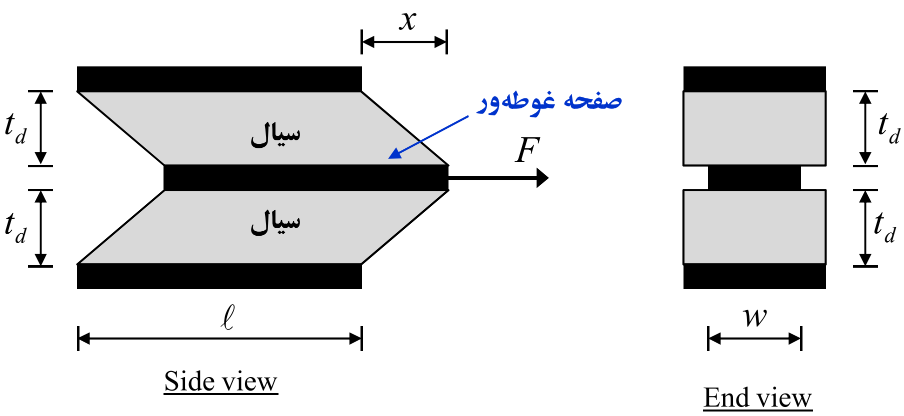


دستگاه میراگر ویسکوز

❑انواع وسایل میرایی

۱- میراگر ویسکوز

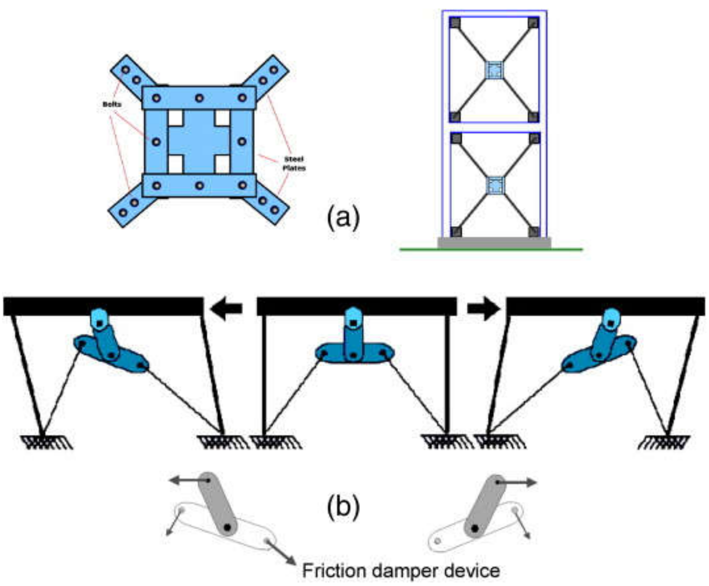
پاسخ مثال ۱-



❑انواع وسایل میرایی

۲- میراگر اصطکاکی Friction Damper

میراگرهای اصطکاکی از یک سری قطعات فولادی تشکیل شده‌اند که حین زلزله‌های قوی این قطعات حرکت کرده و بر روی هم می‌لغزند. در اثر این لغزش انرژی وارده به سازه به صورت انرژی گرمایی ناشی از اصطکاک مستهلک می‌گردد.



http://www.damptech.com/

Damping Based Control

❑انواع وسایل میرایی

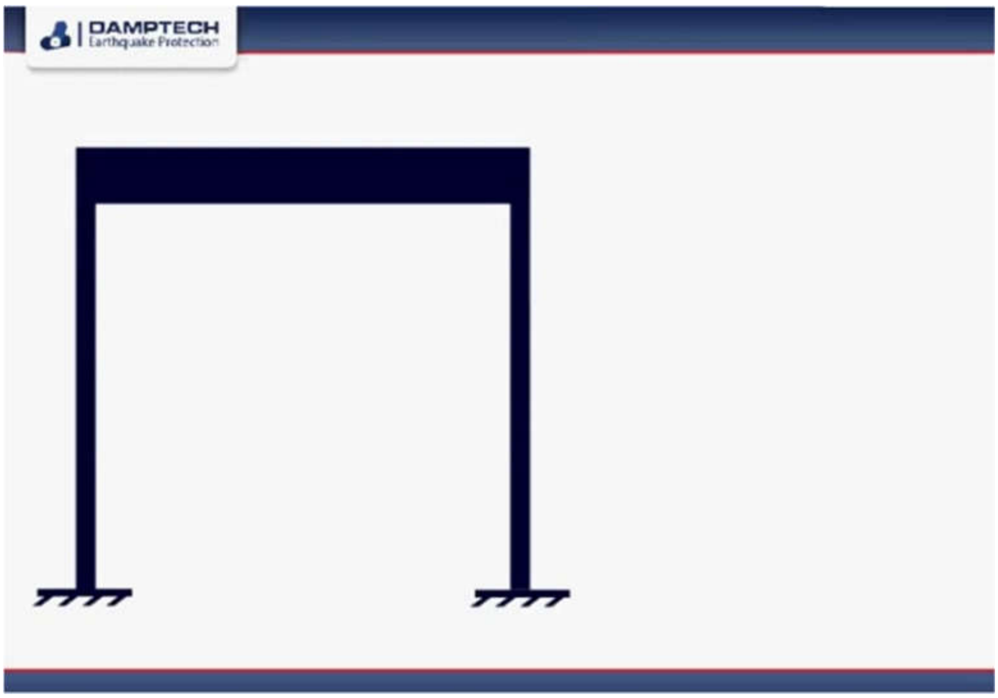
۲- میراگر اصطکاکی

http://www.damptech.com/

Damping Based Control

❑انواع وسایل میرایی

۲- میراگر اصطکاکی



http://www.damptech.com/

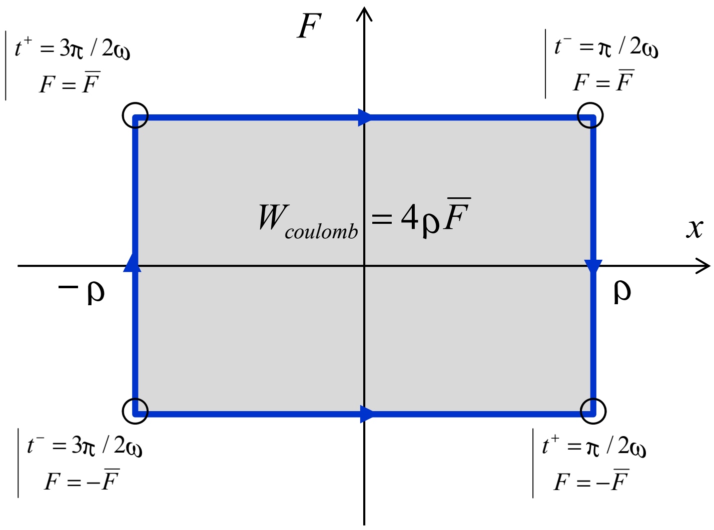
❑انواع وسایل میرایی

۲– میراگر اصطکاکی

میرایی کولومبی با مقدار ثابت به وسیله یک نیروی میرایی که همفاز با نرخ تغییرشکل است بیان می‌گردد:

$$F = \bar{F}\,\mathrm{sgn}(\dot{x}) \qquad (12)$$

اگر پاسخ سازه به صورت یک حرکت سینوسی مطابق رابطه (۶) در نظر گرفته شود منحنی نیرو–تغییرمکان این میراگر به صورت شکل مقابل است:



نمودار نیروی میرایی کولومبی – جابجایی

مقدار انرژی مستهلک شده در یک سیکل حرکتی برابر است با مساحت محصور شده به نمودار نیرو – جابجایی در شکل مقابل:

$$W_{coulomb} = 4\rho\bar{F} \qquad (13)$$

❑انواع وسایل میرایی

۲– میراگر اصطکاکی

http://www.damptech.com/

به طور کلی میراگر اصطکاکی از اصطکاک دو صفحه روی یکدیگر به وجود می‌آید که یک نمونه آن بادبندهای اصطکاکی می‌باشند. در اثر تغییرمکان جانبی طبقات لنگرهایی در محل اتصال بادبندها به بولت‌ها ایجاد شده که تمایل به ایجاد دوران در محل اتصالات داشته و موجب تولید اصطکاک دورانی می‌گردد. به این نوع میراگرها که به صورت اصطکاکی و به شکل بادبند در ساختمان‌ها به کار می‌رود میراگرهای سازه‌ای نیز گفته می‌شود.

در این حالت نیروی میرایی برابر است با:

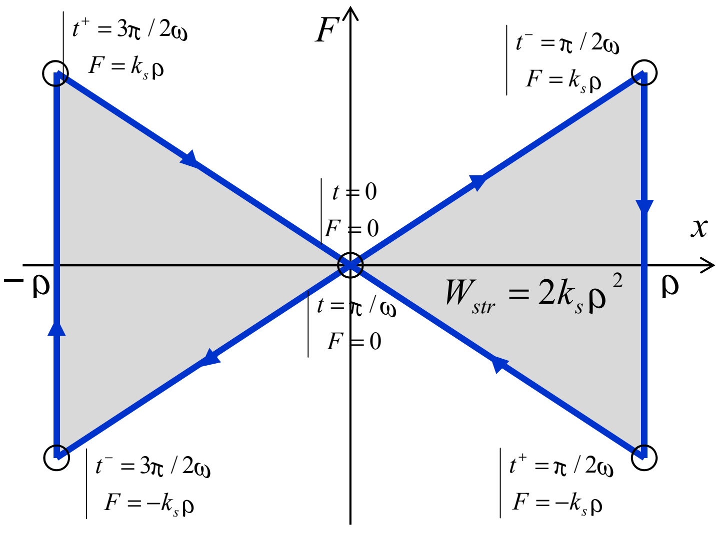
$$F = k_s\,|x|\,\mathrm{sgn}(\dot{x}) \qquad (14)$$

k_s : ضریب سختی ظاهری مجموعه اتصال.

❑انواع وسایل میرایی

۲- میراگر اصطکاکی

اگر پاسخ سازه به صورت یک حرکت سینوسی مطابق رابطه (۶) در نظر گرفته شود منحنی نیرو-تغییرمکان این میراگر به صورت شکل مقابل است:



نمودار نیرو – جابجایی میراگر اصطکاکی

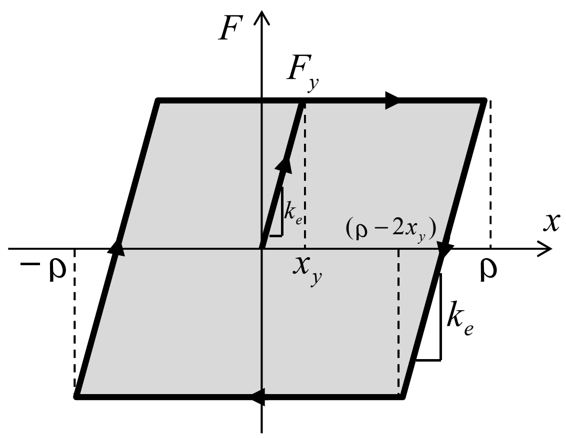
مقدار انرژی مستهلک شده در یک سیکل حرکتی برابر است با مساحت محصور شده به نمودار نیرو – جابجایی در شکل مقابل:

$$W_{str} = 2\times\frac{1}{2}\times\rho\times(2k_s\rho) \;\Rightarrow\; \boxed{W_{str} = 2k_s\rho^2} \qquad (15)$$

❑انواع وسایل میرایی

۳- میراگر پسماند Hysteretic Damper

در صورتی که مصالحی که در ساخت میراگر بکار می‌رود وارد ناحیه غیرخطی گردد و حرکت آن رفت و برگشتی (Cyclic) باشد به این نوع میراگر میراگر پسماند می‌گویند. بدیهی است انرژی جذب شده توسط این نوع میراگر تابعی از منحنی تنش-کرنش مصالح تشکیل دهنده آن می‌باشد. اگر پاسخ سازه به صورت یک حرکت سینوسی مطابق رابطه (۶) در نظر گرفته شود در یک حالت ساده شده می‌توان منحنی نیرو-تغییرمکان یک میراگر پسماند را به صورت مقابل نشان داد:



نمودار نیرو – جابجایی میراگر پسماند

با تعریف نسبت شکل‌پذیری به صورت زیر:

$$\boxed{\mu = \frac{\rho}{x_y}} \qquad (16)$$

باید توجه داشت که جابجایی ρ مربوط به مصالح تشکیل دهنده میراگر می‌باشد.

مقدار انرژی مستهلک شده در یک سیکل حرکتی برابر است با مساحت محصور شده به نمودار نیرو – جابجایی در شکل مقابل:

$$W_{hys} = 2F_y\times(\rho - 2x_y + \rho) = 4F_y(\rho - x_y) = 4F_y\rho(1 - \frac{x_y}{\rho}) \;\overset{(16)}{\Rightarrow}\; \boxed{W_{hys} = 4F_y\rho\left(\frac{\mu - 1}{\mu}\right)} \qquad (17)$$

❑انواع وسایل میرایی

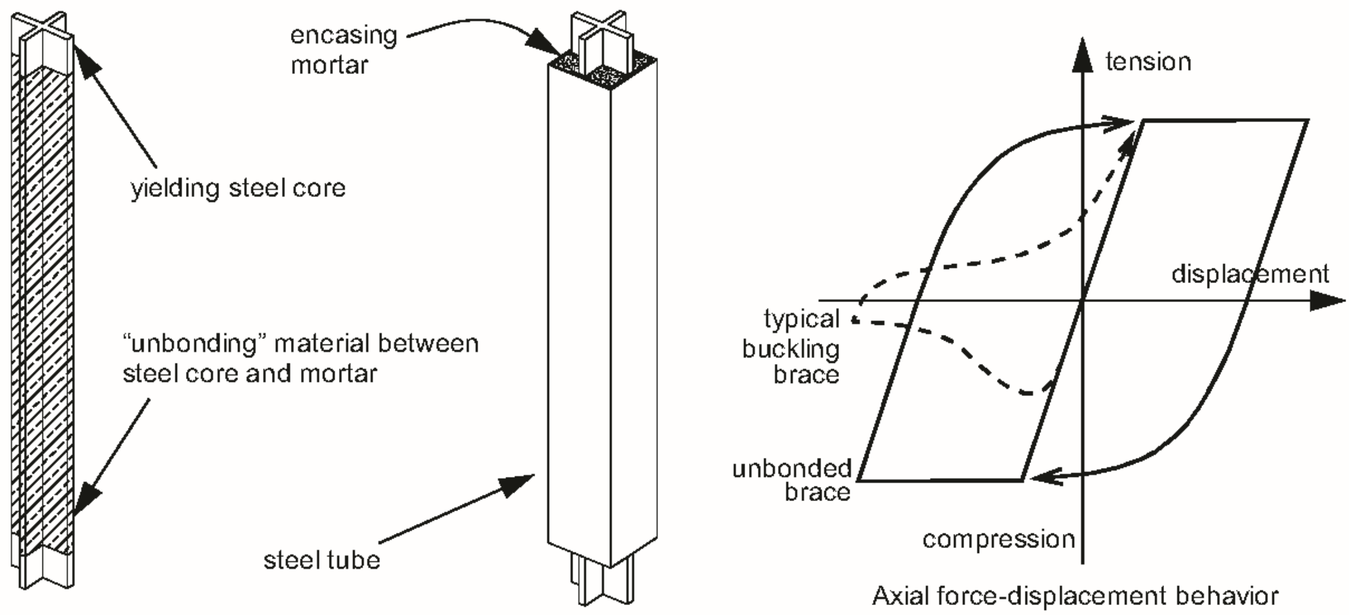
۳- میراگر پسماند

نمونه‌ای از میراگر پسماند در شکل زیر دیده می‌شود. این نوع میراگرها به عنوان بادبندها در ساختمان‌ها استفاده می‌شود. هسته این میراگر از فولاد با شکل‌پذیری زیاد و مقاومت کم تشکیل شده است که تامین کننده خاصیت جذب انرژی می‌باشد. غلاف یا پوسته آن طوری طراحی می‌شود که در اثر نیروی تسلیم F_y کمانش کند. بنابراین غلاف می‌تواند تا حدودی در خمش کار کند و کل بادبند به فشار و کشش از خود مقاومت نشان دهد.

Unbonded Brace
http://www.pnsastech.com.ph/index.php

❑انواع وسایل میرایی

۳- میراگر پسماند



Clark, P., Aiken, I., Kasai, K., Ko, E., & Kimura, I. (1999, October). Design procedures for buildings incorporating hysteretic damping devices. In Proceedings 68th annual convention (pp. 355-371).

❑انواع وسایل میرایی

۴- میراگر ویسکوالاستیک Viscoelastic Damper

در این نوع میراگرها از مصالحی استفاده می‌شود که هم دارای سختی کافی برای تحمل بار وارده (سختی در مقابل حرکت مقاومت می‌کند) و هم دارای خاصیت جذب انرژی حرکت (میرایی حرکت را به سمت صفر میل می‌دهد). مدل سازی این میراگر را می‌توان با ترکیب یک فنر الاستیک و یک میراگر ویسکوز به صورت زیر نشان داد.

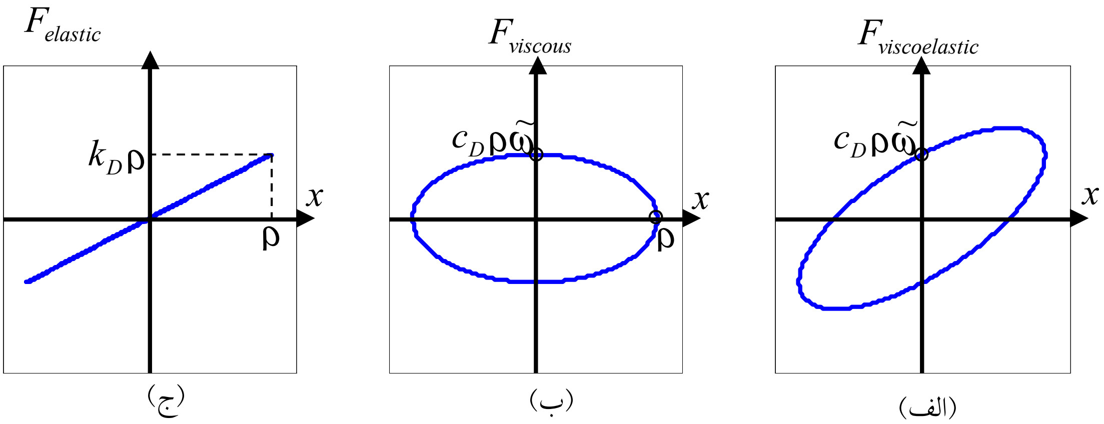
$$\begin{cases} F_{elastic} = k_D x & (18.a) \\ F_{viscous} = c_D \dot{x} & (18.b) \end{cases}$$

رابطه نیرو- تغییرشکل در حالت الاستیک

رابطه نیرو- سرعت در حالت ویسکوز

$$\boxed{\tilde{\omega} = \sqrt{\frac{k+k_D}{m}}} \quad (18.c)$$

k_D به k کمک می‌کند.

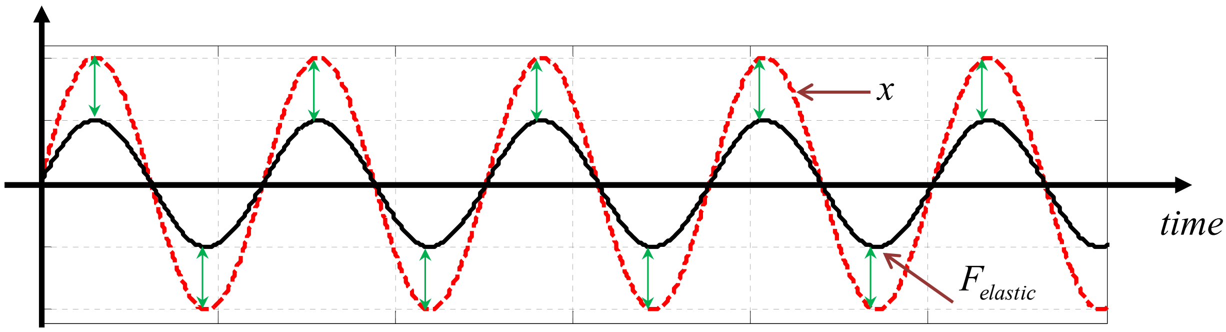


رابطه نیرو-تغییرمکان در سه حالت الف) الاستیک، ب) ویسکوز و ج) ویسکوالاستیک

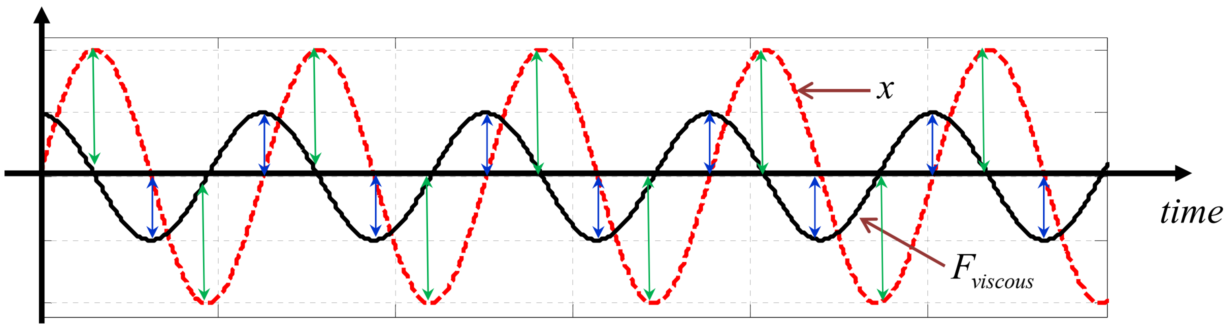
رفتار ویسکوالاستیک در منحنی نیرو-تغییر مکان مقابل دیده می‌شود. همان‌طور که مشاهده می‌شود اختلاف فازی بین نیرو و تغییرمکان در حالت الاستیک وجود ندارد؛ در حالی که در حالت ویسکوز به اندازه $\frac{\pi}{2}$ اختلاف فاز وجود دارد.

❑انواع وسایل میرایی

۴- میراگر ویسکوالاستیک



عدم وجود اختلاف فاز مابین نیرو و جابجایی در حالت الاستیک

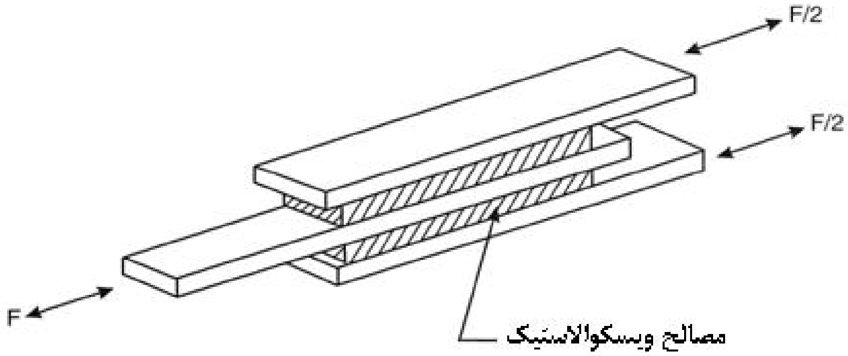


وجود اختلاف فاز مابین نیرو و جابجایی در حالت ویسکوز

❑انواع وسایل میرایی

۴- میراگر ویسکوالاستیک

در شکل نمونه‌ای از میراگر ویسکوالاستیک نشان داده شده است. این‌گونه میراگرها از طریق تغییرشکل‌های برشی باعث اتلاف انرژی می‌شوند. این گونه میراگرها را عموما طوری در سیستم نصب می‌کنند که تنش‌های وارد به آنها از نوع برشی باشد تا خاصیت میرایی خود را نشان بدهند. کاربرد عمومی این گونه میراگرها در سازه پل‌های بلند می باشد. این میراگرها باعث جلوگیری از ایجاد پدیده مخرب تشدید در ساختمان پل شده و مانع از تخریب پل در اثر بارهای باد می‌شود. این‌گونه میراگرها به دلیل تاثیرگذاری عوامل مختلف روی میزان میرایی، از تاریخ مصرف برخوردارند و در پایان تاریخ مصرف شان بایستی تعویض شوند. ممکن است در طول عمر یک سازه، چندین بار تعویض میراگرها صورت گیرد که بزرگترین نقطه ضعف اینگونه میراگرها همین امر می باشد.



http://www.marinsaze.com/fa/RD2.aspx

❑انواع وسایل میرایی

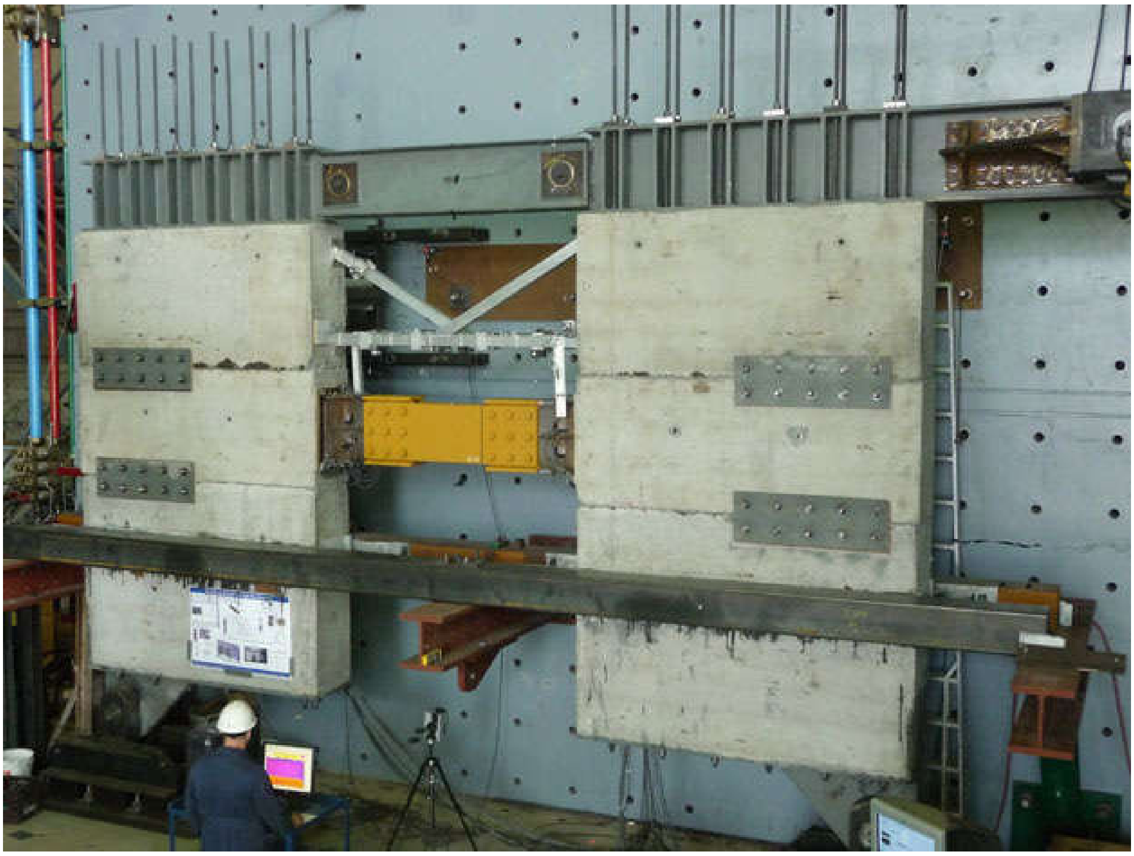
۴- میراگر ویسکوالاستیک

https://www.utoronto.ca/news/kinetica-engineering-safer-buildings-toronto-canada-and-worldwide

Damping Based Control

❑انواع وسایل میرایی

۴- میراگر ویسکوالاستیک



https://www.utoronto.ca/news/kinetica-engineering-safer-buildings-toronto-canada-and-worldwide

Damping Based Control

❑انواع وسایل میرایی

۴- میراگر ویسکوالاستیک

❑انواع وسایل میرایی

۴- میراگر ویسکوالاستیک

در طراحی کار با این نوع میراگر راحت‌تر است.یعنی طراح آزادی عمل بیشتری دارد. چون تلفیق دو سیستم جدا است بنابراین طراح می‌تواند با انتخاب یکی (مثلا میراگر ویسکوز)، دیگری (میراگر الاستیک) را طراحی نماید.

در صورت استفاده از فنر و یک میراگر ویسکوز، نیروی کل وارد بر سیستم برابر است با:

$$F_{viscoelastic} = F_{elastic} + F_{viscous} \overset{(18)}{\Rightarrow} \boxed{F_{viscoelastic} = k_D x + c_D \dot{x}} \quad (19)$$

$$(6),(7) \rightarrow (19) \quad \Rightarrow \quad \boxed{F_{viscoelastic} = \rho\left[k_D \sin(\tilde{\omega} t) + c_D \tilde{\omega} \cos(\tilde{\omega} t)\right]} \quad (20)$$

با تعریف G_s به عنوان مدول ذخیره (Storage Modulus) و G_ℓ به عنوان مدول اتلاف (Loss Modulus) خواهیم داشت:

$$\boxed{\begin{aligned} G_s &= k_D \\ G_\ell &= c_D \tilde{\omega} \end{aligned}} \quad (21)$$

$$(21) \rightarrow (20) \quad \Rightarrow \quad \boxed{F_{viscoelastic} = \rho\left[G_s \sin(\tilde{\omega} t) + G_\ell \cos(\tilde{\omega} t)\right]} \quad (22)$$

❑انواع وسایل میرایی

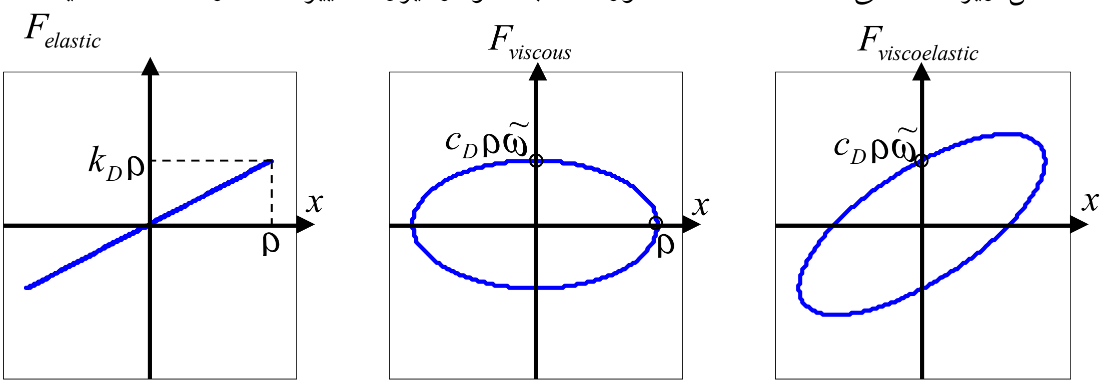
۴- میراگر ویسکوالاستیک

انرژی مستهلک شده توسط میراگر ویسکوالاستیک برابر است با:

$$W_{V.E} = \int_{cycle} F_{viscoelastic} . dx \overset{\dot{x}=\frac{dx}{dt}}{\Rightarrow} W_{vis} = \int_T F_{viscoelastic} . \dot{x}\, dt \overset{(19)}{\Rightarrow} \boxed{W_{vis} = \int_T (k_D x\dot{x} + c_D \dot{x}^2)\, dt} \quad (23)$$

$$(6),(7) \rightarrow (23) \quad \Rightarrow \quad W_{V.E} = \int_0^{T=\frac{2\pi}{\tilde{\omega}}} \left[\frac{k_D \rho^2 \tilde{\omega}}{2} \sin(2\tilde{\omega} t) + c_D \rho^2 \tilde{\omega}^2 \cos^2(\tilde{\omega} t)\right] dt \quad \Rightarrow \quad \boxed{W_{V.E} = \pi\, c_D \tilde{\omega} \rho^2} \quad (24)$$

رابطه (۲۴) نشان می‌دهد انرژی مستهلک شده توسط میراگر ویسکوالاستیک همان انرژی مستهلک شده توسط بخش ویسکوز میراگر می‌باشد. زیرا همانطور که شکل زیر نشان می‌دهد مساحت محصور شده به نمودار نیرو- تغییرمکان در حالت الاستیک برابر با صفر است.



(الف) (ب) (ج)

رابطه نیرو-تغییرمکان در سه حالت الف) الاستیک، ب) ویسکوز و ج) ویسکوالاستیک

❑انواع وسایل میرایی

۴- میراگر ویسکوالاستیک

چون معمولا میراگرهای ویسکوالاستیک از حرکت صفحات فولادی نازک در داخل یک مایع لزج و یا یک جامد ویسکوز تهیه می‌شوند، رابطه تنش برشی (به جای نیرو) و کرنش برشی (به جای تغییرمکان) به صورت زیر برای آن‌ها نوشته می‌شود:

$$\boxed{\gamma = \hat{\gamma}\sin(\tilde{\omega}t)} \quad (25)$$

γ: کرنش برشی میراگر

τ: تنش برشی میراگر

$$\boxed{\tau = \hat{\gamma}\left[G_s \sin(\tilde{\omega}t) + G_\ell \cos(\tilde{\omega}t)\right]} \quad (26)$$

رابطه (۲۶) را می‌توان به صورت برداری نیز نوشت:

$$\boxed{\tau = \hat{\gamma}\,\hat{G}\sin(\tilde{\omega}t + \theta)} \quad (27)$$

که در آن

$$\hat{G} = \sqrt{G_s^{\,2} + G_\ell^{\,2}} \;\Rightarrow\; \boxed{\hat{G} = G_s\sqrt{1+\eta^2}} \quad (28) \qquad \boxed{\theta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\eta}\right)} \quad (29)$$

$$\boxed{\eta = \frac{G_\ell}{G_s} \overset{(21)}{\Rightarrow} \eta = \frac{c_D\tilde{\omega}}{k_D}} \quad (30)$$

η: ضریب اتلاف (Loss Factor)

Damping Based Control

❑انواع وسایل میرایی

۴- میراگر ویسکوالاستیک

انرژی مستهلک شده توسط میراگر ویسکوالاستیک در حالتی که رابطه تنش – کرنش استفاده شده باشد برابر است با:

$$W_{V.E} = \int_{cycle} (\tau\, A).(\ell d\gamma) \;\Rightarrow\; \underset{V=A\ell}{\overset{\dot{\gamma}=\frac{d\gamma}{dt}}{\Rightarrow}} \; W_{V.E} = V\int_T \tau.\dot{\gamma}\,dt \;\overset{(25),(26)}{\Rightarrow}\; \boxed{W_{V.E} = V\pi\, G_\ell \hat{\gamma}^2} \quad (31)$$

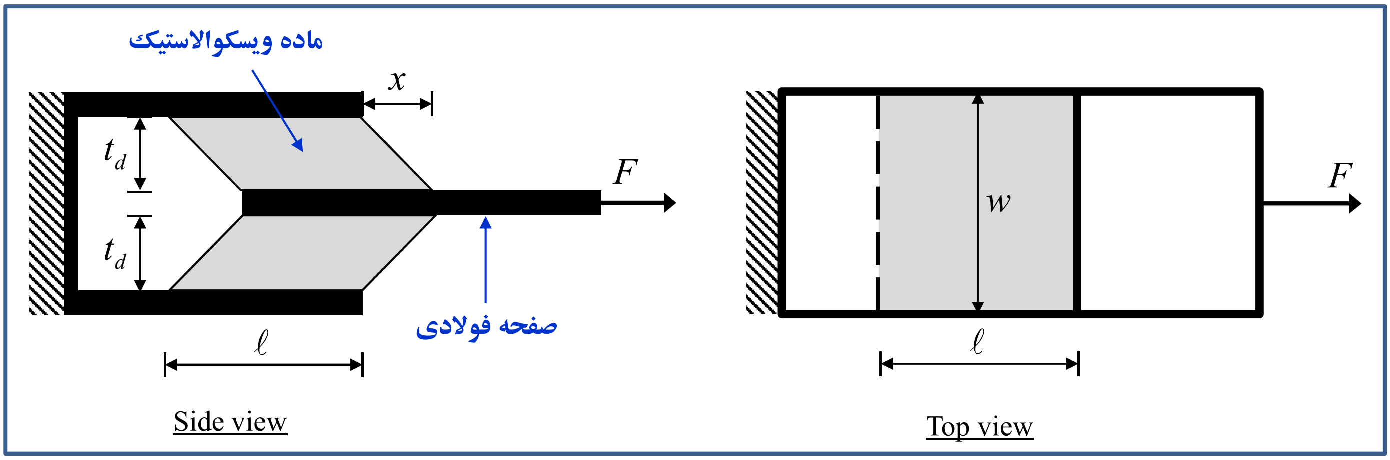
انرژی مستهلک شده در واحد حجم میراگر ویسکوالاستیک $\overline{W}_{V.E}$ برابر است با:

$$(31) \;\Rightarrow\; \boxed{\overline{W}_{V.E} = \pi\, G_\ell \hat{\gamma}^2} \quad (32)$$

❑انواع وسایل میرایی

۴- میراگر ویسکوالاستیک

مثال ۲- شکل زیر طرح شماتیکی از یک میراگر ویسکوالاستیک را نشان می‌دهد؛ که حاوی ماده‌ای ویسکوالاستیک است که توسط صفحات فولادی محصور شده است. مطلوب است تعیین نیروی میراگر و انرژی مستهلک شده توسط آن.

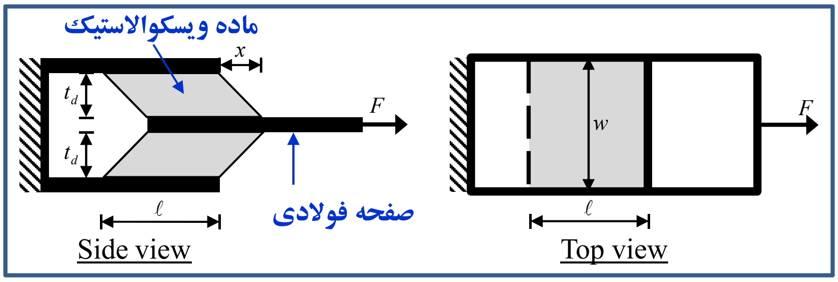


دستگاه میراگر ویسکوالاستیک

❑انواع وسایل میرایی

۴- میراگر ویسکوالاستیک

پاسخ مثال ۲-



رابطه کرنش برشی و جابجایی به صورت زیر به دست می‌آید.

نیروی میراگر برابر است با:

$$(II)$$

اگر پاسخ سازه به صورت یک حرکت سینوسی مطابق رابطه (III) در نظر گرفته شود:

$$(I)\rightarrow(IV) \quad \Rightarrow \quad \boxed{F_{V.E}=\frac{2w\ell G_s\rho}{t_d}[\sin(\tilde{\omega}t)+\eta\cos(\tilde{\omega}t)]} \quad (V)$$

❑انواع وسایل میرایی

۴- میراگر ویسکوالاستیک

پاسخ مثال ۲-

با فرض

$$(VI) \rightarrow (V) \quad \Rightarrow \boxed{F_{V.E} = f_d \rho G_s \left[\sin(\tilde{\omega} t) + \eta \cos(\tilde{\omega} t)\right]} \quad (VII)$$

$$\boxed{W_{V.E} = \pi \eta G_s \rho^2 f_d} \quad (33)$$

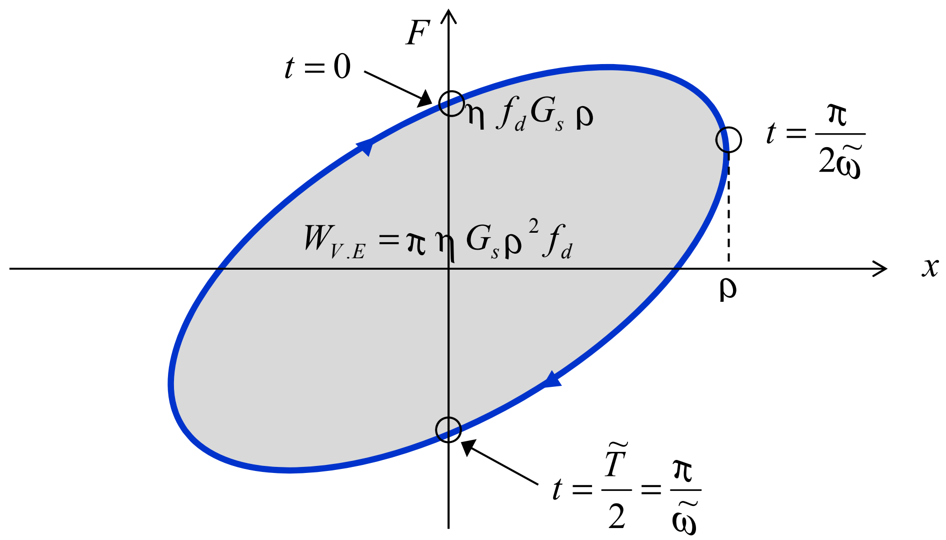
❑انواع وسایل میرایی

۴- میراگر ویسکوالاستیک

پاسخ مثال ۲-

$$\boxed{F_{V.E} = f_d \rho G_s \left[\sin(\tilde{\omega} t) + \eta \cos(\tilde{\omega} t)\right]}$$

$$\boxed{x = \rho \sin(\tilde{\omega} t)}$$



رابطه نیرو-تغییرمکان میراگر ویسکوالاستیک

❑معادل‌سازی انواع میراگرها با میراگر ویسکوز

در انجام محاسبات در حالتی که انواع دیگر میراگر به جز میراگر ویسکوز داریم ساده‌تر است اگر به جای آن‌ها میراگر ویسکوز معادل قرار دهیم. برای تعیین ثابت میراگر معادل c_{eq} کافی است انرژی مستهلک شونده میراگر ویسکوز را معادل انرژی استهلاک سایر میراگرها قرار دهیم.

۱- میراگر اصطکاکی (میرایی کولمبی)

$$\boxed{W_{vis} = c\pi\omega\rho^2} \quad (8) \qquad \boxed{W_{coulomb} = 4\rho\overline{F}} \quad (13)$$

$$(8),(13) \Rightarrow c\pi\omega\rho^2 = 4\rho\overline{F} \Rightarrow \boxed{c_{eq}^{col} = \frac{4\overline{F}}{\pi\omega\rho}} \quad (34)$$

۲- میراگر اصطکاکی (سازه‌ای)

$$\boxed{W_{vis} = c\pi\omega\rho^2} \quad (8) \qquad \boxed{W_{str} = 2k_s\rho^2} \quad (15)$$

$$(8),(15) \Rightarrow c\pi\omega\rho^2 = 2k_s\rho^2 \Rightarrow \boxed{c_{eq}^{str} = \frac{2k_s}{\pi\omega}} \quad (35)$$

Damping Based Control

❑معادل‌سازی انواع میراگرها با میراگر ویسکوز

۳- میراگر پسماند

$$\boxed{W_{vis} = c\pi\omega\rho^2} \quad (8) \qquad \boxed{W_{hys} = 4F_y\rho\left(\frac{\mu-1}{\mu}\right)} \quad (17)$$

$$(8),(17) \Rightarrow c\pi\omega\rho^2 = 4F_y\rho\left(\frac{\mu-1}{\mu}\right) \Rightarrow \boxed{c_{eq}^{hys} = \frac{4F_y}{\pi\omega\rho}\left(\frac{\mu-1}{\mu}\right)} \quad (36)$$

۴- میراگر ویسکوالاستیک

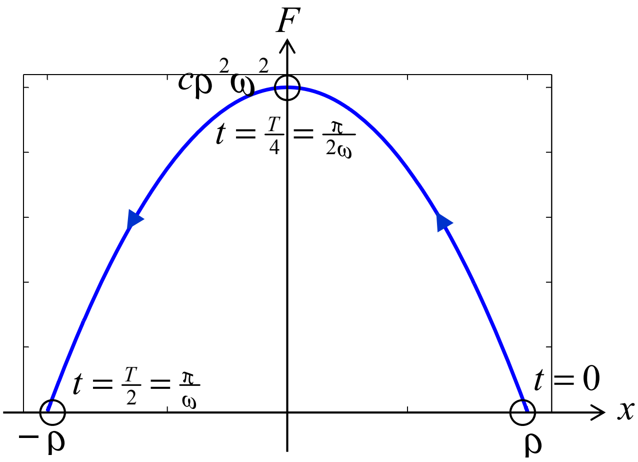
$$\boxed{W_{vis} = c\pi\omega\rho^2} \quad (8) \qquad \boxed{W_{V.E} = \pi\,\eta\,G_s\rho^2 f_d} \quad (33)$$

$$(8),(15) \Rightarrow c\pi\omega\rho^2 = \pi\,\eta\,G_s\rho^2 f_d \Rightarrow \boxed{c_{eq}^{V.E} = \frac{f_d\eta\,G_s}{\omega} = \frac{f_d G_\ell}{\omega}} \quad (37)$$

بدیهی است برای آن که ثابت میراگر معادل مشخص شود باید ρ و ω معلوم باشند.

❑معادل‌سازی انواع میراگرها با میراگر ویسکوز

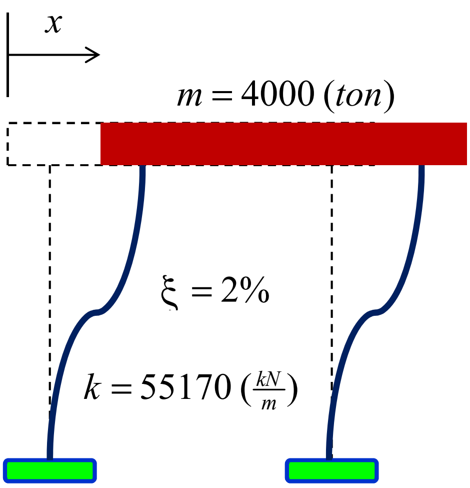
مثال ۳– ثابت میرایی معادل میراگر ویسکوز یک میراگر که نیروی میرایی آن از رابطه $F_D = c\dot{x}^2$ محاسبه شده و دارای حرکت کسینوسی می‌باشد را تعیین نمایید.



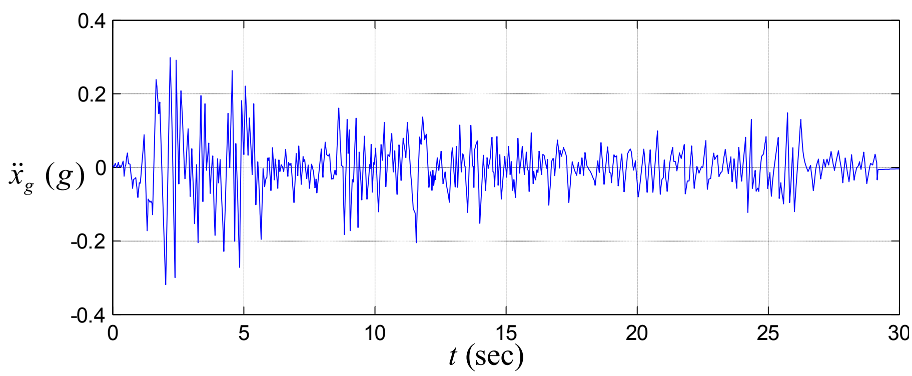
Matlab Code (L04Example03.m)

❑معادل‌سازی انواع میراگرها با میراگر ویسکوز

مثال ۴– شکل زیر یک سیستم SDOF را نشان می‌دهد که تحت اثر زلزله Elcentro قرار گرفته است. یک میراگر سازه‌ای را آنچنان طراحی نمایید که معادل میرایی ویسکوز سیستم باشد.



شتاب نگاشت زلزله Elcentro



Matlab Code (L04Example04.m)

❑معادل‌سازی انواع میراگرها با میراگر ویسکوز

پاسخ مثال ۴-

$$\boxed{\omega = 3.71\,(rad\,/\sec)}$$

$$\boxed{c_{eq}^{str} = 5.9421\times10^{5}\ (N.\sec/m)}$$

$$\boxed{F_{vis}(t) = 5.9421\times10^{5}\,\dot{x}(t)}$$

$$= \frac{\pi(3.71)\,5.9421\times10^{5}}{2}\times10^{-3} \Rightarrow \boxed{k_s = 3466.4\,(kN\,/m)}$$

$$\boxed{F_{str}(t) = 3466.4\times10^{3}\,|x(t)|\,\mathrm{sgn}[\dot{x}(t)]}$$

❑معادل‌سازی انواع میراگرها با میراگر ویسکوز

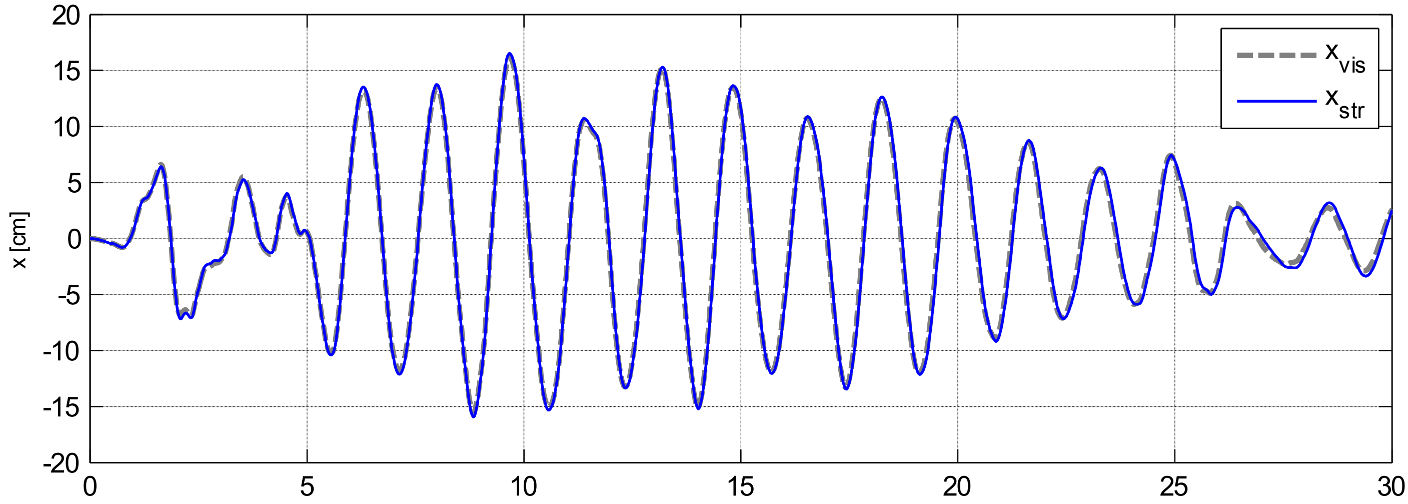
پاسخ مثال ۴-

معادله حرکت با در نظر گرفتن میراگر سازه‌ای

$$\boxed{m\ddot{x}(t) + F_{str}(t) + kx(t) = -m\ell\ddot{x}_g(t)}$$

معادله حرکت با در نظر گرفتن میرایی ویسکوز

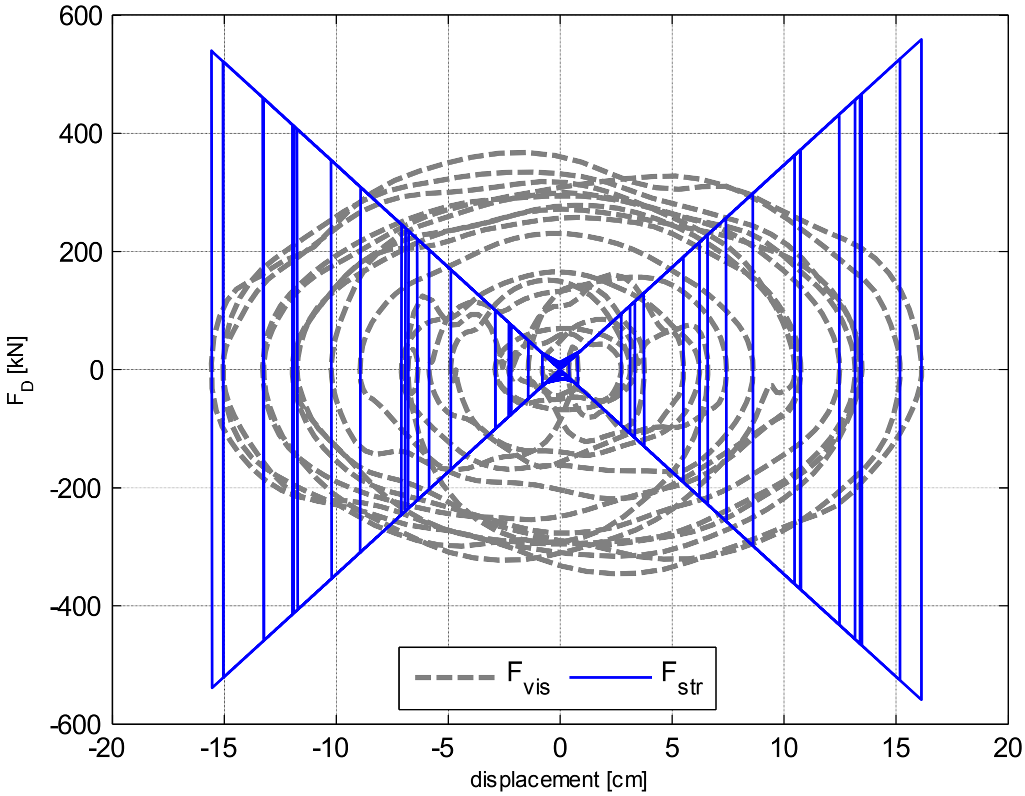
$$\boxed{m\ddot{x}(t) + F_{vis}(t) + kx(t) = -m\ell\ddot{x}_g(t)}$$



مقایسه پاسخ جابجایی سازه در دوحالت میراگر سازه‌ای و میراگر ویسکوز تحت اثر زلزله Elcentro

❑معادل‌سازی انواع میراگرها با میراگر ویسکوز

پاسخ مثال ۴-

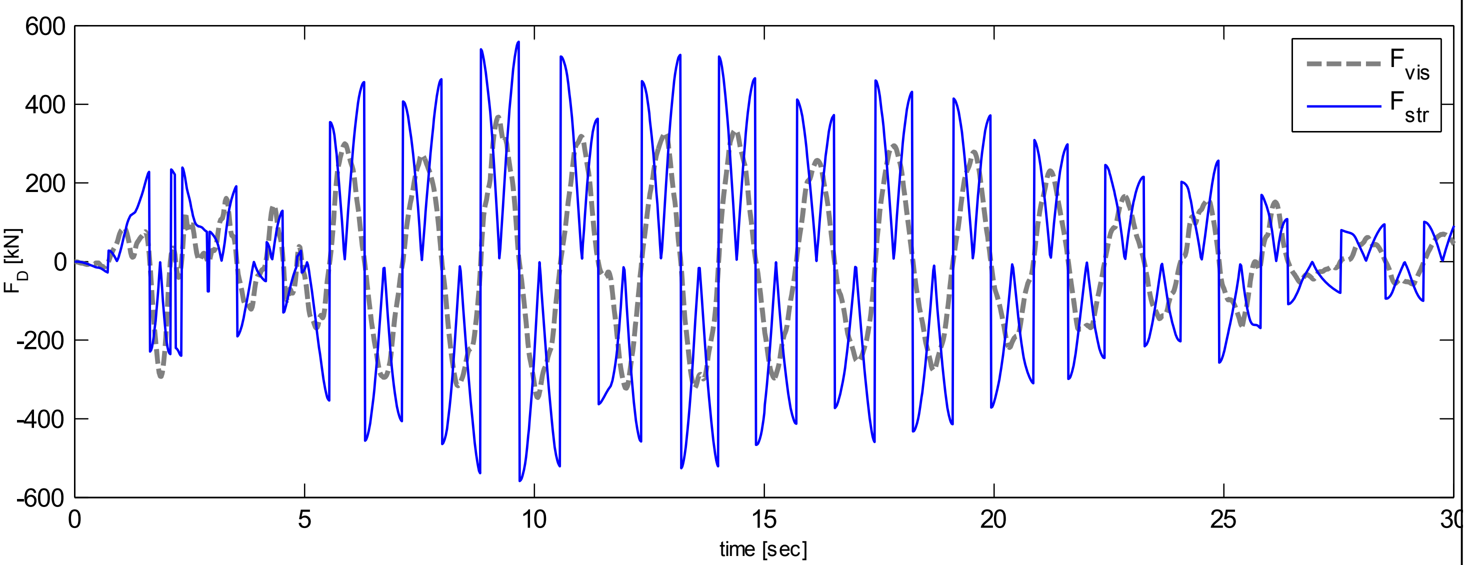


مقایسه نمودار نیرو- جابجایی در دو میراگر سازه‌ای و میراگر ویسکوز تحت اثر زلزله Elcentro

Damping Based Control

❑معادل‌سازی انواع میراگرها با میراگر ویسکوز

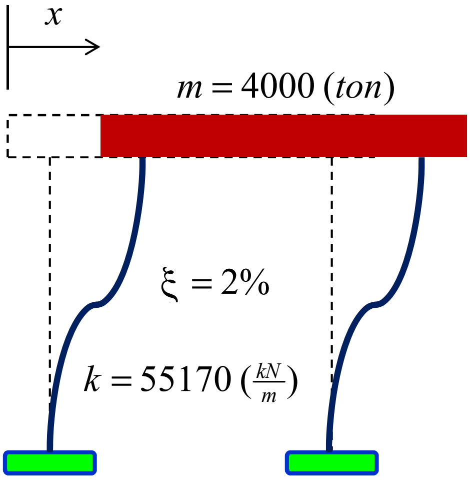
پاسخ مثال ۴-

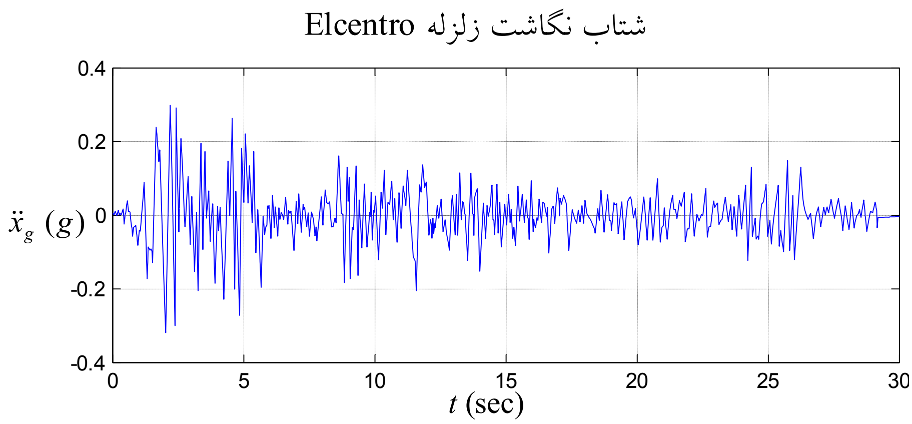


مقایسه تاریخچه زمانی نیروی میرایی در دو میراگر سازه‌ای و میراگر ویسکوز تحت اثر زلزله Elcentro

❑معادل‌سازی انواع میراگرها با میراگر ویسکوز

مثال ۵– شکل زیر یک سیستم SDOF را نشان می‌دهد که تحت اثر زلزله Elcentro قرار گرفته است. یک میراگر پسماند را آنچنان طراحی نمایید که معادل میرایی ویسکوز سیستم باشد.





Matlab Code (L04Example05.m)

❑معادل‌سازی انواع میراگرها با میراگر ویسکوز

پاسخ مثال ۵–

$$\boxed{\omega = 3.71\,(rad\ /\sec)}$$

$$2(0.02)(4000\times10^3)(3.71) \Rightarrow \boxed{c_{eq}^{hys} = 5.9421\times10^5\ (N.\sec/m)}$$

$$\boxed{F_{vis}(t) = 5.9421\times10^5\,\dot{x}(t)}$$

$$\boxed{F_y = \frac{\pi\omega\rho\, c_{eq}^{hys}}{4}\left(\frac{\mu}{\mu-1}\right)}$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود برای محاسبه F_y نیاز به تعیین دو پارامتر ρ و μ است. معمولا مقدار ρ را برابر با پاسخ ماکزیمم سیستم در حالت میراگر ویسکوز در نظر می‌گیرند که در مثال قبلی $x_{vis}^{\max} = 16.127\,(cm)$ نتیجه شد. اما مقدار نسبت شکل‌پذیری μ را باید با تکرار و صحیح و خطا به گونه‌ای انتخاب نمود تا پاسخ سیستم در هر دو حالت میراگر ویسکوز و میراگر پسماند تا حد امکان به یکدیگر نزدیک شوند.

❑معادل‌سازی انواع میراگرها با میراگر ویسکوز

پاسخ مثال ۵-

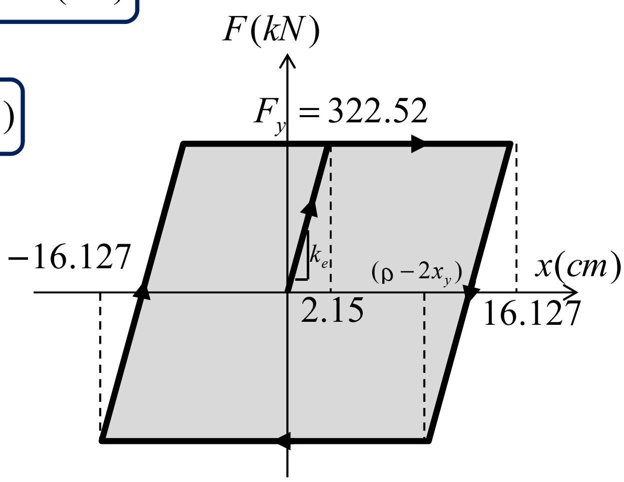
فرض اول:

$$\boxed{\rho = x_{vis}^{\max} = 16.127\,(cm)}$$

$$\Rightarrow \boxed{F_y = 3.2252\times10^{5}\ (N)}$$

$$\boxed{x_y = 2.15\,(cm)}$$

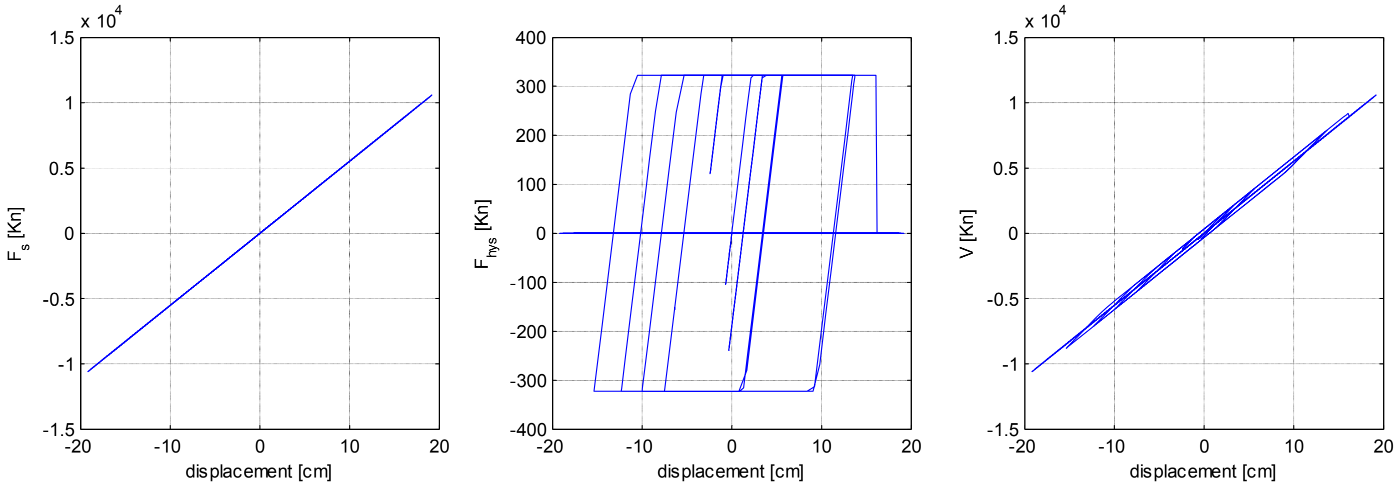
$$\frac{3.2252\times10^{5}}{0.0215}\times10^{-3} \Rightarrow \boxed{k_e = 14999\,(kN/m)}$$



نمودار نیروی – جابجایی میراگر پسماند $(\mu = 7.5)$

❑معادل‌سازی انواع میراگرها با میراگر ویسکوز

پاسخ مثال ۵-



(الف) (ب) (ج)

رابطه نیرو جابجایی الف) الاستیک، ب) میرایی پسماند $(\mu = 7.5)$ و ج) برش کل تحت اثر زلزله Elcentro

Damping Based Control

❑معادل‌سازی انواع میراگرها با میراگر ویسکوز

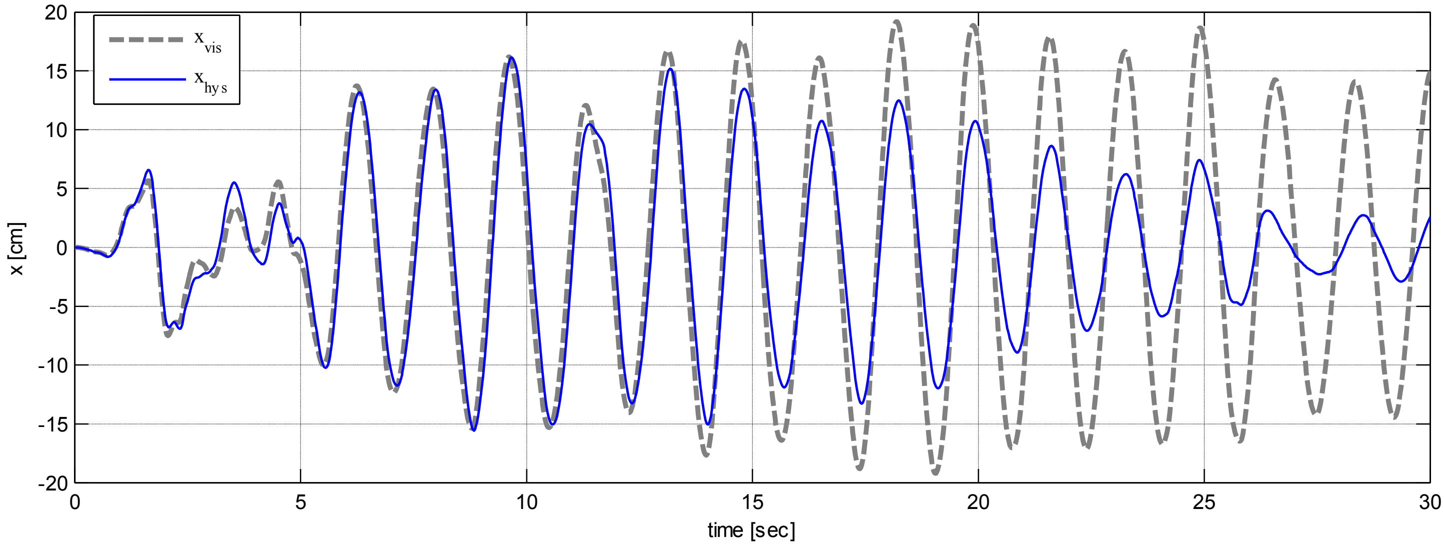
پاسخ مثال ۵-

معادله حرکت با در نظر گرفتن میراگر پسماند

$$m\ddot{x}(t)+F_{hys}(t)+kx(t)=-m\ell\ddot{x}_g(t)$$

معادله حرکت با در نظر گرفتن میرایی ویسکوز

$$m\ddot{x}(t)+F_{vis}(t)+kx(t)=-m\ell\ddot{x}_g(t)$$

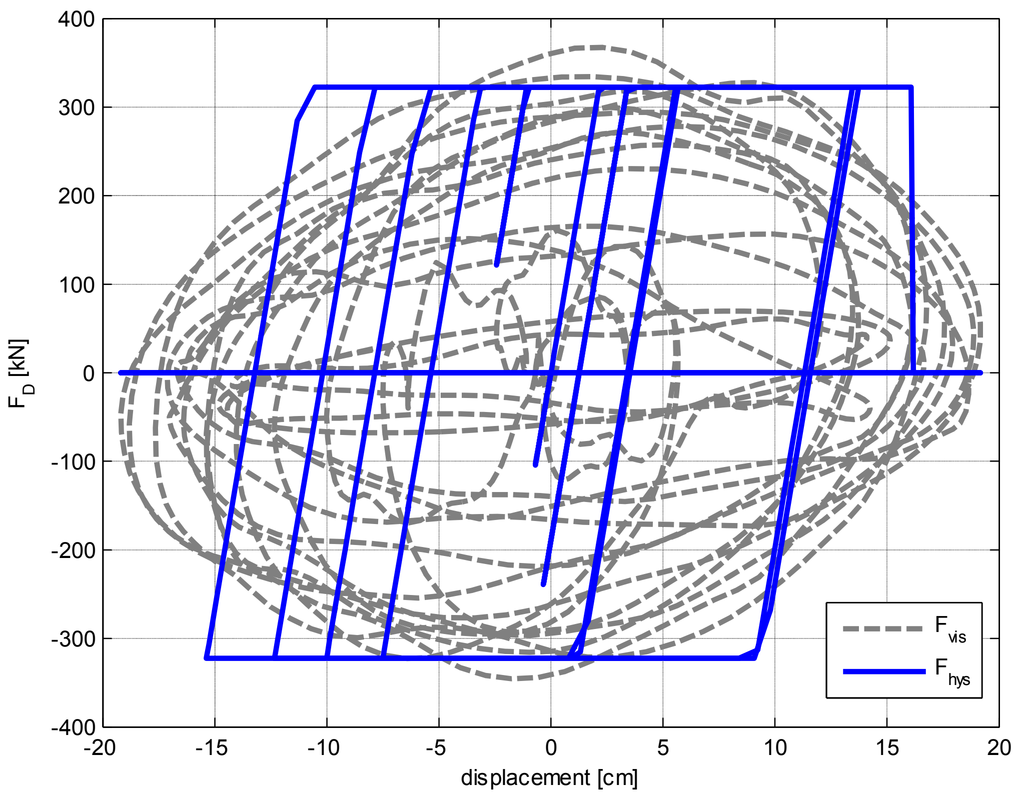


مقایسه پاسخ جابجایی سازه در دوحالت میراگر پسماند $(\mu = 7.5)$ و میراگر ویسکوز تحت اثر زلزله Elcentro

Damping Based Control

❑معادل‌سازی انواع میراگرها با میراگر ویسکوز

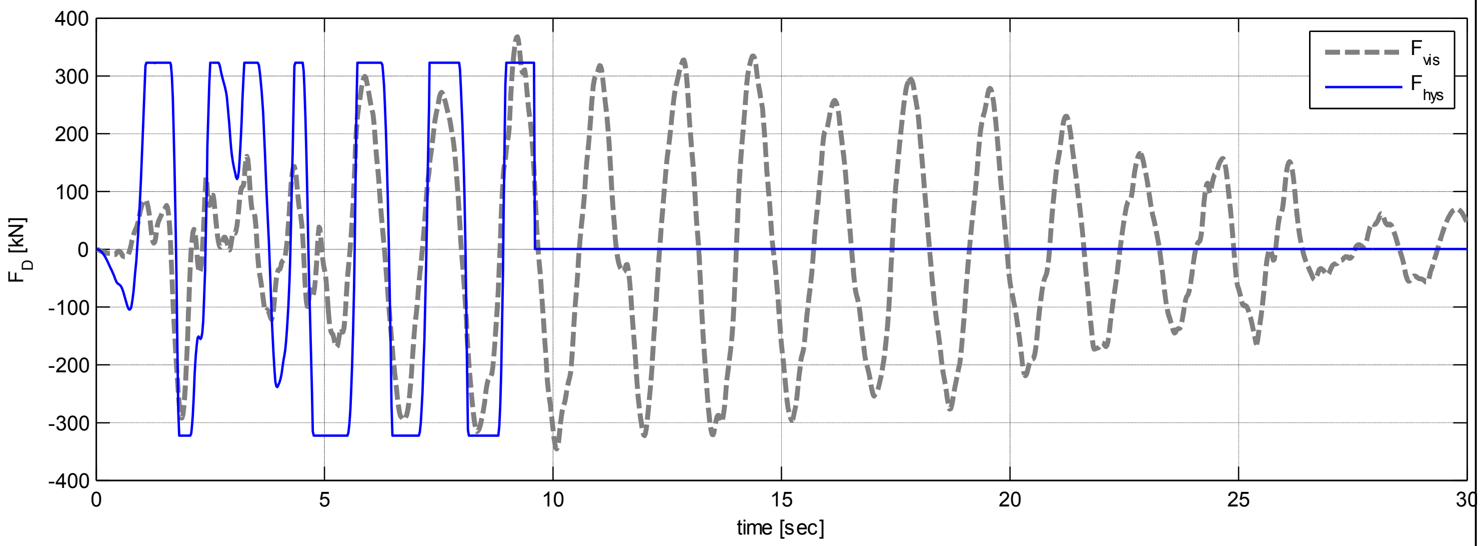
پاسخ مثال ۵-



مقایسه نمودار نیرو- جابجایی در دو میراگر پسماند $(\mu = 7.5)$ و میراگر ویسکوز تحت اثر زلزله Elcentro

❑معادل‌سازی انواع میراگرها با میراگر ویسکوز

پاسخ مثال ۵-



مقایسه تاریخچه زمانی نیروی میرایی در دو میراگر پسماند ($\mu = 7.5$) و میراگر ویسکوز تحت اثر زلزله Elcentro

❑معادل‌سازی انواع میراگرها با میراگر ویسکوز

پاسخ مثال ۵-

فرض دوم:

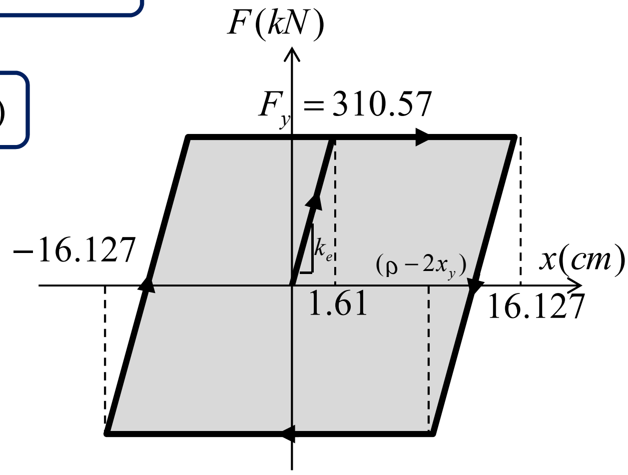
$$\boxed{\rho = x_{vis}^{\max} = 16.127\,(cm)}$$

$$if \quad \mu = 10 \;\Rightarrow\; F_y = \frac{\pi\omega\rho\, c_{eq}^{hys}}{4}\left(\frac{\mu}{\mu-1}\right) = \frac{\pi(3.71)(0.16127)(5.9421\times10^5)}{4}\left(\frac{10}{10-1}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{F_y = 3.1057\times10^5\ (N)}$$

$$(16) \;\Rightarrow\; \mu = \frac{\rho}{x_y} \;\Rightarrow\; x_y = \frac{\rho}{\mu} = \frac{16.127}{10} \;\Rightarrow\; \boxed{x_y = 1.61\,(cm)}$$

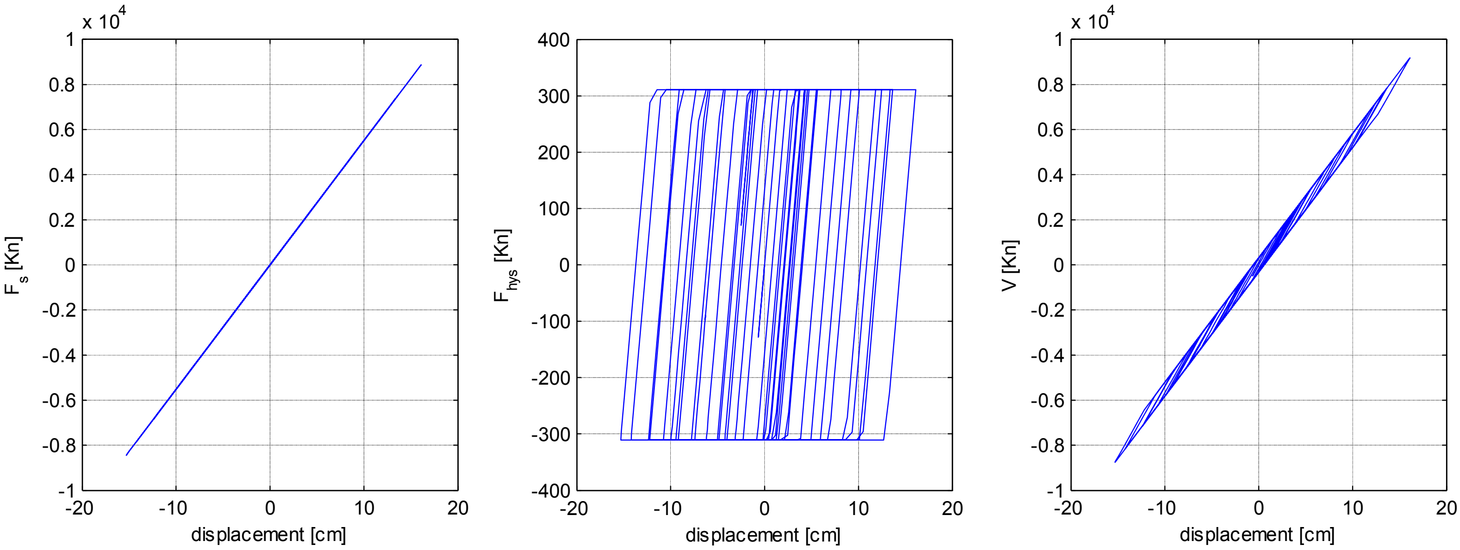
$$k_e = \frac{F_y}{x_y} = \frac{3.1057\times10^5}{0.0161}\times10^{-3} \;\Rightarrow\; \boxed{k_e = 19258\,(kN/m)}$$



نمودار نیروی – جابجایی میراگر پسماند ($\mu = 10$)

❑معادل‌سازی انواع میراگرها با میراگر ویسکوز

پاسخ مثال ۵-



(الف) (ب) (ج)

رابطه نیرو جابجایی الف) الاستیک، ب) میرایی پسماند $(\mu = 10)$ و ج) برش کل تحت اثر زلزله Elcentro

❑معادل‌سازی انواع میراگرها با میراگر ویسکوز

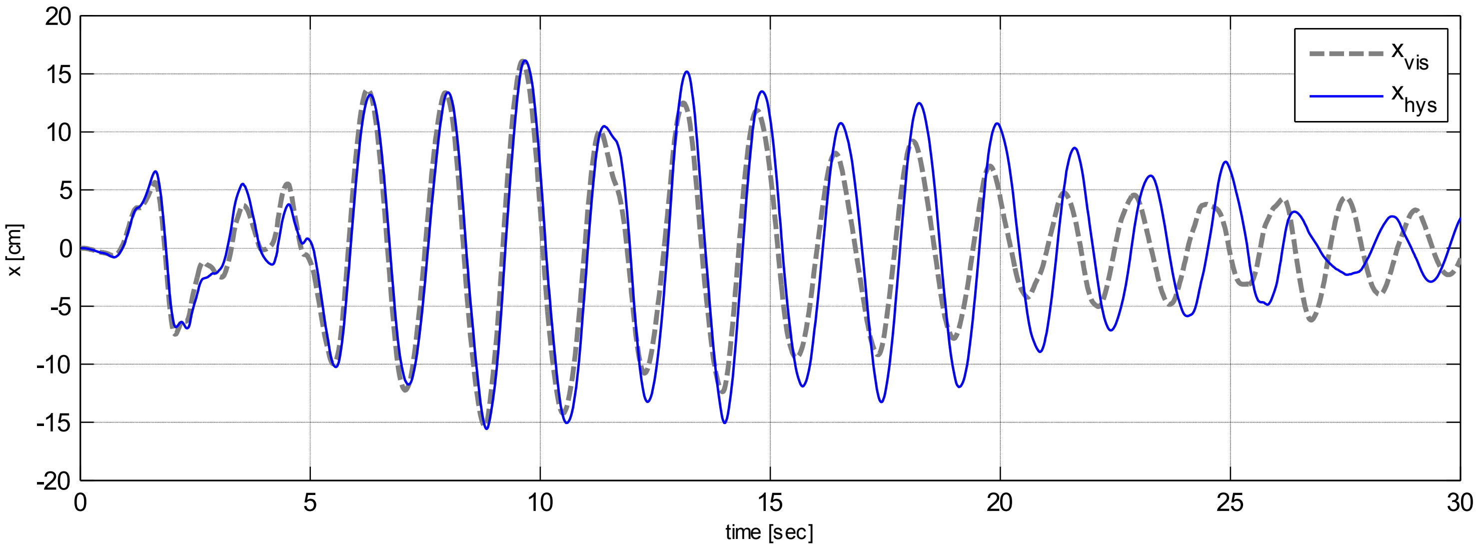
پاسخ مثال ۵-

معادله حرکت با در نظر گرفتن میراگر پسماند معادل

$$m\ddot{x}(t) + F_{hys}(t) + kx(t) = -m\ell\ddot{x}_g(t)$$

معادله حرکت با در نظر گرفتن میرایی ویسکوز

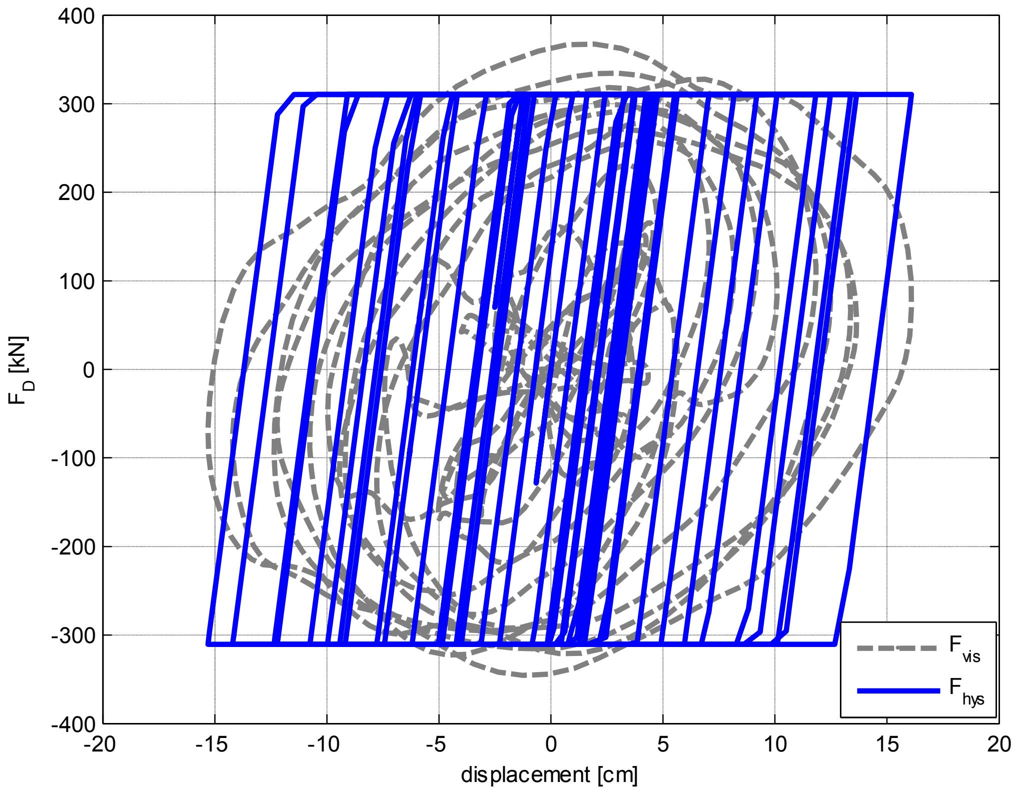
$$m\ddot{x}(t) + F_{vis}(t) + kx(t) = -m\ell\ddot{x}_g(t)$$



مقایسه پاسخ جابجایی سازه در دوحالت میراگر پسماند $(\mu = 10)$ میراگر ویسکوز تحت اثر زلزله Elcentro

❑معادل‌سازی انواع میراگرها با میراگر ویسکوز

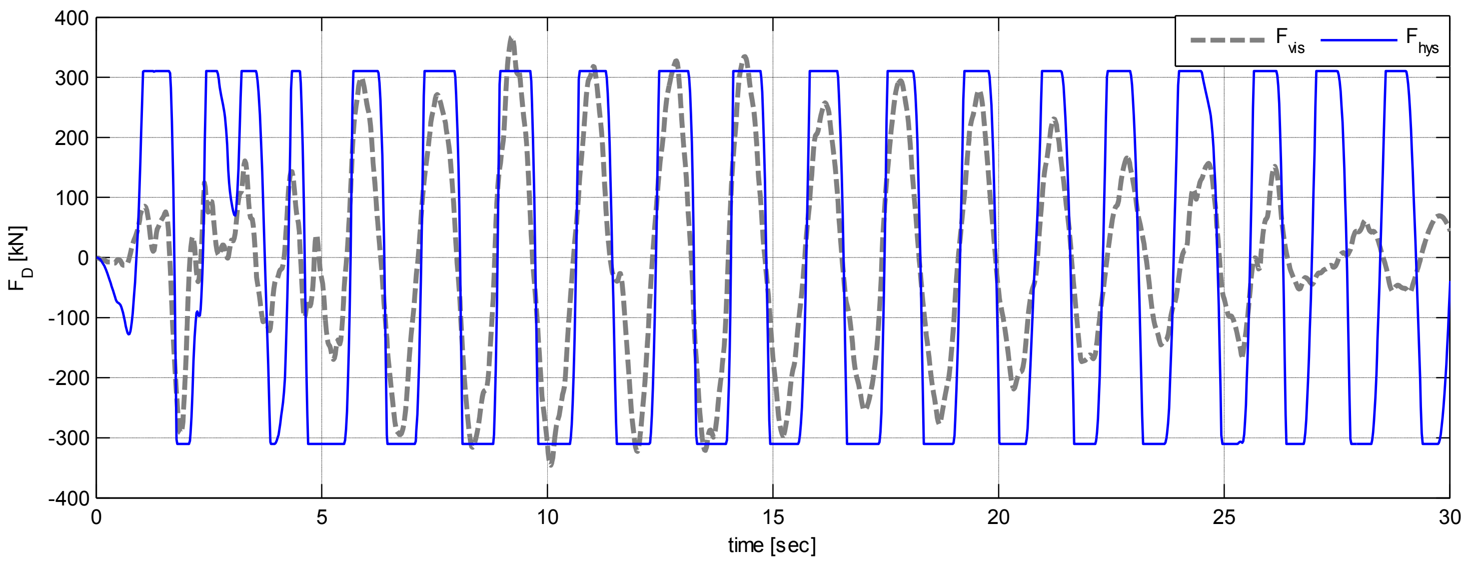
پاسخ مثال ۵-



مقایسه نمودار نیرو- جابجایی در دو میراگر پسماند $(\mu = 10)$ و میراگر ویسکوز تحت اثر زلزله Elcentro

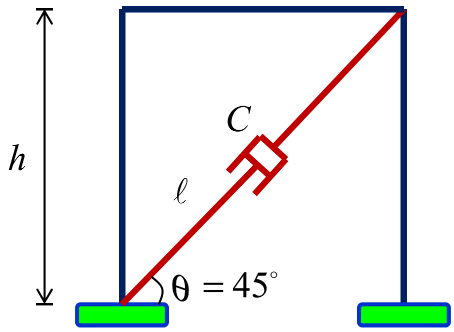
❑معادل‌سازی انواع میراگرها با میراگر ویسکوز

پاسخ مثال ۵-



مقایسه تاریخچه زمانی نیروی میرایی در دو میراگر پسماند $(\mu = 10)$ و میراگر ویسکوز تحت اثر زلزله Elcentro

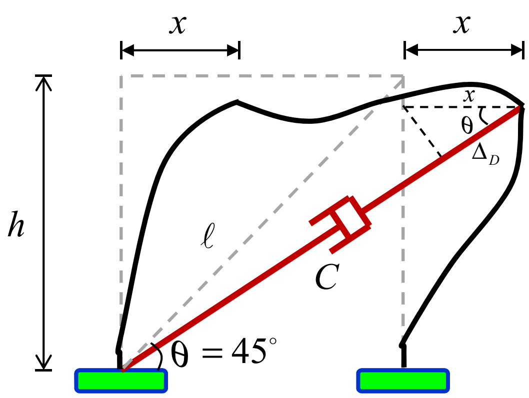
❑ معادل‌سازی انواع میراگرها با میراگر ویسکوز



مثال ۶- شکل مقابل یک سیستم SDOF مجهز به یک میراگر پسماند را نشان می‌دهد. حداکثر جابجایی جانبی مجاز طبقه برابر با $\frac{h}{200}$ است که h ارتفاع طبقه می‌باشد. اگر کرنش نظیر تسلیم در مصالح استفاده شده در میراگر پسماند برابر با $\varepsilon_y = \frac{1}{2000}$ باشد ضریب شکل‌پذیری میراگر پسماند را تعیین نمایید.

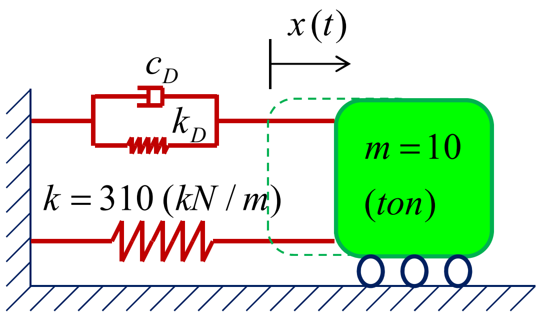
❑ معادل‌سازی انواع میراگرها با میراگر ویسکوز

پاسخ مثال ۶-



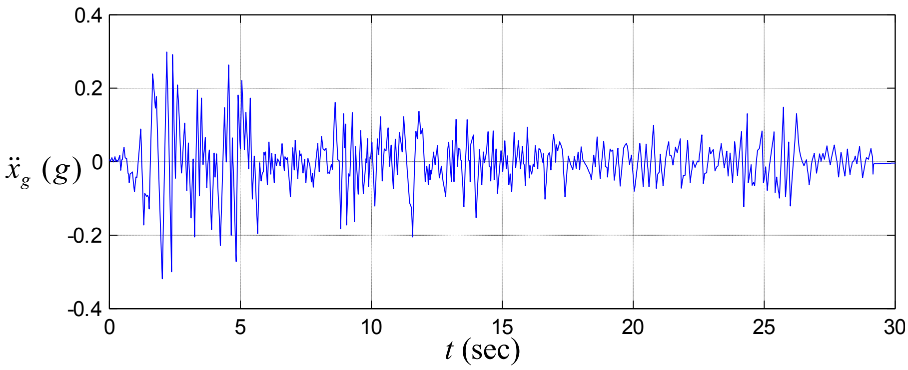
❑معادل‌سازی انواع میراگرها با میراگر ویسکوز

مثال ۷– شکل زیر یک سیستم SDOF را نشان می‌دهد که تحت اثر زلزله Elcentro قرار گرفته است. مشخصات میراگر ویسکوالاستیک بکارگرفته شده را طراحی نمایید. همچنین ضریب میرایی ویسکوز معادل آن را تعیین کنید.



$\tilde{\omega} = 2\pi\ (rad/\sec)$
$\eta = 0.3\pi$

شتاب نگاشت زلزله Elcentro



Matlab Code (L04Example07.m)

❑معادل‌سازی انواع میراگرها با میراگر ویسکوز

پاسخ مثال ۷–

معادله حرکت با در نظر گرفتن میراگر ویسکوالاستیک به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$\Rightarrow \boxed{k_D = 84.784\ (kN/m)}$$

$$= \frac{(0.3\pi)(84.784\times 10^3)}{2\pi}\times 10^{-3} \Rightarrow \boxed{c_D = 12.72\ (kN.\sec/m)}$$

$$= \frac{12.72\times 10^3}{2(10\times 10^3)(2\pi)} \Rightarrow \boxed{\xi_D = 0.10}$$

❑معادل‌سازی انواع میراگرها با میراگر ویسکوز

پاسخ مثال ۷-

محاسبه ضریب میرایی ویسکوز معادل:

$$\omega = 5.57\ (rad\ /\sec)$$

$$\Rightarrow \quad c = 14.35\times10^{3}\,(N.\sec/\,m)$$

$$= \frac{14.35\times10^{3}}{2(10\times10^{3})(5.57)} \quad \Rightarrow \quad \xi = 0.13$$

❑معادل‌سازی انواع میراگرها با میراگر ویسکوز

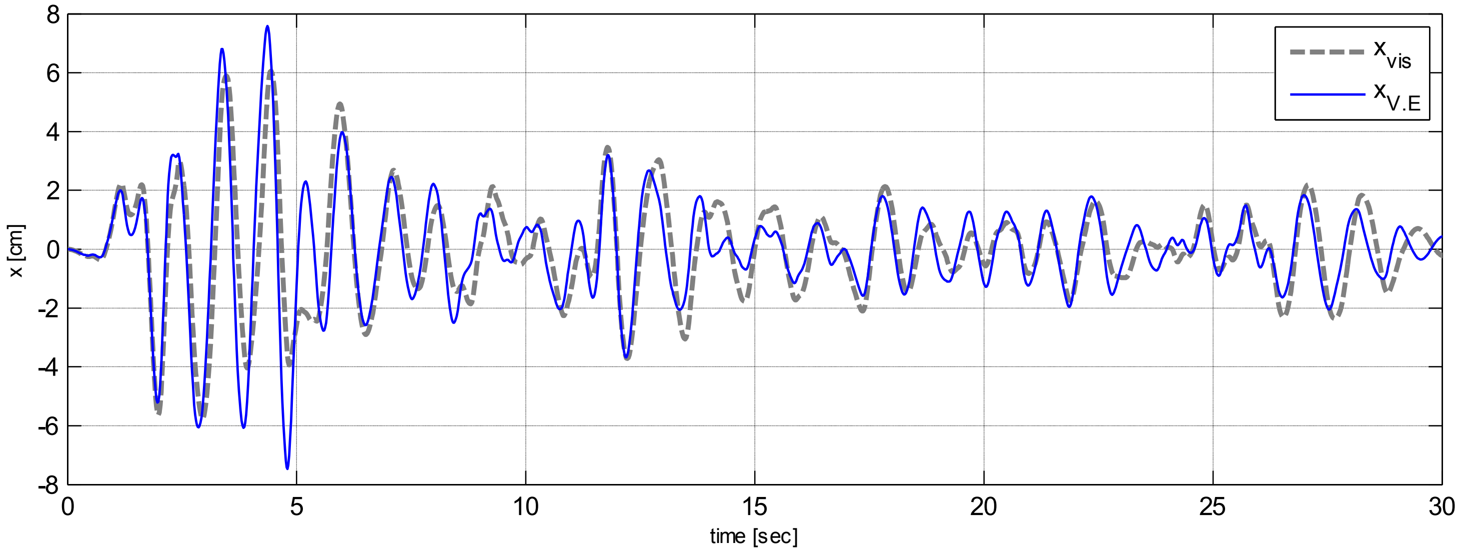
پاسخ مثال ۷-

معادله حرکت با در نظر گرفتن میراگر ویسکوالاستیک

$$m\ddot{x}(t) + F_{V.E}(t) + kx(t) = -m\ell\ddot{x}_g(t)$$

معادله حرکت با در نظر گرفتن میرایی ویسکوز

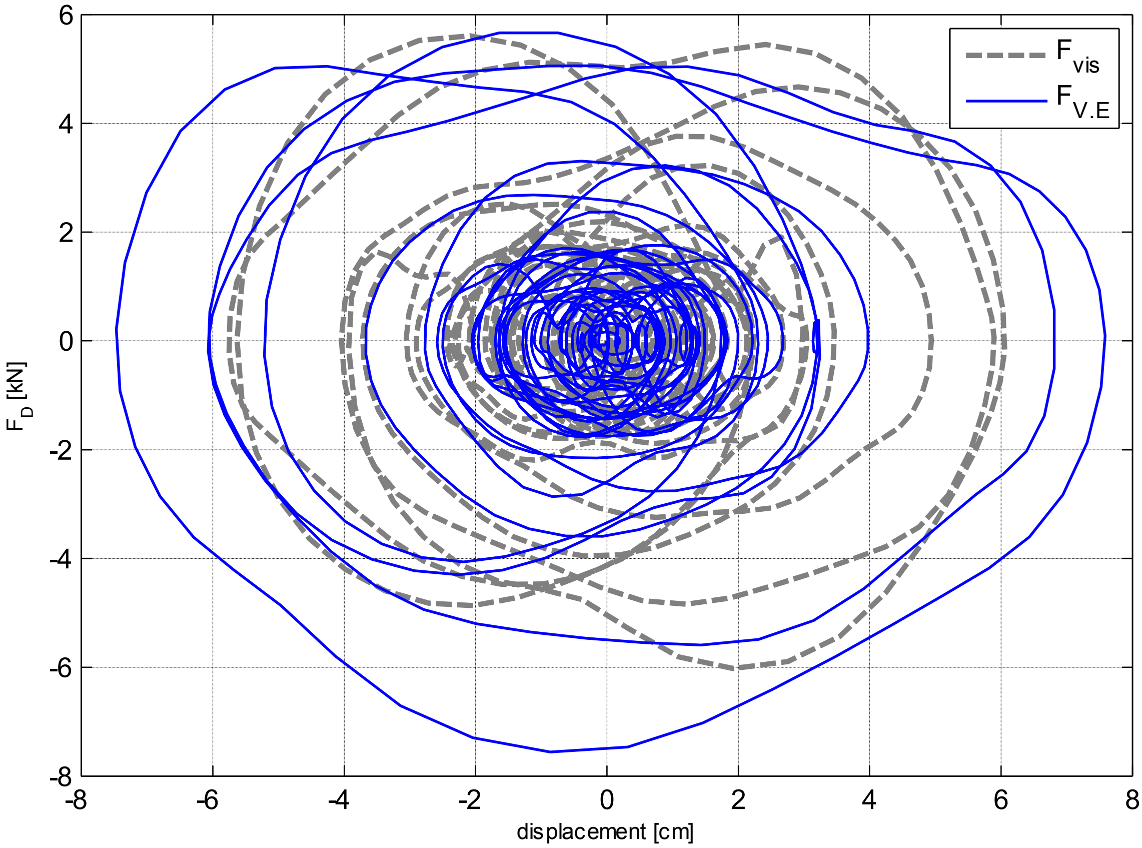
$$m\ddot{x}(t) + F_{vis}(t) + kx(t) = -m\ell\ddot{x}_g(t)$$



مقایسه پاسخ جابجایی سازه در دوحالت میراگر ویسکوالاستیک و میراگر ویسکوز تحت اثر زلزله Elcentro

❑معادل‌سازی انواع میراگرها با میراگر ویسکوز

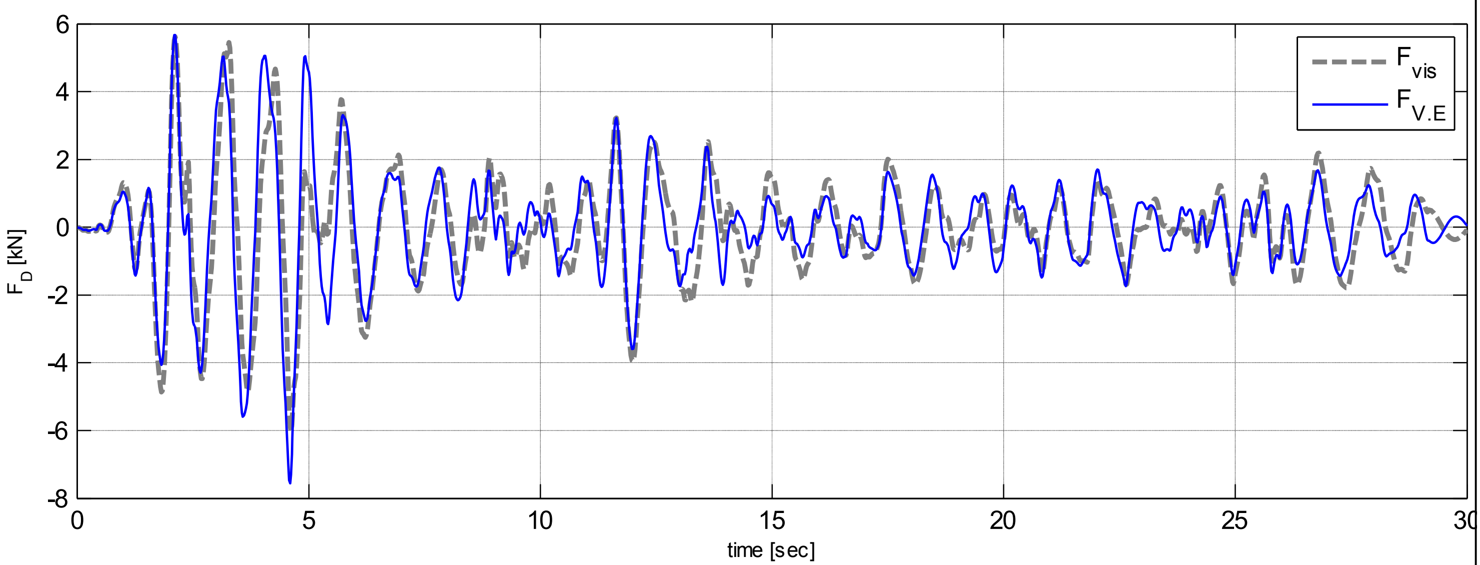
پاسخ مثال ۷-



مقایسه نمودار نیرو- جابجایی در دو میراگر ویسکوالاستیک و میراگر ویسکوز تحت اثر زلزله Elcentro

❑معادل‌سازی انواع میراگرها با میراگر ویسکوز

پاسخ مثال ۷-

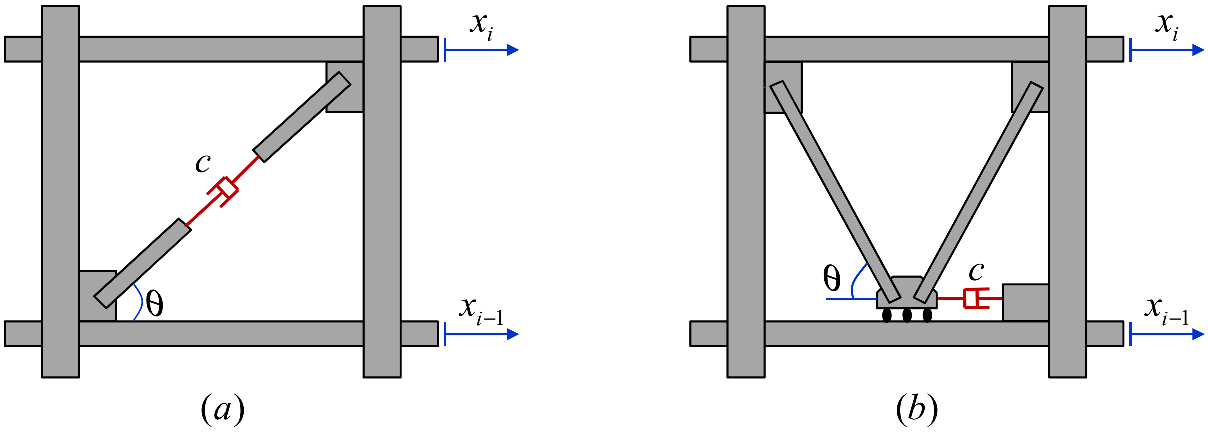


مقایسه تاریخچه زمانی نیروی میرایی در دو میراگر ویسکوالاستیک و میراگر ویسکوز تحت اثر زلزله Elcentro

Damping Based Control

❑ نحوه قرار دادن میراگرها در سازه‌ها و مدل‌سازی آن‌ها

میراگرها را می‌توان در اشکال مختلف و در مکان‌های گوناگون در سازه‌ها قرار داد. دو نمونه متعارف از بکارگیری میراگرها در شکل زیر دیده می‌شود.



طرح شماتیک جاگذاری میراگر در سازه‌ها

این نحوه قرارگیری‌ها یکی از بهترین حالت‌ها است که نتایج تجربی آزمایشگاهی با تئوری همخوانی خوبی دارد. بنابراین حالت مدل‌سازی Bracing میراگرها بسیار مناسب است. در برج‌های دو قلو تجارت جهانی در نیورک حدود ده هزار میراگر به این شیوه مدل شده بود.

Damping Based Control

❑ نحوه قرار دادن میراگرها در سازه‌ها و مدل‌سازی آن‌ها

http://daryaneng.com/Service.aspx?Id=4

Damping Based Control

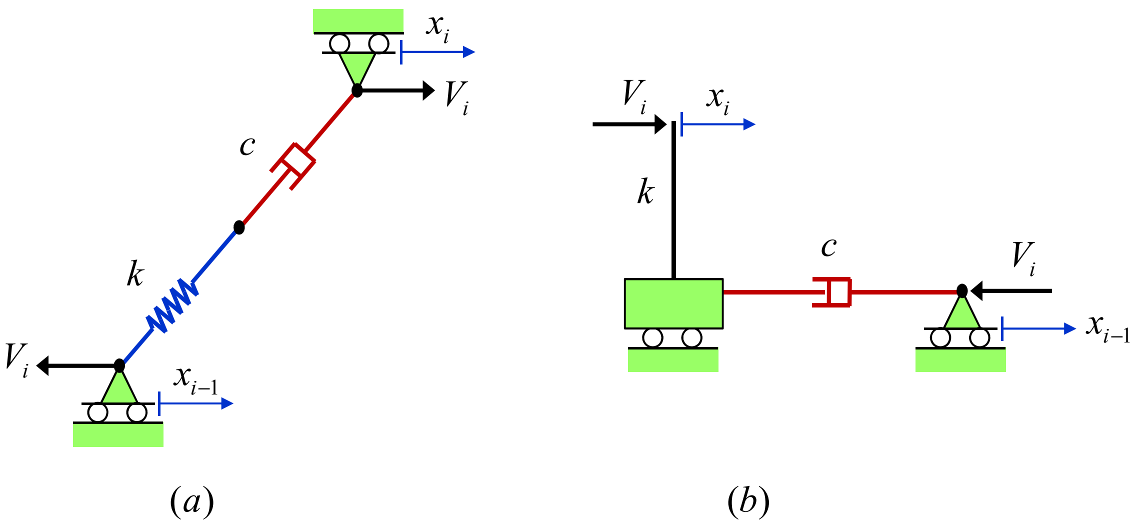
❑ نحوه قرار دادن میراگرها در سازه‌ها و مدل‌سازی آن‌ها

http://taylordevices.com/seismic-design-steel.html

Damping Based Control

❑ نحوه قرار دادن میراگرها در سازه‌ها و مدل‌سازی آن‌ها

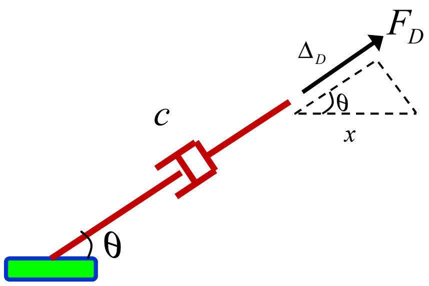
مدل تحلیلی میراگرها به صورت زیر نشان داده می‌شود:



مدل‌سازی آنالیزی میراگرها

❑ نحوه قرار دادن میراگرها در سازه‌ها و مدل‌سازی آن‌ها

نیروی تولید شده توسط میراگر با فرض آن که یک انتهای میراگر ثابت باشد برابر است با:



$$\boxed{F_D = c\dot{\Delta}_D} \quad (38)$$

با محاسبه Δ_D بر حسب جابجایی طبقه x خواهیم داشت:

$$\Delta_D = x\cos(\theta) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\dot{\Delta}_D = \dot{x}\cos(\theta)} \quad (39)$$

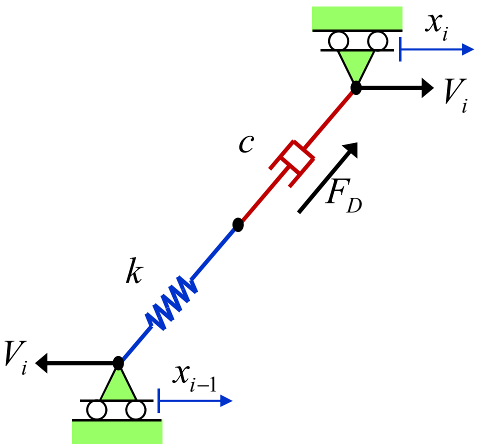
با جایگذاری رابطه (۳۹) در رابطه (۳۸)

$$(39) \rightarrow (38) \quad \Rightarrow \quad \boxed{F_D = c\dot{x}\cos(\theta)} \quad (40)$$

با توجه به آن که هر طبقه جابجا می‌شود در نتیجه هر دو انتهای میراگر جابجایی دارد و ثابت نیست بنابراین:

$$(40) \quad \Rightarrow \quad \boxed{F_D = c(\dot{x}_i - \dot{x}_{i-1})\cos(\theta)} \quad (41)$$

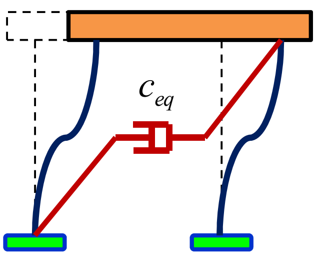
❑ نحوه قرار دادن میراگرها در سازه‌ها و مدل‌سازی آن‌ها



(a)

نیروی اعمال شده به طبقه از طرف میراگر به صورت زیر به دست می‌آید: V_i

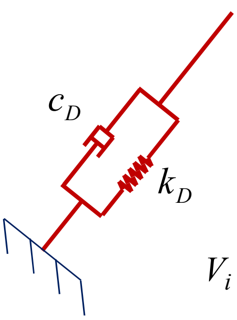
$$V_i = F_D\cos(\theta) \quad \overset{(41)}{\Rightarrow} \quad \boxed{V_i = c(\dot{x}_i - \dot{x}_{i-1})\cos^2(\theta)} \quad (42)$$



می‌توان نتیجه گرفت ثابت میرایی معادل در هر طبقه برابر است با:

$$\boxed{c_{eq} = c\cos^2(\theta)} \quad (43)$$

رابطه (۴۲) زمانی که $\theta = 0$ می‌باشد برای حالت (b) نیز صادق است. در واقع در این حالت از تغییر طول بادبندها نسبت به جابجایی میراگر صرف نظر شده است. در میراگر ویسکوالاستیک سختی معادل میراگر، مشابه رابطه (۴۳) در نظر گرفته می‌شود:

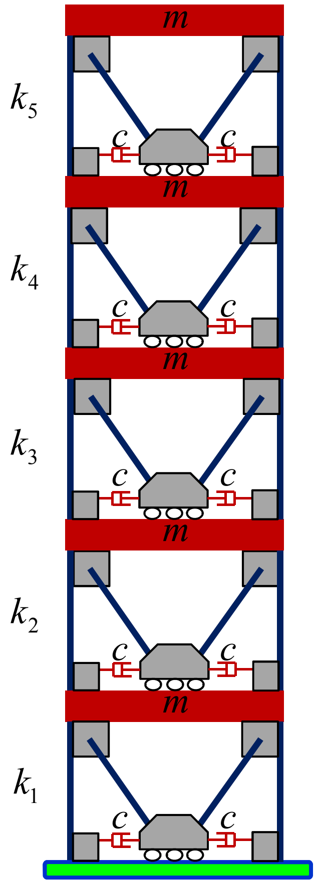


$$\boxed{k_{eq} = k_D\cos^2(\theta)} \quad (44)$$

در نتیجه نیروی اعمال شده به طبقه از طرف میراگر ویسکوالاستیک برابر است با:

$$V_i = k_{eq}(x_i - x_{i-1}) + c_{eq}(\dot{x}_i - \dot{x}_{i-1}) \quad \Rightarrow \quad \boxed{V_i = [k_D(x_i - x_{i-1}) + c_D(\dot{x}_i - \dot{x}_{i-1})]\cos^2(\theta)} \quad (45)$$

❑ معادل‌سازی انواع میراگرها با میراگر ویسکوز



مثال ۸– یک ساختمان ۵ طبقه تحت اثر زلزله Elcentro قرار می‌گیرد. با انتخاب شکل مود ارتعاشی دلخواه $\{\varphi^*\}$ ثابت میراگرهای ویسکوز chevron و حداکثر نیروی تولید شده توسط آن‌ها را تعیین نمایید.

$$m = 10000\ (kg)$$
$$\xi_{vis} = 0.1$$
$$\omega^* = 9.52\ (rad/\sec)$$

$$\{\varphi^*\} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{5} \\ \frac{2}{5} \\ \frac{3}{5} \\ \frac{4}{5} \\ 1 \end{Bmatrix}$$

Matlab Code (L04Example08.m)

❑ معادل‌سازی انواع میراگرها با میراگر ویسکوز

پاسخ مثال ۸–

$$\boxed{M^* = 22\times10^3\ (kg)}$$

$$= \begin{Bmatrix} \frac{1}{5} \\ \frac{2}{5} \\ \frac{3}{5} \\ \frac{4}{5} \\ 1 \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} 10^4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10^4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10^4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10^4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \Rightarrow \boxed{\Gamma^* = 3\times10^4}$$

❑معادل‌سازی انواع میراگرها با میراگر ویسکوز

پاسخ مثال ۸–

$$\begin{Bmatrix} \frac{1}{5} \\ \frac{2}{5} \\ \frac{3}{5} \\ \frac{4}{5} \\ 1 \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} 4c & -2c & 0 & 0 & 0 \\ -2c & 4c & -2c & 0 & 0 \\ 0 & -2c & 4c & -2c & 0 \\ 0 & 0 & -2c & 4c & -2c \\ 0 & 0 & 0 & -2c & 2c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{1}{5} \\ \frac{2}{5} \\ \frac{3}{5} \\ \frac{4}{5} \\ 1 \end{Bmatrix} \Rightarrow \boxed{C^* = \frac{2}{5}c} \quad (I)$$

$$\boxed{C^* = 41888\,(N.\sec/m)} \quad (II)$$

$$\boxed{c = 104720\,(N.\sec/m)}$$ ثابت میرایی هر یک از میراگرها

Damping Based Control

❑معادل‌سازی انواع میراگرها با میراگر ویسکوز

پاسخ مثال ۸–

$$\boxed{\begin{Bmatrix} x_1^* \\ x_2^* \\ x_3^* \\ x_4^* \\ x_5^* \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{5}y^* \\ \frac{2}{5}y^* \\ \frac{3}{5}y^* \\ \frac{4}{5}y^* \\ y^* \end{Bmatrix}}$$

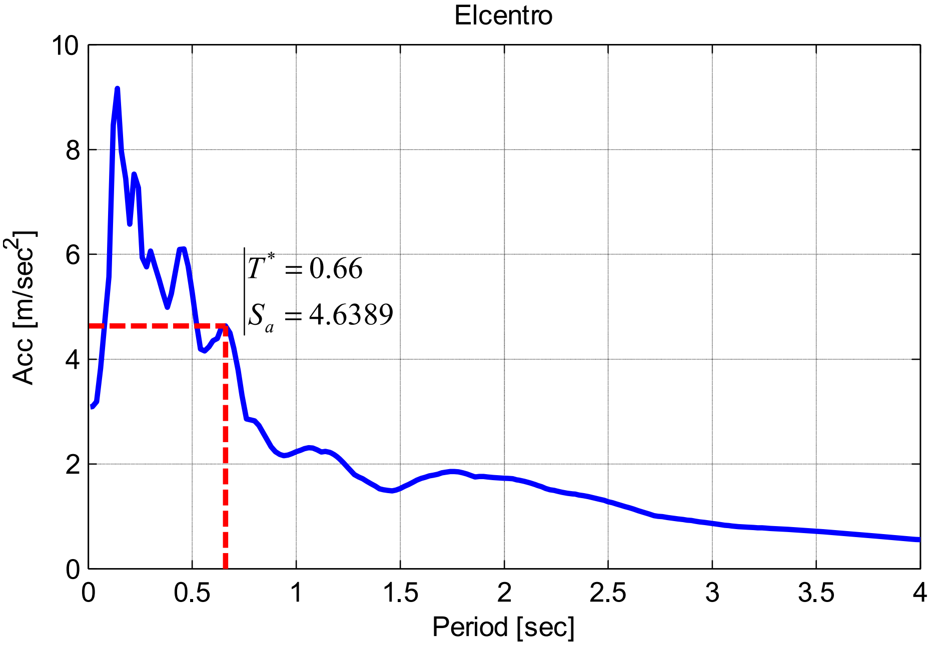
$$\boxed{F_{D\max} = \frac{c}{5}\dot{y}^*_{\max}} \quad (III)$$

$$\boxed{\dot{y}^*_{\max} = \frac{\Gamma^*}{M^*}\frac{S_a}{\omega^*}} \quad (IV)$$

❑معادل‌سازی انواع میراگرها با میراگر ویسکوز

پاسخ مثال ۸-

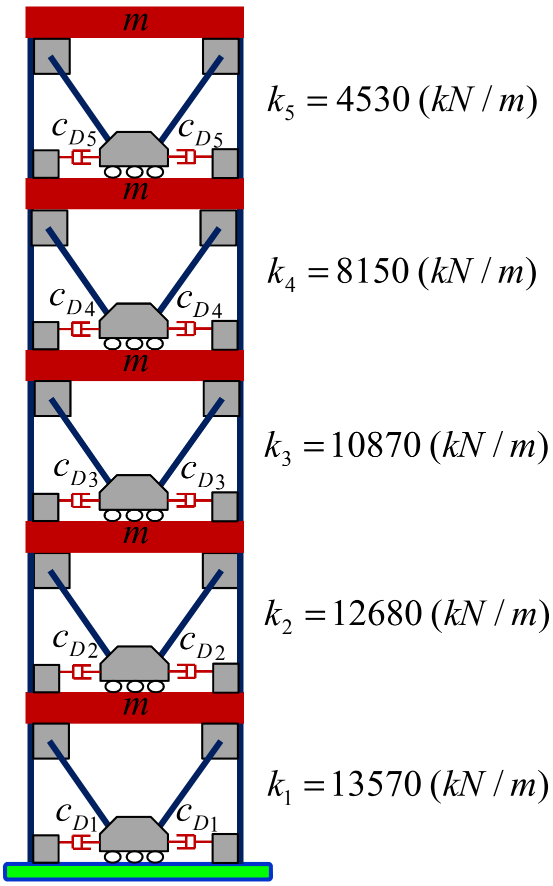
$$(IV)\rightarrow(III)\quad\Rightarrow\quad \boxed{F_{D\max}=\frac{c\Gamma^*}{5M^*\omega^*}S_a}\qquad (V)$$



نمودار طیف پاسخ شتاب زلزله Elcentro

$$=\frac{104720\cdot(3\times10^4)}{5\cdot(22\times10^3)\cdot(9.52)}(4.6389)\times10^{-3}\quad\Rightarrow\quad\boxed{F_{D\max}=13.917\ (kN)}$$

❑معادل‌سازی انواع میراگرها با میراگر ویسکوز



مثال ۹- شکل مقابل یک ساختمان ۵ طبقه را نشان می‌دهد که در هر طبقه مجهز به دو میراگر ویسکوالاستیک است. با فرض آنکه سختی کل طبقه با میرایی طبقه رابطه خطی داشته باشد؛ مطلوب است الف- تعیین ضرایب میرایی و سختی میراگرهای ویسکوالاستیک، ب) سختی طبقه ناشی از بادبندهای chevron.

(میرایی خود سازه صفر است $\xi=0$)

$$\xi_{V.E}=0.1$$
$$\tilde{\omega}_1=9.52\ (rad/\sec)$$
$$\eta=1.428$$

Matlab Code (L04Example09.m)

❑معادل‌سازی انواع میراگرها با میراگر ویسکوز

پاسخ مثال ۹-

$$\boxed{\alpha_1 = 0.021\,(\text{sec})}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} c_{D2} = 0.5\alpha_1 k_2 = 0.5(0.021)(12680) \Rightarrow c_{D2} = 133.26(kN.\text{sec}/m) \\ c_{D3} = 0.5\alpha_1 k_3 = 0.5(0.021)(10870) \Rightarrow c_{D3} = 114.23(kN.\text{sec}/m) \\ c_{D4} = 0.5\alpha_1 k_4 = 0.5(0.021)(8150) \Rightarrow c_{D4} = 85.65(kN.\text{sec}/m) \\ c_{D5} = 0.5\alpha_1 k_5 = 0.5(0.021)(4530) \Rightarrow c_{D5} = 47.61(kN.\text{sec}/m) \end{cases}$$

$$\begin{cases} k_{D_2} = \tfrac{1}{0.15} c_{D_2} = \tfrac{1}{0.15}(133.26) \Rightarrow k_{D_2} = 888.37\,(kN/m) \\ k_{D_3} = \tfrac{1}{0.15} c_{D_3} = \tfrac{1}{0.15}(114.23) \Rightarrow k_{D_3} = 761.56\,(kN/m) \\ k_{D_4} = \tfrac{1}{0.15} c_{D_4} = \tfrac{1}{0.15}(85.65) \Rightarrow k_{D_4} = 571.00\,(kN/m) \\ k_{D_5} = \tfrac{1}{0.15} c_{D_5} = \tfrac{1}{0.15}(47.61) \Rightarrow k_{D_5} = 317.38\,(kN/m) \end{cases}$$

Damping Based Control

❑معادل‌سازی انواع میراگرها با میراگر ویسکوز

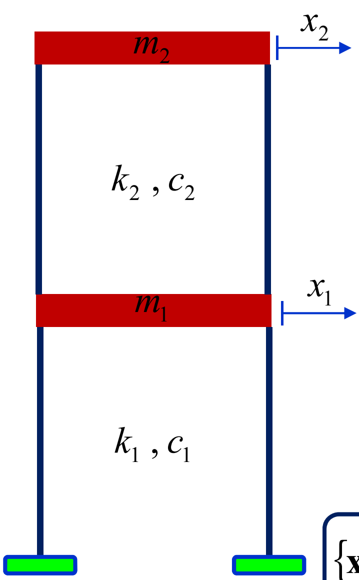
پاسخ مثال ۹-

$$\begin{cases} k_{st2} = k_2 - 2k_{D_2} = (12680) - 2(888.37) \Rightarrow k_{st2} = 10903\,(kN/m) \\ k_{st3} = k_3 - 2k_{D_3} = (10870) - 2(761.56) \Rightarrow k_{st3} = 9346.9\,(kN/m) \\ k_{st4} = k_4 - 2k_{D_4} = (8150) - 2(571.00) \Rightarrow k_{st4} = 7008\,(kN/m) \\ k_{st5} = k_5 - 2k_{D_5} = (4530) - 2(317.38) \Rightarrow k_{st5} = 3895.2\,(kN/m) \end{cases}$$

$$= \frac{\dfrac{9.52}{1.428}}{\dfrac{2}{0.021} - 2\dfrac{9.52}{1.428}} \times 100 \Rightarrow \boxed{\beta = 8.15\%}$$

یعنی مجموع سختی میراگرها در هر طبقه حدود ۸ درصد سختی خالص طبقه است.

❑ بررسی رفتار سازه 2DOF با میراگرهای ویسکوز



در طراحی میراگرها لازم است ابتدا معادلات دیفرانسیل حرکت سیستم را بنویسیم. پس از آن ممکن است میرایی را تابع خطی از سختی هر طبقه در نظر بگیریم؛ و یا آن‌که در حالت کلی میرایی‌ها را به دلخواه و نه متناسب با سختی اضافه نماییم.

معادله حرکت سیستم 2DOF نشان داده شده به صورت زیر نوشته می‌شود

$$\boxed{[\mathbf{m}]\{\ddot{\mathbf{x}}\}+[\mathbf{c}]\{\dot{\mathbf{x}}\}+[\mathbf{k}]\{\mathbf{x}\}=\{\mathbf{0}\}} \qquad (45.a)$$

$$\boxed{\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix}+\begin{bmatrix} c_1+c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix}+\begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}} \qquad (45.b)$$

پاسخ معادله (۴۵) به صورت زیر می‌باشد:

$$\boxed{\{\mathbf{x}\}=\{\varphi\}e^{\lambda t}} \quad (46.a) \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix}e^{\lambda t}} \quad (46.b)$$

با جایگذاری پاسخ در معادله حرکت:

$$(46.a)\rightarrow(45.a) \quad \boxed{\left([\mathbf{m}]\lambda^2+[\mathbf{c}]\lambda+[\mathbf{k}]\right)\{\varphi\}=\{\mathbf{0}\}} \qquad (47)$$

با قرار دادن مقادیر x_1 و x_2 در معادله (۴۵) دو معادله دو مجهول به دست می‌آید. در واقع هدف به دست آوردن مقادیر ویژه می‌باشد. مشابه آن چه که در دینامیک داشتیم $\left|[\mathbf{k}]-\omega^2[\mathbf{m}]\right|=0$ با این تفاوت در اینجا برای سیستم 2DOF میرایی نیز وارد می‌شود.

❑ بررسی رفتار سازه 2DOF با میراگرهای ویسکوز

$$(46)\rightarrow(45) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\begin{cases} [\lambda^2 m_1+\lambda(c_1+c_2)+(k_1+k_2)]\phi_1-(\lambda c_2+k_2)\phi_2=0 \\ -(\lambda c_2+k_2)\phi_1+(\lambda^2 m_2+\lambda c_2+k_2)\phi_2=0 \end{cases}} \qquad (48)$$

فرم ماتریسی رابطه (۴۸) به صورت زیر است:

$$(48) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\begin{bmatrix} \lambda^2 m_1+\lambda(c_1+c_2)+(k_1+k_2) & -(\lambda c_2+k_2) \\ -(\lambda c_2+k_2) & \lambda^2 m_2+\lambda c_2+k_2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}} \qquad (49)$$

برای آنکه در معادله (۴۹) جواب‌های غیرصفر برای ϕ_1 و ϕ_2 داشته باشیم باید دترمینان ضرایب صفر شود:

$$\boxed{[\lambda^2 m_1+\lambda(c_1+c_2)+(k_1+k_2)](\lambda^2 m_2+\lambda c_2+k_2)-(\lambda c_2+k_2)^2=0} \qquad (50)$$

با توجه به رابطه (۴۹) ϕ_1 و ϕ_2 مقادیر منحصر به فردی نخواهند بود و دو معادله (۴۹) یک پاسخ را نتیجه می‌دهد. با استفاده از اولین معادله از رابطه (۴۸) می‌توان رابطه‌ای بین ϕ_1 و ϕ_2 به دست آورد:

$$(48.I) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\phi_2=\phi_1\frac{\lambda^2 m_1+\lambda(c_1+c_2)+(k_1+k_2)}{(\lambda c_2+k_2)}} \qquad (51)$$

❑ بررسی رفتار سازه 2DOF با میراگرهای ویسکوز

حالت خاص I: سیستم بدون میرایی $(c_1 = c_2 = 0)$

$$(50) \quad \Rightarrow \quad \boxed{[\lambda^2 m_1 + (k_1 + k_2)](\lambda^2 m_2 + k_2) - k_2{}^2 = 0} \quad (52)$$

$$(51) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\phi_2 = \phi_1 \frac{\lambda^2 m_1 + (k_1 + k_2)}{k_2}} \quad (53)$$

رابطه (۵۲) به صورت زیر ساده می‌شود:

$$(52) \quad \Rightarrow \quad \boxed{m_1 m_2 \lambda^4 + [m_1 k_2 + m_2 (k_1 + k_2)]\lambda^2 + k_1 k_2 = 0} \quad (54)$$

با حل معادله (۵۴) مقادیر λ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$(47) \quad \overset{[\mathbf{c}]=0}{\Rightarrow} \quad ([\mathbf{m}]\lambda^2 + [\mathbf{k}])\{\varphi\} = \{\mathbf{0}\} \quad \Rightarrow \quad [\mathbf{m}]\lambda^2 + [\mathbf{k}] = \{\mathbf{0}\} \quad \underset{[\mathbf{k}]>}{\overset{[\mathbf{m}]>0}{\Rightarrow}} \quad \boxed{\begin{array}{c} \lambda^2 = -\omega^2 \Rightarrow \lambda = \pm i|\omega| \\ |\omega|^2 = a\,(1 \pm b) \end{array}} \quad (55)$$

که در آن a و b از رابطه (۵۶) به دست می‌آید:

❑ بررسی رفتار سازه 2DOF با میراگرهای ویسکوز

حالت خاص I: سیستم بدون میرایی $(c_1 = c_2 = 0)$

$$\boxed{\begin{array}{l} a = \dfrac{m_1 k_2 + m_2 (k_1 + k_2)}{2 m_1 m_2} \\ b = \left[1 - \dfrac{4 m_1 m_2 k_1 k_2}{[m_1 k_2 + m_2 (k_1 + k_2)]^2}\right]^{\frac{1}{2}} \end{array}} \quad (56)$$

پس از به دست آوردن جواب، چون دو مقدار برای λ به دست می‌آید پس دو دسته پاسخ برای ϕ_1 و ϕ_2 به دست می‌آید:

$$\boxed{\omega_1 \;,\; \{\varphi\}_1 = \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix}_1 \quad \& \quad \omega_2 \;,\; \{\varphi\}_2 = \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix}_2} \quad (57)$$

در نتیجه پاسخ کلی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\boxed{\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \{\varphi\}_1 [A_1 \sin(\omega_1 t) + B_1 \cos(\omega_1 t)] + \{\varphi\}_2 [A_2 \sin(\omega_2 t) + B_2 \cos(\omega_2 t)]} \quad (58)$$

❑ بررسی رفتار سازه 2DOF با میراگرهای ویسکوز

حالت خاص II: میرایی با سختی رابطه خطی دارد $(c_i = \alpha\, k_i)$

میرایی به صورت زیر فرض می‌شود:

$$\boxed{\begin{aligned} c_1 &= \alpha\, k_1 \\ c_2 &= \alpha\, k_2 \end{aligned}} \quad (59)$$

با جایگذاری رابطه (۵۹) در روابط (۵۰) و (۵۱) خواهیم داشت:

$$(59) \rightarrow (50) \quad \Rightarrow \quad \boxed{[\lambda'^2 m_1 + k_1 + k_2](\lambda'^2 m_2 + k_2) - k_2^{\,2} = 0} \qquad (60)$$

$$(59) \rightarrow (51) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\phi_2 = \phi_1 \frac{\lambda'^2 m_1 + k_1 + k_2}{k_2}} \quad (61)$$

که در آن

$$\boxed{\lambda'^2 = \frac{\lambda^2}{1 + \alpha\lambda}} \quad (62)$$

Damping Based Control

❑ بررسی رفتار سازه 2DOF با میراگرهای ویسکوز

حالت خاص II: میرایی با سختی رابطه خطی دارد $(c_i = \alpha\, k_i)$

رابطه (۶۰) به صورت زیر ساده می‌شود:

$$(60) \quad \Rightarrow \quad \boxed{m_1 m_2 \lambda'^4 + [m_1 k_2 + m_2(k_1 + k_2)]\lambda'^2 + k_1 k_2 = 0} \quad (63)$$

با حل معادله (۶۳) مقادیر λ' به صورت زیر به دست می‌آید:

$$(47) \overset{[\mathbf{c}]=\alpha[\mathbf{k}]}{\Rightarrow} \left([\mathbf{m}]\lambda^2 + (\alpha\lambda + 1)[\mathbf{k}]\right)\{\varphi\} = \{\mathbf{0}\} \Rightarrow [\mathbf{m}]\lambda^2 + (\alpha\lambda + 1)[\mathbf{k}] = \{\mathbf{0}\} \underset{[\mathbf{k}]>}{\overset{[\mathbf{m}]>0}{\Rightarrow}} \boxed{\begin{aligned} \lambda'^2 &= \frac{\lambda^2}{1+\alpha\lambda} = -\omega^2 \\ |\omega|^2 &= a\,(1 \pm b) \end{aligned}} \quad (64)$$

که در آن a و b از همان رابطه (۵۶) به دست می‌آید.

$$(64) \quad \Rightarrow \quad \lambda^2 + \alpha\omega^2\lambda + \omega^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\lambda = -\frac{\alpha\omega^2}{2} \pm \sqrt{\frac{(\alpha\omega^2)^2}{4} - \omega^2}} \quad (65)$$

❑ بررسی رفتار سازه 2DOF با میراگرهای ویسکوز

حالت خاص II: میرایی با سختی رابطه خطی دارد $(c_i = \alpha\, k_i)$

مقدار ضریب میرایی را می‌توان به صورت زیر تعیین نمود:

$$\xi = \frac{c}{2m\omega} = \frac{\alpha\, k}{2m\omega} = \frac{\alpha\, m\omega^2}{2m\omega} \Rightarrow \boxed{\xi = \frac{\alpha\,\omega}{2}} \qquad (66)$$

با جایگذاری رابطه (۶۶) در رابطه (۶۵) خواهیم داشت:

$$(66) \rightarrow (65) \quad \Rightarrow \quad \lambda = -\xi\omega \pm \sqrt{\xi^2\omega^2 - \omega^2} \quad \Rightarrow \quad \lambda = -\xi\omega \pm i\omega\sqrt{1-\xi^2} \quad \overset{\omega_D = \omega\sqrt{1-\xi^2}}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow \boxed{\lambda = -\xi\omega \pm i\omega_D} \qquad (67)$$

همان ریشه یا قطب (Pole) نام دارد.

در نتیجه پاسخ کلی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\boxed{\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \{\varphi\}_1 e^{-\xi_1\omega_1 t}[A_1 \sin(\omega_{D1}t) + B_1 \cos(\omega_{D1}t)] + \{\varphi\}_2 e^{-\xi_2\omega_2 t}[A_2 \sin(\omega_{D2}t) + B_2 \cos(\omega_{D2}t)]} \quad (68)$$

Damping Based Control

❑ بررسی رفتار سازه 2DOF با میراگرهای ویسکوز

حالت خاص III: میرایی با سختی رابطه خطی ندارد

در این حالت معادله دترمینان ضرایب مساوی با صفر یعنی رابطه (۵۰) را باید به طور مستقیم حل کرد. رابطه (۵۰) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$(50) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\lambda^4 + f_3\lambda^3 + f_2\lambda^2 + f_1\lambda + f_0 = 0} \qquad (69)$$

که در آن:

$$\boxed{\begin{aligned} f_0 &= (m_1 m_2)^{-1}(k_1 k_2) \\ f_1 &= (m_1 m_2)^{-1}(k_2 c_1 + k_1 c_2) \\ f_2 &= (m_1 m_2)^{-1}[m_1 k_2 + m_2(k_1 + k_2) + c_1 c_2] \\ f_3 &= (m_1 m_2)^{-1}[m_1 c_2 + m_2(c_1 + c_2)] \end{aligned}} \qquad (70)$$

اگر رابطه زیر برقرار باشد:

$$\boxed{\begin{aligned} a_1 + b_1 &= f_3 \\ a_1 b_1 + a_2 + b_2 &= f_2 \\ a_1 b_2 + a_2 b_1 &= f_1 \\ a_2 b_2 &= f_0 \end{aligned}} \qquad (71)$$

بررسی رفتار سازه 2DOF با میراگرهای ویسکوز

حالت خاص III: میرایی با سختی رابطه خطی ندارد

در این صورت معادله درجه چهار در رابطه (۶۹) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\boxed{(\lambda^2+\alpha_1\lambda+\alpha_2)(\lambda^2+b_1\lambda+b_2)=0} \qquad (72)$$

جواب معادله (۷۲) به صورت زیر است:

$$\lambda_1,\tilde{\lambda}_1=\frac{1}{2}[-\alpha_1\pm i\sqrt{(4\alpha_2-\alpha_1{}^2)}] \Rightarrow \boxed{\lambda_1,\tilde{\lambda}_1=-\xi_1\omega_1\pm i\omega_{D1}} \qquad (73.a)$$

$$\lambda_2,\tilde{\lambda}_2=\frac{1}{2}[-b_1\pm i\sqrt{(4b_2-b_1{}^2)}] \Rightarrow \boxed{\lambda_2,\tilde{\lambda}_2=-\xi_2\omega_2\pm i\omega_{D2}} \qquad (73.b)$$

$\tilde{\lambda}_i$: مزدوج λ_i است.

که در آن

$$\boxed{\begin{array}{ll}\omega_1\xi_1=\dfrac{a_1}{2} & \omega_{D_1}=\dfrac{1}{2}\sqrt{(4a_2-a_1{}^2)}\\ \omega_2\xi_2=\dfrac{b_1}{2} & \omega_{D_2}=\dfrac{1}{2}\sqrt{(4b_2-b_1{}^2)}\end{array}} \qquad (74)$$

بررسی رفتار سازه 2DOF با میراگرهای ویسکوز

حالت خاص III: میرایی با سختی رابطه خطی ندارد

اگر به طور مستقیم معادله (۶۹) را مثلا به کمک MATLAB حل نمود در آن صورت

$$(69) \Rightarrow (\lambda_1,\tilde{\lambda}_1) \quad , \quad (\lambda_2,\tilde{\lambda}_2)$$

$$(73) \Rightarrow \lambda,\tilde{\lambda}=-\xi\omega\pm i\omega_D \Rightarrow \begin{cases}\xi\omega=|\mathrm{Re}(\lambda)|\\ \omega\sqrt{1-\xi^2}=|\mathrm{Im}(\lambda)|\end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{cases}\xi=\sqrt{\dfrac{\beta^2}{1+\beta^2}} \quad , \quad \beta=\left|\dfrac{\mathrm{Re}(\lambda)}{\mathrm{Im}(\lambda)}\right|\\ \omega=\dfrac{|\mathrm{Re}(\lambda)|}{\xi}\end{cases}}$$

(75)

❑ بررسی رفتار سازه 2DOF با میراگرهای ویسکوز

حالت خاص III: میرایی با سختی رابطه خطی ندارد

پس از تعیین λها از رابطه (۷۳)، $\{\varphi\}$ها از رابطه (۵۱) تعیین می گردد.

(تکرار)
$$\boxed{\phi_2 = \phi_1 \frac{\lambda^2 m_1 + \lambda(c_1 + c_2) + (k_1 + k_2)}{(\lambda c_2 + k_2)} = h\phi_1} \qquad (51)$$

هر زوج مزدوج λ، مقادیر مزدوج h و ϕ را نتیجه می‌دهد.

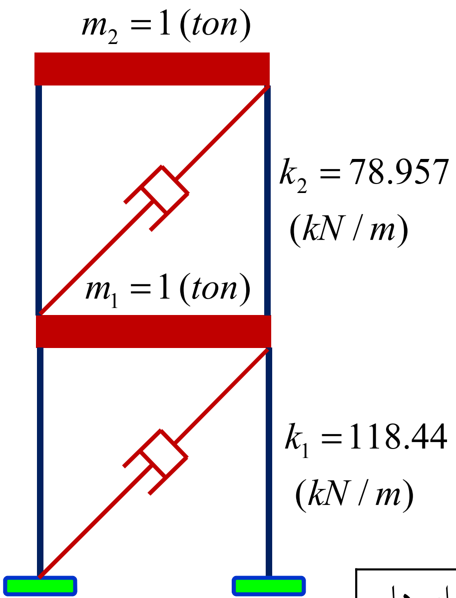
$$\begin{matrix} (\lambda_1 , \tilde{\lambda}_1) \Rightarrow (h_1 , \tilde{h}_1) \\ (\lambda_2 , \tilde{\lambda}_2) \Rightarrow (h_2 , \tilde{h}_2) \end{matrix} \Rightarrow \{\varphi\}$$
به دست می‌آید

پس از به دست آوردن بردارهای مودال پاسخ سازه مشابه حالت قبل به دست می‌آید

(تکرار)
$$\boxed{\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \{\varphi\}_1 e^{-\xi_1\omega_1 t}[A_1 \sin(\omega_{D1}t) + B_1 \cos(\omega_{D1}t)] + \{\varphi\}_2 e^{-\xi_2\omega_2 t}[A_2 \sin(\omega_{D2}t) + B_2 \cos(\omega_{D2}t)]} \quad (68)$$

در این حالت ϕ ها نیز مختلط می‌باشند. اما قسمت موهومی تاثیر چندانی در رفتار سازه ندارند و قسمت حقیقی آن است که پاسخ سازه را مستهلک می‌کند.

❑ بررسی رفتار سازه 2DOF با میراگرهای ویسکوز



مثال ۱۰– در سازه دو طبقه نشان داده شده بردارهای مودال را درحالت‌های زیر به دست آورید:

الف– سیستم بدون میرایی

ب– میرایی با سختی رابطه خطی داشته و $\xi_1 = 0.1$

ج– میرایی با سختی رابطه خطی نداشته و میرایی‌ها مطابق جدول زیر باشند:

رابطه بین میرایی‌ها	مساوی	خطی	متمرکز	دو برابر
$c_1\ (kN.\sec/m)$	3.135	2.09	0	6.27
$c_2\ (kN.\sec/m)$	3.135	4.18	6.27	6.27

Matlab Code (L04Example10a.m)

Matlab Code (L04Example10b.m)

Matlab Code (L04Example10c.m)

❑ بررسی رفتار سازه 2DOF با میراگرهای ویسکوز

پاسخ ۱۰– الف

(56) $\Rightarrow$

$$= \frac{(1)(78.957)+(1)[118.44+78.957]}{2(1)(1)} \Rightarrow \boxed{a = 138.17}$$

$$= \left[1 - \frac{4(1)(1)(78.957)(118.44)}{[(1)(78.957)+(1)(118.44+78.957)]^2}\right]^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \boxed{b = 0.7143}$$

$$\begin{aligned} &\sqrt{138.17\,(1-0.7143)} \Rightarrow \omega_1 = 6.283\,(rad/\sec) \\ &\sqrt{138.17\,(1+0.7143)} \Rightarrow \omega_2 = 15.391\,(rad/\sec) \end{aligned}$$

$$= \frac{78.957}{(-39.478)(1)+(118.44+78.957)}(1) \Rightarrow \boxed{\varphi_1 = 0.5}$$

Damping Based Control

❑ بررسی رفتار سازه 2DOF با میراگرهای ویسکوز

پاسخ ۱۰– الف

$$if \quad \omega_2 = 15.391 \Rightarrow \lambda_2^{\,2} = -\omega_2^{\,2} \Rightarrow \boxed{\lambda_2^{\,2} = -236.87} \,\&\, \boxed{\phi_2 = 1}$$

$$= \frac{78.957}{(-236.87)(1)+(118.44+78.957)}(1) \Rightarrow \boxed{\varphi_1 = -2}$$

$$\{\varphi\}_1 = \begin{Bmatrix} 0.5 \\ 1 \end{Bmatrix}, \quad \omega_1 = 6.283\,(rad/\sec)$$

$$\{\varphi\}_2 = \begin{Bmatrix} -2 \\ 1 \end{Bmatrix}, \quad \omega_2 = 15.391\,(rad/\sec)$$

❑ بررسی رفتار سازه 2DOF با میراگرهای ویسکوز

پاسخ ۱۰- ب

از نتیجه قسمت (الف) داریم:

$$\boxed{a = 138.17 \quad , \quad b = 0.7143 \quad , \quad \omega_1 = 6.283\,(rad/\sec) \quad , \quad \omega_2 = 15.391\,(rad/\sec)}$$

$$\boxed{\alpha = 0.0318}$$

$$= \frac{0.0318(15.391)}{2} \quad \Rightarrow \boxed{\xi_2 = 0.245}$$

$$\boxed{\begin{aligned} c_1 &= 3.7699\,(kN.\sec/m) \\ c_2 &= 2.5133\,(kN.\sec/m) \end{aligned}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \omega_{D1} &= 6.2517\,(rad/\sec) \\ \omega_{D2} &= 14.922\,(rad/\sec) \end{aligned}}$$

❑ بررسی رفتار سازه 2DOF با میراگرهای ویسکوز

پاسخ ۱۰- ب

$(67) \quad \Rightarrow$

$$\tilde{\lambda}_1 = -\xi_1\omega_1 - i\,\omega_{D_1} = -(0.1)(6.283) - 6.2517i \quad \Rightarrow \boxed{\tilde{\lambda}_1 = -0.62832 - 6.2517i}$$

$$\lambda_2 = -\xi_2\omega_2 + i\,\omega_{D_2} = -(0.245)(15.391) + 14.922i \quad \Rightarrow \boxed{\lambda_2 = -3.7699 + 14.922i}$$

❑ بررسی رفتار سازه 2DOF با میراگرهای ویسکوز

پاسخ ۱۰- ب

$$if \quad \phi_2 = 1 \quad \& \quad \boxed{\tilde{\lambda}_1^{\,2} = -38.689 + 7.8561i}$$

$$(51) \quad \Rightarrow \quad \phi_1 = \frac{(\tilde{\lambda}_1 c_2 + k_2)}{\tilde{\lambda}_1^{\,2} m_1 + \tilde{\lambda}_1 (c_1 + c_2) + (k_1 + k_2)} \phi_2 =$$

$$\frac{[(-0.62832 - 6.2517i)2.5133 + 78.957]}{(-38.689 + 7.8561i)(1) + (-0.62832 - 6.2517i)(3.7699 + 2.5133) + (118.44 + 78.957)}(1) \Rightarrow \boxed{\phi_1 = 0.5}$$

$$if \quad \phi_2 = 1 \quad \& \quad \boxed{\lambda_2^{\,2} = -208.45 - 112.51i}$$

$$(51) \quad \Rightarrow \quad \phi_1 = \frac{(\lambda_2 c_2 + k_2)}{\lambda_2^{\,2} m_1 + \lambda_2 (c_1 + c_2) + (k_1 + k_2)} \phi_2 =$$

$$\frac{[(-3.7699 + 14.922i)2.5133 + 78.957]}{(-208.45 - 112.51i)(1) + (-3.7699 + 14.922i)(3.7699 + 2.5133) + (118.44 + 78.957)}(1) \Rightarrow \boxed{\phi_1 = -2}$$

Damping Based Control

❑ بررسی رفتار سازه 2DOF با میراگرهای ویسکوز

پاسخ ۱۰- ب

$$if \quad \phi_2 = 1 \quad \& \quad \boxed{\tilde{\lambda}_2^{\,2} = -208.45 + 112.51i}$$

$$(51) \quad \Rightarrow \quad \phi_1 = \frac{(\tilde{\lambda}_2 c_2 + k_2)}{\tilde{\lambda}_2^{\,2} m_1 + \tilde{\lambda}_2 (c_1 + c_2) + (k_1 + k_2)} \phi_2 =$$

$$\frac{[(-3.7699 - 14.922i)2.5133 + 78.957]}{(-208.45 + 112.51i)(1) + (-3.7699 - 14.922i)(3.7699 + 2.5133) + (118.44 + 78.957)}(1) \Rightarrow \boxed{\phi_1 = -2}$$

$$\{\varphi\}_1 = \begin{Bmatrix} 0.5 \\ 1 \end{Bmatrix}, \quad \{\tilde{\varphi}\}_1 = \begin{Bmatrix} 0.5 \\ 1 \end{Bmatrix}, \quad \omega_1 = 6.283\,(rad/\sec)$$

$$\{\varphi\}_2 = \begin{Bmatrix} -2 \\ 1 \end{Bmatrix}, \quad \{\tilde{\varphi}\}_2 = \begin{Bmatrix} -2 \\ 1 \end{Bmatrix}, \quad \omega_2 = 15.391\,(rad/\sec)$$

❑ بررسی رفتار سازه 2DOF با میراگرهای ویسکوز

پاسخ ۱۰- ج دو میرایی با هم مساوی باشد

$$c_1 = 3.135\ (kN.\sec/m)$$
$$c_2 = 3.135\ (kN.\sec/m)$$

$(70)\quad \Rightarrow$

$$f_0 = (m_1 m_2)^{-1}(k_1 k_2) = (1\times1)^{-1}(118.44\times78.957)$$
$$f_1 = (m_1 m_2)^{-1}(k_2 c_1 + k_1 c_2) = (1\times1)^{-1}((78.957)(3.135) + 118.44(3.135))$$
$$f_2 = (m_1 m_2)^{-1}[m_1 k_2 + m_2(k_1+k_2) + c_1 c_2] = (1\times1)^{-1}[(1)78.957 + (1)(118.44+78.957) + (3.135)(3.135)]$$
$$f_3 = (m_1 m_2)^{-1}[m_1 c_2 + m_2(c_1+c_2)] = (1\times1)^{-1}[(1)3.135 + (1)(3.135+3.135)]$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{aligned} f_0 &= 9351.3 \\ f_1 &= 618.82 \\ f_2 &= 286.18 \\ f_3 &= 9.405 \end{aligned}}$$

Damping Based Control

❑ بررسی رفتار سازه 2DOF با میراگرهای ویسکوز

پاسخ ۱۰- ج دو میرایی با هم مساوی باشد

$$\boxed{\lambda^4 + 9.405\lambda^3 + 286.18\lambda^2 + 618.82\lambda + 9351.3 = 0}$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{aligned} \lambda_1 &= -0.62686 + 6.25807i \\ \tilde{\lambda}_1 &= -0.62686 - 6.25807i \\ \lambda_2 &= -4.07564 + 14.82543i \\ \tilde{\lambda}_2 &= -4.07564 - 14.82543i \end{aligned}}$$

❑ بررسی رفتار سازه 2DOF با میراگرهای ویسکوز

پاسخ ۱۰- ج دو میرایی با هم مساوی باشد

$$\beta_2 = \left|\frac{\mathrm{Re}(\lambda_2)}{\mathrm{Im}(\lambda_2)}\right| = \left|\frac{-4.07564}{14.82543}\right| \Rightarrow \boxed{\beta_2 = 0.2749}$$

$$(75) \quad \Rightarrow \quad \xi_2 = \sqrt{\frac{\beta_2{}^2}{1+\beta_2{}^2}} = \sqrt{\frac{0.2749^2}{1+0.2749^2}} \Rightarrow \boxed{\xi_2 = 0.2651}$$

$$\omega_2 = \frac{|\mathrm{Re}(\lambda_2)|}{\xi_2} = \frac{|-4.07564|}{0.2651} \Rightarrow \boxed{\omega_2 = 15.3754\ (rad/\sec)}$$

❑ بررسی رفتار سازه 2DOF با میراگرهای ویسکوز

پاسخ ۱۰- ج دو میرایی با هم مساوی باشد

$$if \quad \phi_2 = 1 \quad \& \quad \boxed{\tilde{\lambda}_1{}^2 = -38.770 + 7.8458i}$$

$$(51) \quad \Rightarrow \quad \phi_1 = \frac{(\tilde{\lambda}_1 c_2 + k_2)}{\tilde{\lambda}_1{}^2 m_1 + \tilde{\lambda}_1(c_1+c_2) + (k_1+k_2)}\phi_2 =$$

$$\frac{[(-0.62686 - 6.25807i)3.135 + 78.957]}{(-38.770 + 7.8458i)(1) + (-0.62686 - 6.25807i)(3.135 + 3.135) + (118.44 + 78.957)}(1)$$

$$\Rightarrow \boxed{\phi_1 = 0.5027 - 0.0248i}$$

$$if \quad \phi_2 = 1 \quad \& \quad \boxed{\lambda_2{}^2 = -203.1824 - 120.8462i}$$

$$(51) \quad \Rightarrow \quad \phi_1 = \frac{(\lambda_2 c_2 + k_2)}{\lambda_2{}^2 m_1 + \lambda_2(c_1+c_2) + (k_1+k_2)}\phi_2 =$$

$$\frac{[(-4.07564 + 14.82543i)3.135 + 78.957]}{(-203.1824 - 120.8462i)(1) + (-4.07564 + 14.82543i)(3.135 + 3.135) + (118.44 + 78.957)}(1)$$

$$\Rightarrow \boxed{\phi_1 = -1.9147 + 0.2209i}$$

❑ بررسی رفتار سازه 2DOF با میراگرهای ویسکوز

پاسخ ۱۰- ج دو میرایی با هم مساوی باشد

$$if \quad \phi_2 = 1 \quad \& \quad \boxed{\tilde{\lambda}_2{}^2 = -203.1824 + 120.8462i}$$

$$(51) \quad \Rightarrow \quad \varphi_1 = \frac{(\tilde{\lambda}_2 c_2 + k_2)}{\tilde{\lambda}_2{}^2 m_1 + \tilde{\lambda}_2 (c_1 + c_2) + (k_1 + k_2)} \varphi_2 =$$

$$\frac{[(-4.07564 - 14.82543i)3.135 + 78.957]}{(-203.1824 + 120.8462i)(1) + (-4.07564 - 14.82543i)(3.135 + 3.135) + (118.44 + 78.957)}(1)$$

$$\Rightarrow \boxed{\varphi_1 = -1.9147 - 0.2209i}$$

$$\{\varphi\}_1 = \begin{Bmatrix} 0.5027 + 0.0248i \\ 1 \end{Bmatrix}, \quad \{\tilde{\varphi}\}_1 = \begin{Bmatrix} 0.5027 - 0.0248i \\ 1 \end{Bmatrix}, \quad \omega_1 = 6.2894\ (rad/\sec)$$

$$\{\varphi\}_2 = \begin{Bmatrix} -1.9147 + 0.2209i \\ 1 \end{Bmatrix}, \quad \{\tilde{\varphi}\}_2 = \begin{Bmatrix} -1.9147 - 0.2209i \\ 1 \end{Bmatrix}, \quad \omega_2 = 15.3754\ (rad/\sec)$$

❑ بررسی رفتار سازه 2DOF با میراگرهای ویسکوز

پاسخ ۱۰- ج

رابطه بین میرایی‌ها	مساوی	خطی	متمرکز	دو برابر
$c_1\ (kN.\sec/m)$	3.135	2.09	0	6.27
$c_2\ (kN.\sec/m)$	3.135	4.18	6.27	6.27
ξ_1	0.0997	0.0986	0.0908	0.1986
$\omega_1\ (rad/\sec)$	6.2894	6.3275	6.5122	6.3078
$\{\varphi\}_1$	$\begin{Bmatrix} 0.5027 + 0.0248i \\ 1 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 0.5083 + 0.0663i \\ 1 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 0.5283 + 0.1528i \\ 1 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 0.5110 + 0.0486i \\ 1 \end{Bmatrix}$
$\{\tilde{\varphi}\}_1$	$\begin{Bmatrix} 0.5027 - 0.0248i \\ 1 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 0.5086 - 0.0663i \\ 1 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 0.5283 - 0.1528i \\ 1 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 0.5110 - 0.0486i \\ 1 \end{Bmatrix}$
ξ_2	0.2651	0.3010	0.3823	0.5317
$\omega_2\ (rad/\sec)$	15.3754	15.2827	14.8492	15.3303
$\{\varphi\}_2$	$\begin{Bmatrix} -1.9147 + 0.2209i \\ 1 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} -1.6915 + 0.4999i \\ 1 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} -1.1732 + 0.7182i \\ 1 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} -1.7119 + 0.3266i \\ 1 \end{Bmatrix}$
$\{\tilde{\varphi}\}_2$	$\begin{Bmatrix} -1.9147 - 0.2209i \\ 1 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} -1.6915 - 0.4999i \\ 1 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} -1.1732 - 0.7182i \\ 1 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} -1.7119 - 0.3266i \\ 1 \end{Bmatrix}$

❑ بررسی رفتار سازه 2DOF با میراگرهای ویسکوز

پاسخ ۱۰- ج

نکته: همان‌طور که مشاهده می‌شود در حالات مختلف بردارهای مودال تفاوت محسوسی با هم ندارند. همچنین در حالت تساوی میرایی‌ها، به نیروی میرایی کمتری نیاز می‌باشد. به طور مثال دو عدد میراگر ۲۰ تن بهتر از دو میراگر ۴۰ و ۵ تنی است. زیرا هم شکل ارتعاش بهتر بوده و هم از نظر اقتصادی به صرفه است. بنابراین میراگرها را تا حد امکان باید در سازه توزیع نمود.