



دانشگاه کردستان
University of Kurdistan
زانکۆی کوردستان

روش المان محدود

مقدمه

تهیه کننده: کاوه کرمی
دانشیار مهندسی سازه

<https://prof.uok.ac.ir/Ka.Karami>

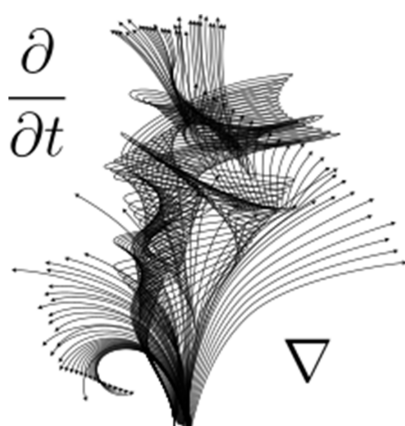
تاریخچه روش المان محدود

مقدمه:

روش اجزاء محدود یا روش المان محدود (FEM: Finite Element Method)

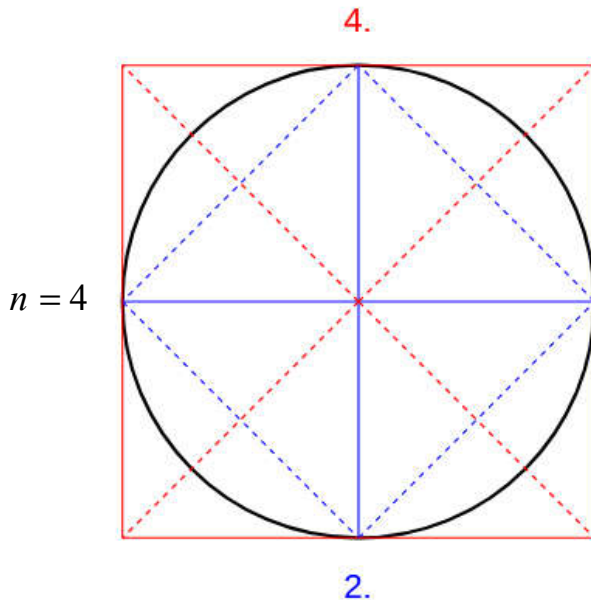
رایج ترین روش عددی برای حل مسائل مهندسی و مدل های ریاضیاتی است. رایج ترین این مسائل شامل تحلیل سازه ها، انتقال گرما، دینامیک شاره ها، انتقال جرم و پتانسیل الکترومغناطیسی می شود. روش المان محدود، روشی عددی برای حل معادلات دیفرانسیلی جزئی یا PDE تعریف شده بر اساس یک یا دو متغیر مکانی است. در این روش، برای حل مسئله یک سیستم بزرگ به قسمت های کوچک تر و ساده تر به نام المان های محدود تقسیم می شود.

این گسسته سازی مکانی مستلزم تعریف جسم یا محیط مسئله بصورت یک شبکه یا در اصطلاح مش است. در واقع شبکه از مجموعه ای از نقاط گسسته برای تبدیل جسم یا محیط مسئله به محدوده عددی برای حل مسئله است. فرمول بندی روش المان محدود در ادامه به سیستمی از معادلات جبری تبدیل می شود که بیانگر تقریبی از یک تابع مجهول بر روی هر المان است. سپس معادلات ساده ای که هر یک از این المان ها را مدل سازی می کنند، در قالب یک سیستم بزرگتر از معادلات که کل محدوده مسئله را در بر می گیرد، سرهم بندی می شوند. در نهایت با استفاده از حساب تغییرات جوابی برای مسئله با به حداقل رساندن یک تابع خطا پیدا می شود.



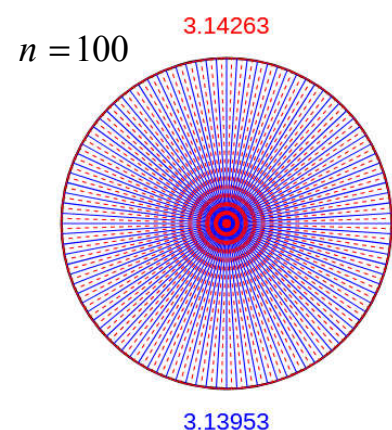
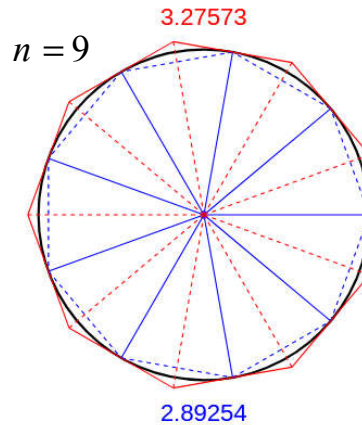
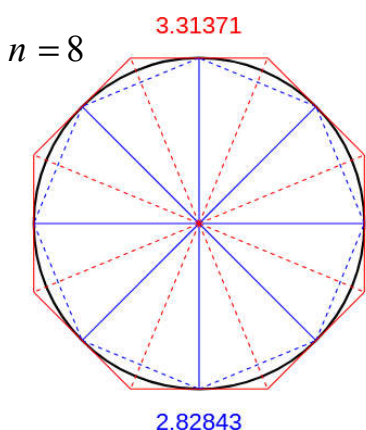
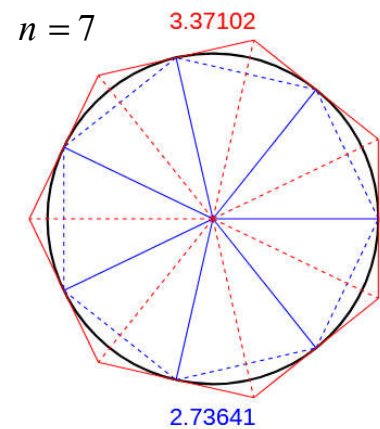
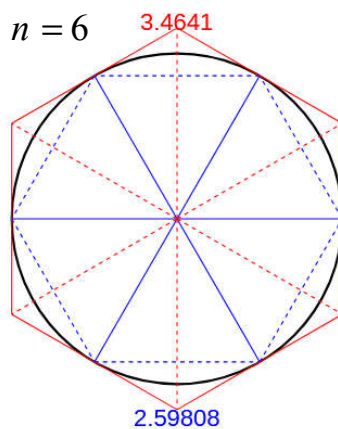
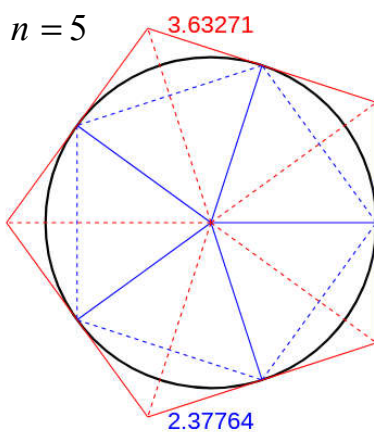
قبل از دهه ۱۹۴۰

مفهوم تقسیم یک مسئله پیچیده به بخش‌های کوچک‌تر و ساده‌تر به قرن‌ها پیش برمی‌گردد. ریاضیدانان و مهندسان از دیرباز از این ایده برای حل مسائل استفاده می‌کردند. ایده روش اجزا محدود بین ۱۶۰۰ تا ۱۸۵۰ سال پیش از میلاد برای محاسبه عدد π در مصر باستان بر می‌گردد؛ که در آن مساحت یک دایره به شعاع واحد را به کمک محاسبه مساحت چندضلعی‌های محاطی یا محیطی بر دایره تخمین زدند.



3

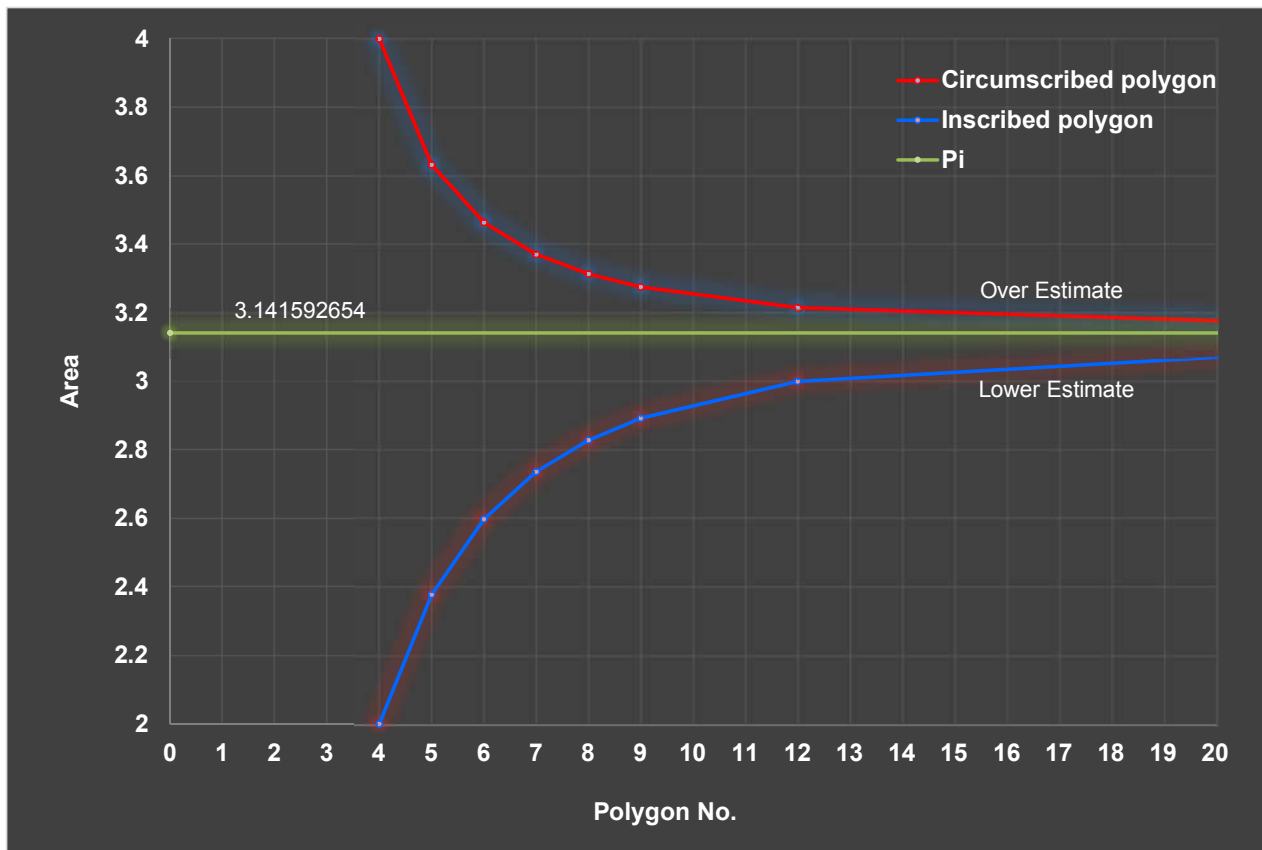
مقدمه: قبل از دهه ۱۹۴۰ تخمین عدد π



4

تاریخچه روش المان محدود

مقدمه: قبل از دهه ۱۹۴۰ تخمین عدد π



5

تاریخچه روش المان محدود

مقدمه: قبل از دهه ۱۹۴۰ تخمین عدد π

ریاضیدانان اروپایی در قرن هفدهم به مقدار واقعی عدد π نزدیک تر شدند. از جمله این دانشمندان جیمز گریگوری بود که برای پیدا کردن مقدار عدد پی از فرمول زیر استفاده کرد:

$$\pi = 4 \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \dots \right)$$

یکی از مشکلاتی که در این روش وجود دارد این است که برای پیدا کردن مقدار عدد π تا ۶ رقم اعشار باید پنج میلیون جمله از سری فوق را با هم جمع کنیم. طبق محاسبه کامپیوتری سری فوق، تعداد سری و اعشار محاسبه شده مطابق زیر است:

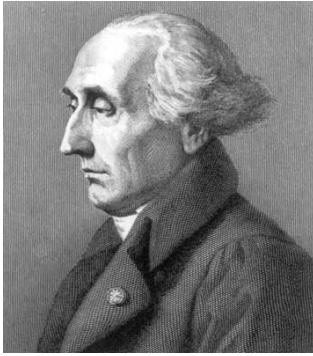
- ۱۰۰ میلیون جمله دقت ۷ رقم اعشار
- یک میلیارد جمله دقت ۸ رقم اعشار

ارقام بالا نشان می دهد که این الگوریتم رشد نمایی شدیدی دارد که زمان زیادی برای محاسبه ارقام بسیار بالا صرف می گردد.

6

قبل از دهه ۱۹۴۰

قرن ۱۷ و ۱۸: ریاضیدانان مانند کارل فریدریش گوس و ژوزف لویی لاگرانژ از روش‌های عددی برای حل معادلات دیفرانسیل استفاده کردند.



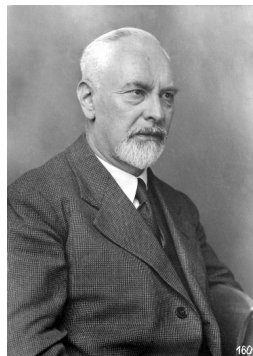
(ژوزف لویی لاگرانژ)



(کارل فریدریش گوس)



(ریچارد فون میزس)

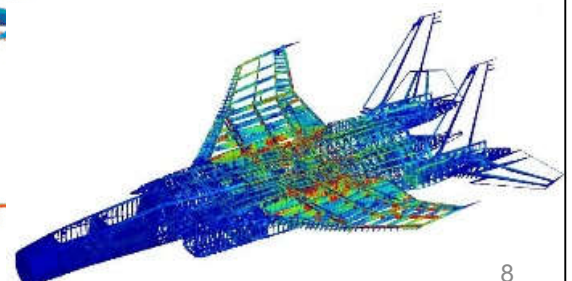
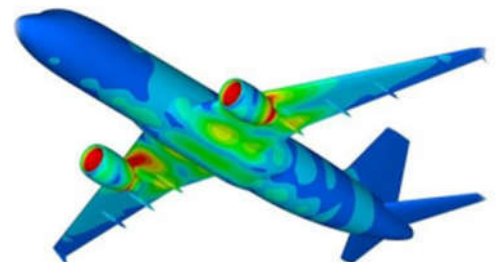
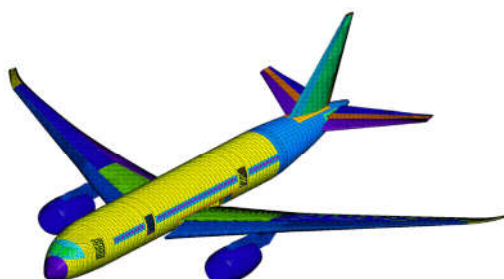
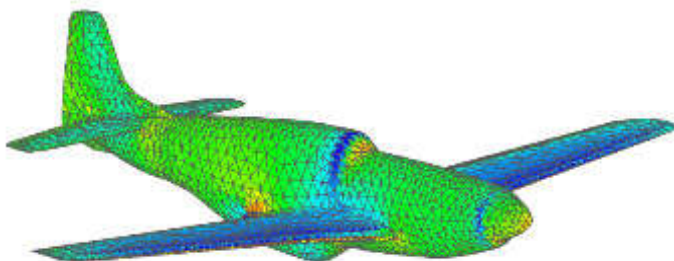
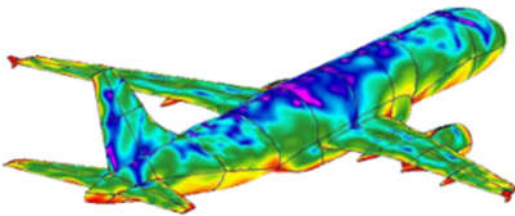


(لودویگ پرانتل)

قرن ۱۹: لودویگ پرانتل و ریچارد فون میزس در مکانیک سیالات و جامدات از روش‌های تقریبی استفاده کردند.

دهه ۱۹۴۰ و ۱۹۵۰

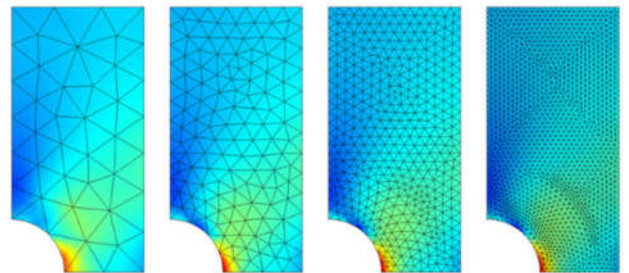
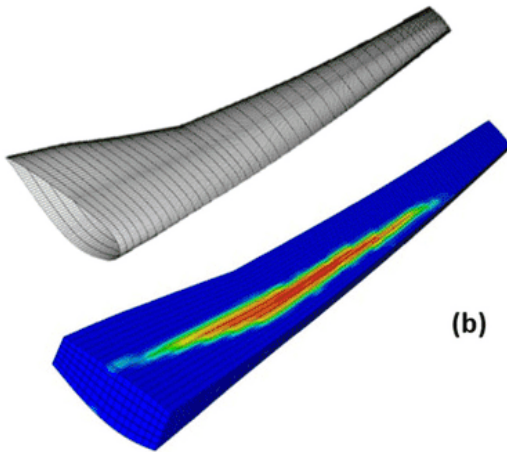
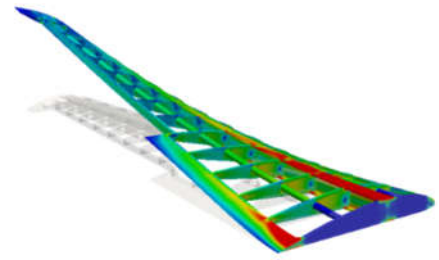
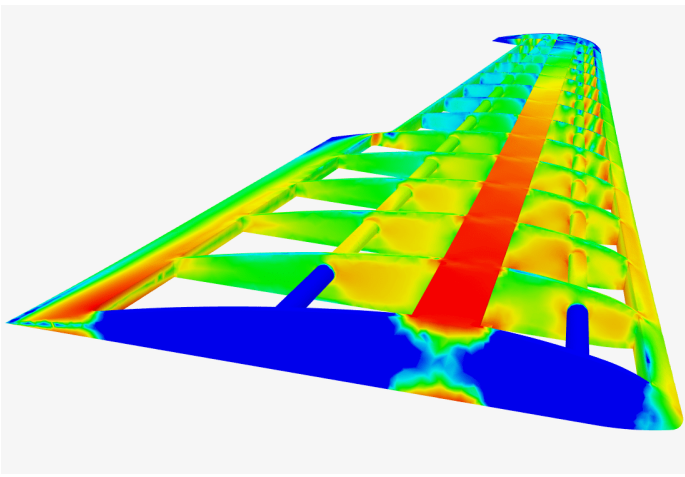
روش المان محدود ابتدا در دهه ۱۹۴۰ و ۱۹۵۰ میلادی برای تحلیل سازه‌های هوافضا توسعه یافت. به خصوص هواپیماهای سریع‌السير (The Boeing Company)



تاریخچه روش المان محدود

مقدمه: کاربرد روش المان محدود در هوا فضا

دهه ۱۹۴۰ و ۱۹۵۰



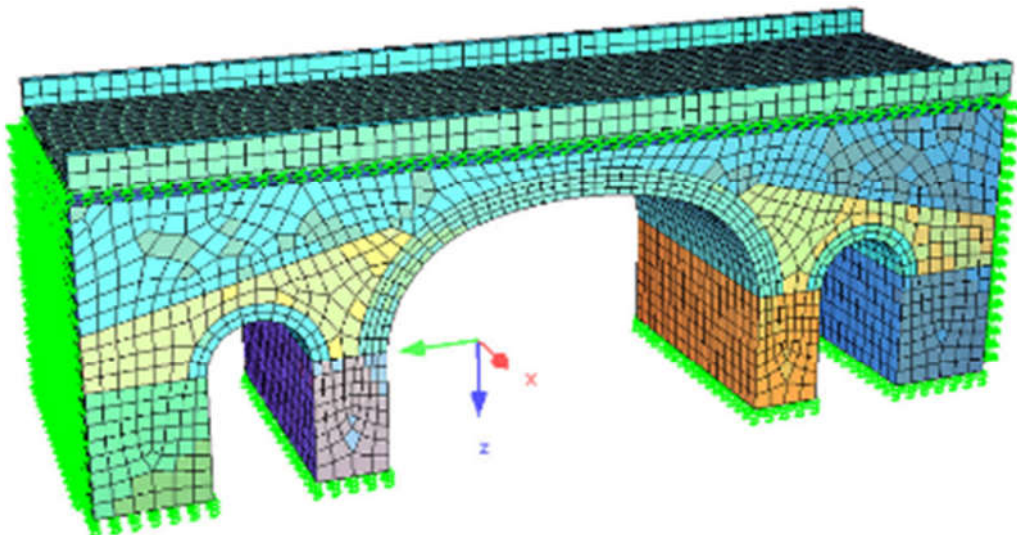
9

تاریخچه روش المان محدود

مقدمه:

دهه ۱۹۴۰ و ۱۹۵۰

در دهه ۱۹۵۰، مهندسان برای تحلیل سازه‌های عمرانی مانند پل‌ها از ایده‌های مشابه استفاده کردند.



10

دهه ۱۹۴۰ و ۱۹۵۰

محققانی مانند ریچارد کورتس و ریچارد گالریکن از اصول ریاضی برای تحلیل تنش و کرنش در سازه‌ها استفاده کردند.



(ریچارد کورانت)

ریچارد کورانت (Richard Courant):

در سال ۱۹۴۳، کورانت از توابع ساده برای تقریب حل معادلات دیفرانسیل جزئی استفاده کرد. این کار به عنوان یکی از اولین گام‌ها در توسعه روش المان محدود شناخته می‌شود.

توسعه روش‌های ماتریسی به منظور استفاده از ماتریس‌ها برای حل سیستم‌های معادلات خطی.

توسعه و رسمیت یافتن (دهه ۱۹۶۰)



(جان آرگریس)

جان آرگریس (Johann Hadji Argyris) در دهه ۱۹۶۰ روش‌های ماتریسی را برای تحلیل سازه‌ها توسعه داد و به عنوان یکی از پیشگامان FEM شناخته می‌شود. (استاد دانشگاه اشتوتگارت آلمان)

Argyris, John H., and Sydney Kelsey. Energy theorems and structural analysis. Vol. 60. London: Butterworths, 1960.

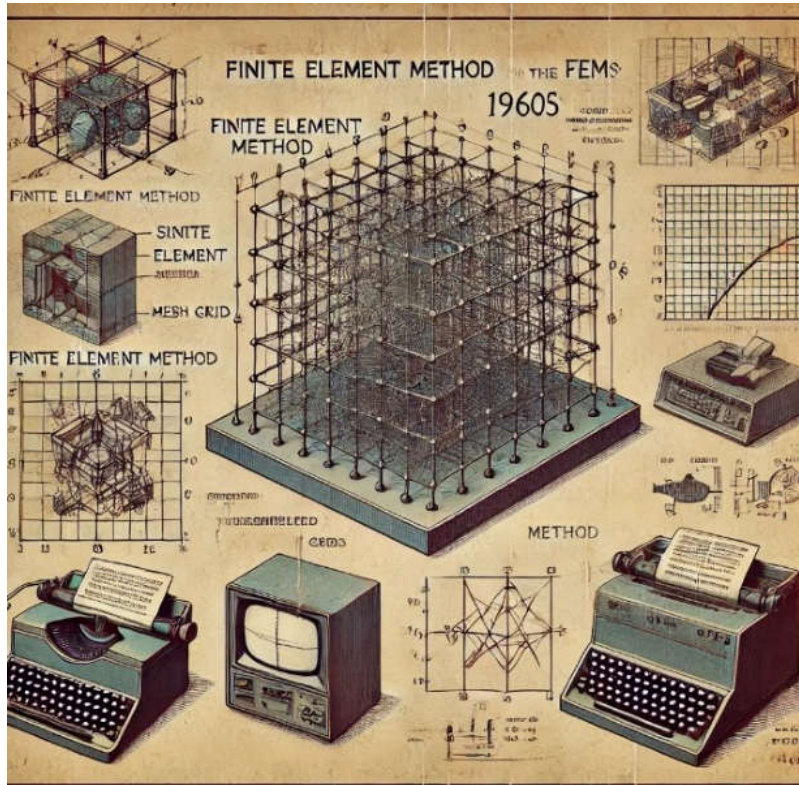
در این کتاب تئوری ماتریسی سازه‌ها مطرح شد.

ری کلاف (Ray Clough) اصطلاح روش المان محدود را در سال ۱۹۶۰ معرفی کرد و این روش را در تحلیل سازه‌های مهندسی عمران به کار برد.

توسعه و رسمیت یافتن (دهه ۱۹۶۰)

ظهور کامپیوترهای دیجیتال:

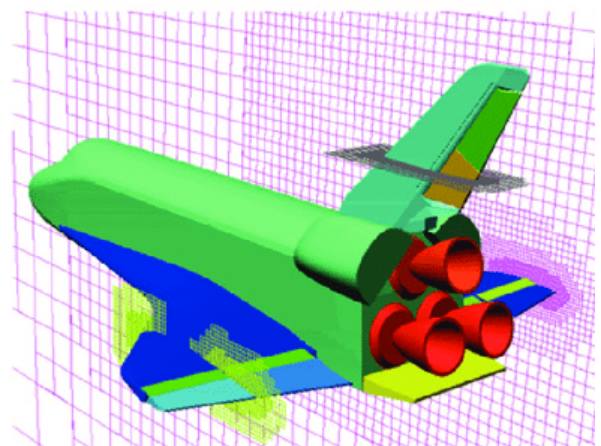
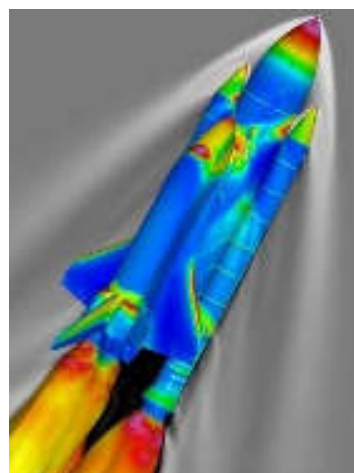
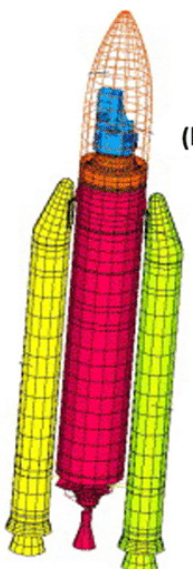
پیشرفت کامپیوترها در دهه ۱۹۶۰ امکان محاسبات پیچیده را فراهم کرد و روش المان محدود را به یک ابزار قدرتمند تبدیل کرد.



گسترش و کاربردهای وسیع (دهه ۱۹۷۰ و ۱۹۸۰)

روش المان محدود به طور گسترده‌ای برای تحلیل تنش، انتقال حرارت و دینامیک سیالات در صنایع هوافضا، خودروسازی و عمران استفاده شد.

هوافضا: تحلیل سازه‌های هواپیما و موشک‌ها.

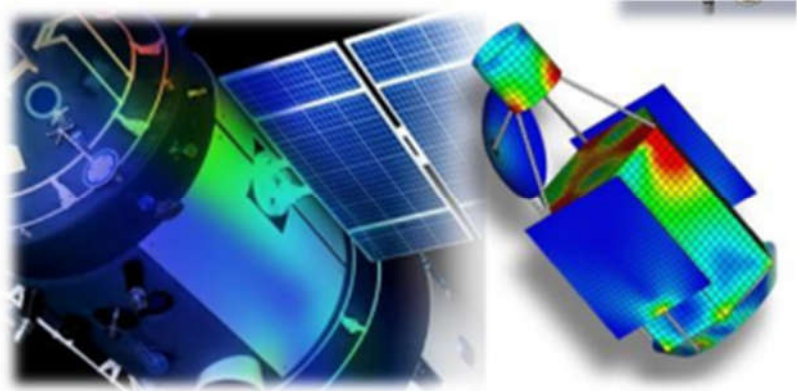
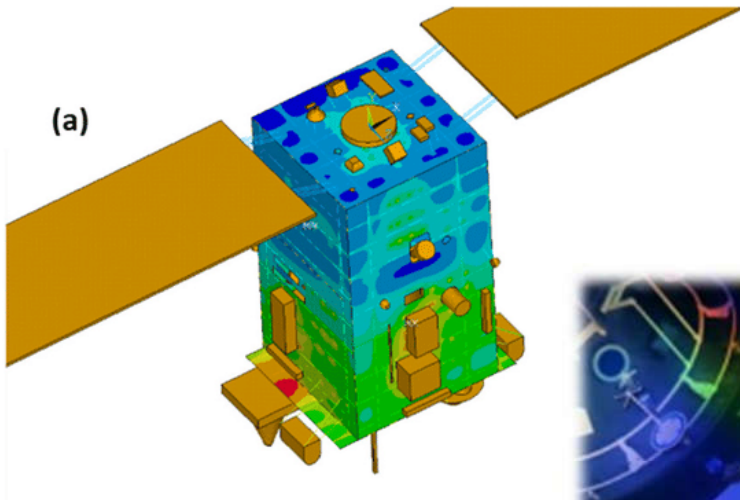


تاریخچه روش المان محدود

مقدمه:

گسترش و کاربردهای وسیع (دهه ۱۹۷۰ و ۱۹۸۰)

هوافضا: تحلیل سازه‌های هواپیما و موشک‌ها.



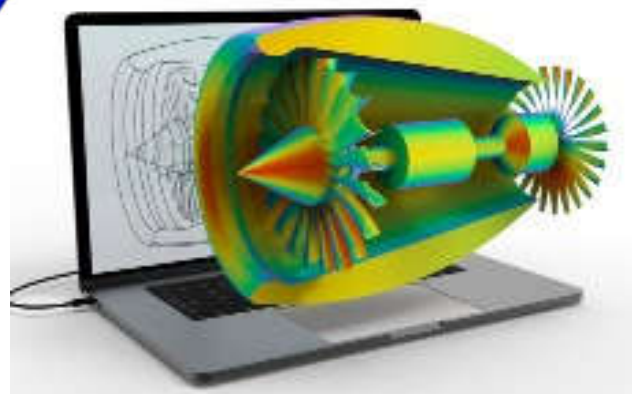
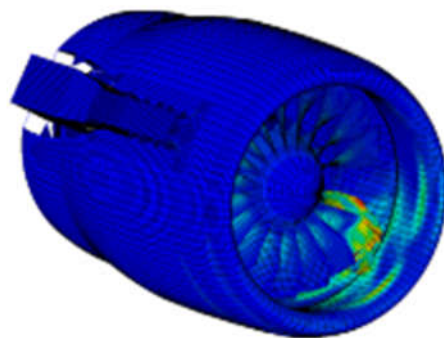
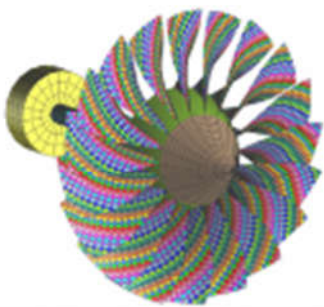
15

تاریخچه روش المان محدود

مقدمه:

گسترش و کاربردهای وسیع (دهه ۱۹۷۰ و ۱۹۸۰)

هوافضا: تحلیل سازه‌های هواپیما و موشک‌ها.



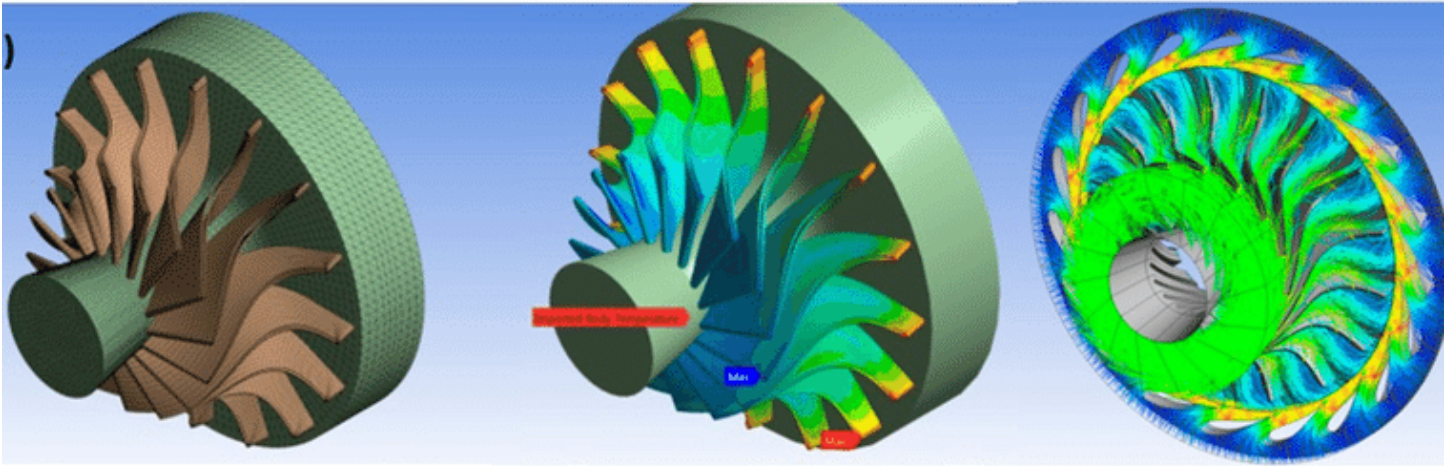
16

تاریخچه روش المان محدود

مقدمه:

گسترش و کاربردهای وسیع (دهه ۱۹۷۰ و ۱۹۸۰)

هوافضا: تحلیل سازه‌های هواپیما و موشک‌ها.



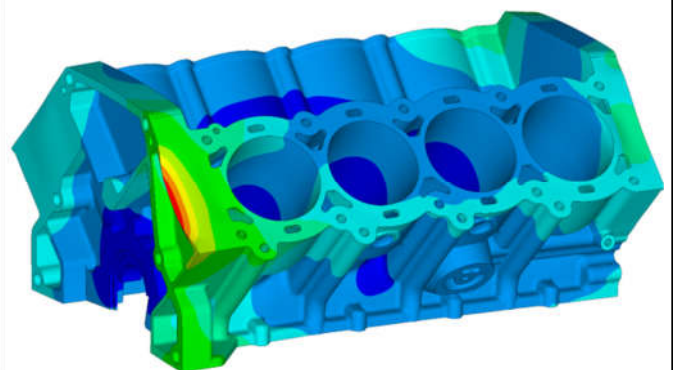
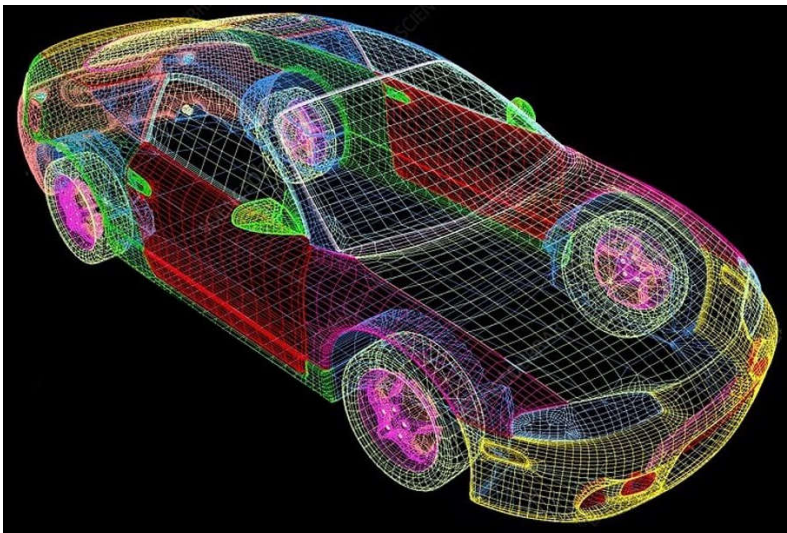
17

تاریخچه روش المان محدود

مقدمه:

گسترش و کاربردهای وسیع (دهه ۱۹۷۰ و ۱۹۸۰)

خودروسازی: طراحی بدنه خودرو و تحلیل تصادفات.



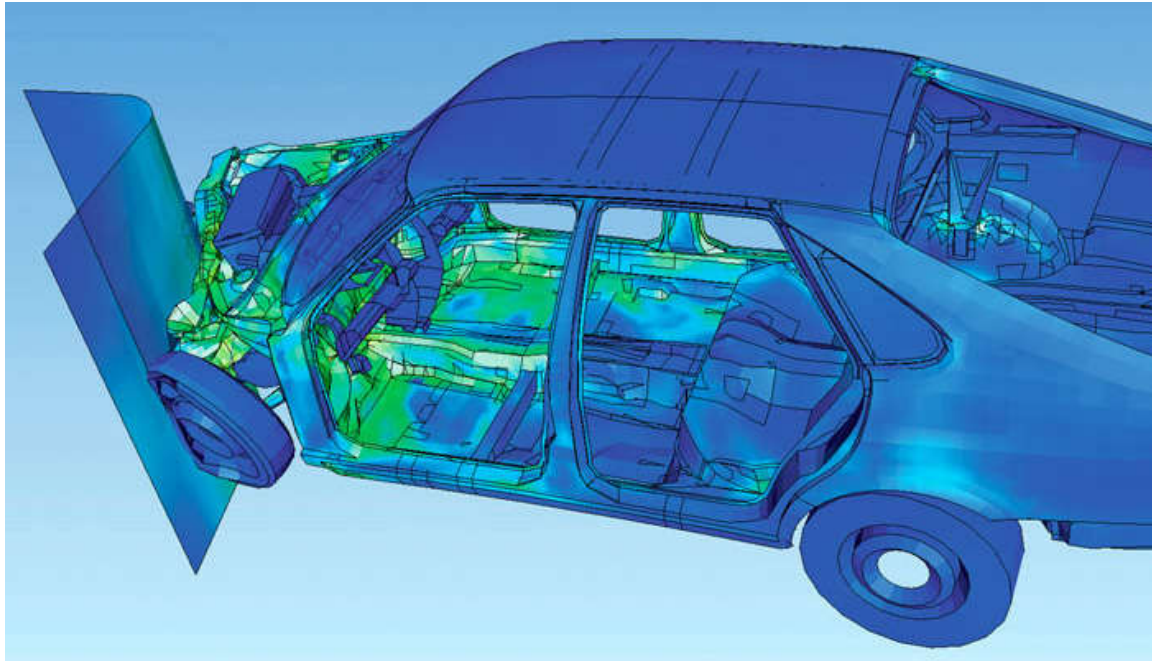
18

تاریخچه روش المان محدود

مقدمه:

گسترش و کاربردهای وسیع (دهه ۱۹۷۰ و ۱۹۸۰)

خودروسازی: طراحی بدنه خودرو و تحلیل تصادفات.



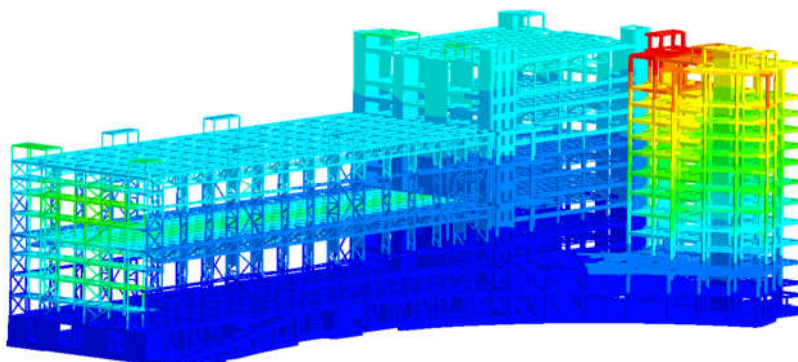
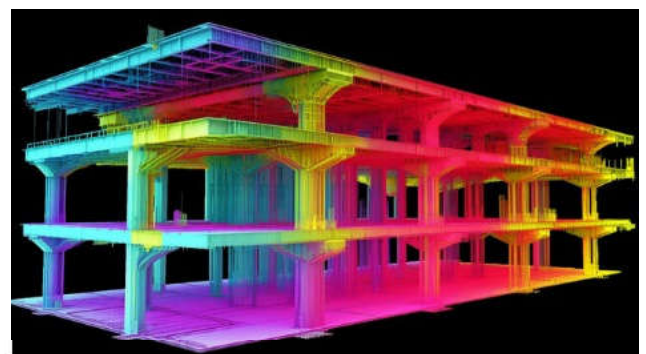
19

تاریخچه روش المان محدود

مقدمه:

گسترش و کاربردهای وسیع (دهه ۱۹۷۰ و ۱۹۸۰)

عمران: تحلیل پل‌ها، سدها و ساختمان‌ها.



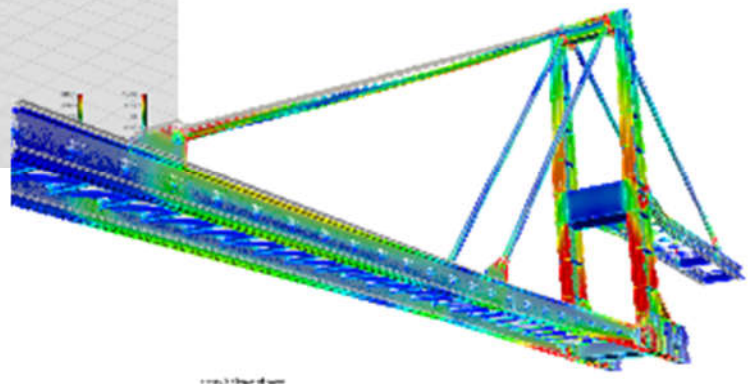
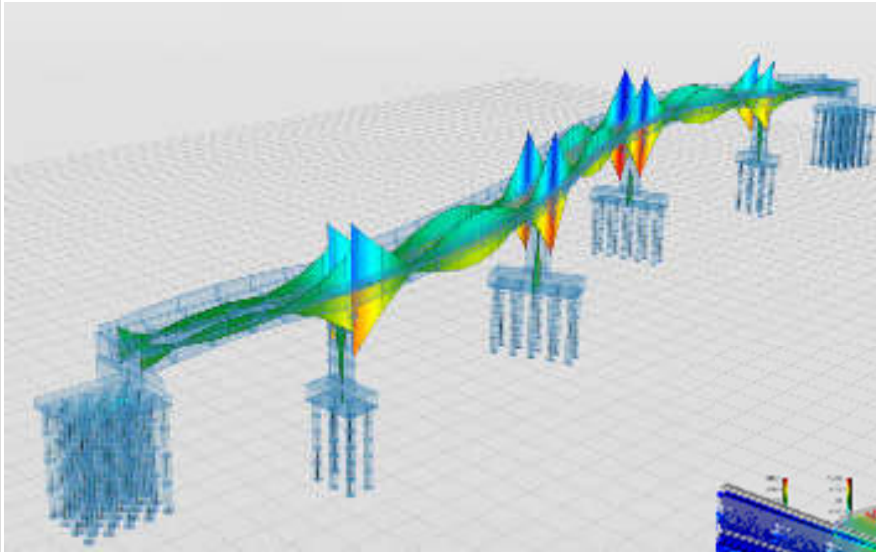
20

تاریخچه روش المان محدود

مقدمه:

گسترش و کاربردهای وسیع (دهه ۱۹۷۰ و ۱۹۸۰)

عمران: تحلیل پل‌ها، سدها و ساختمان‌ها.



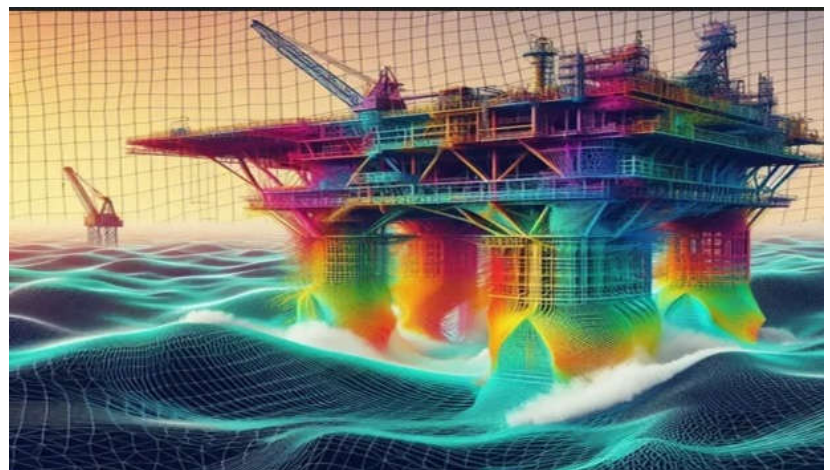
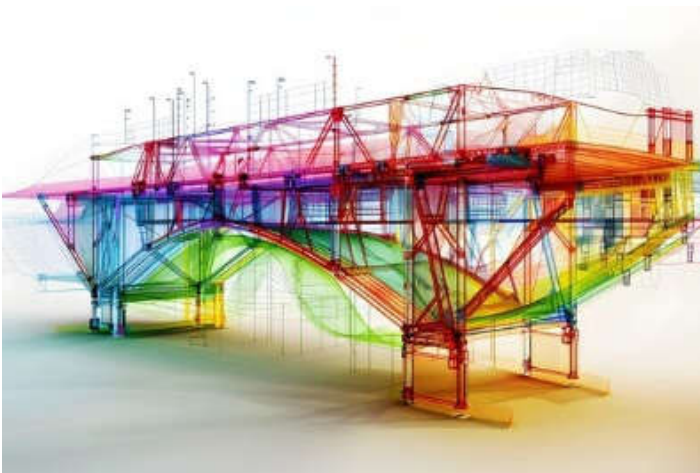
21

تاریخچه روش المان محدود

مقدمه:

گسترش و کاربردهای وسیع (دهه ۱۹۷۰ و ۱۹۸۰)

عمران: تحلیل پل‌ها، سدها و ساختمان‌ها.



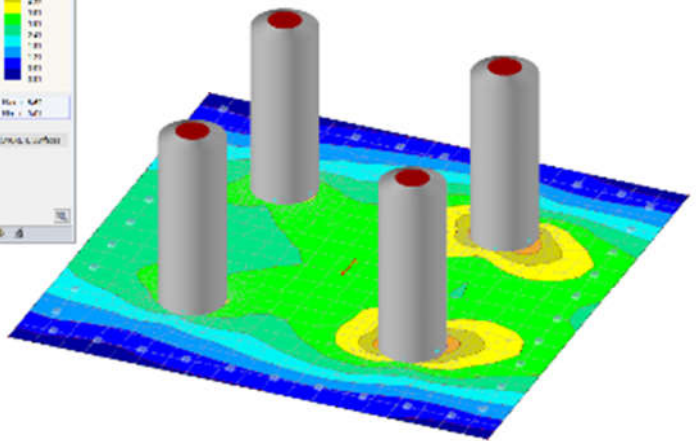
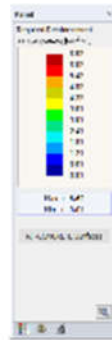
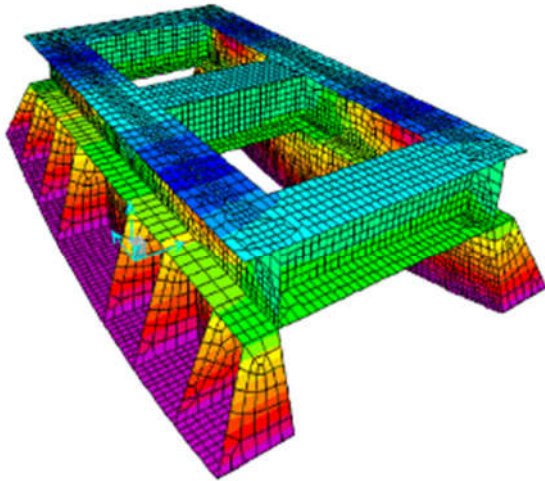
22

تاریخچه روش المان محدود

مقدمه:

گسترش و کاربردهای وسیع (دهه ۱۹۷۰ و ۱۹۸۰)

عمران: تحلیل پل‌ها، سدها و ساختمان‌ها.



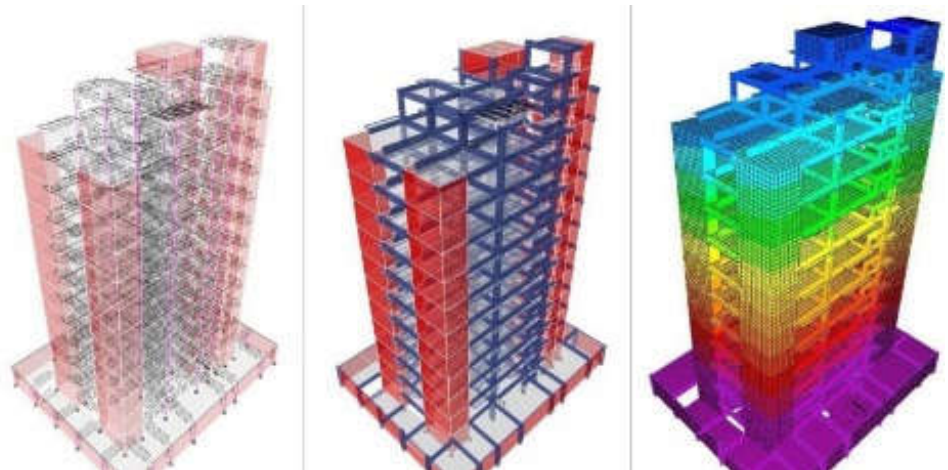
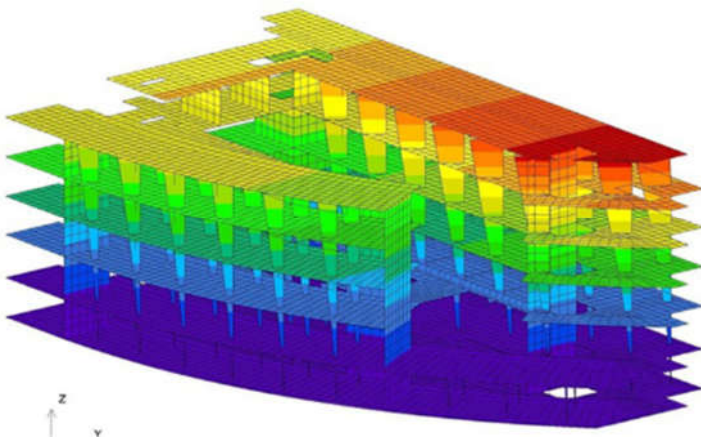
23

تاریخچه روش المان محدود

مقدمه:

گسترش و کاربردهای وسیع (دهه ۱۹۷۰ و ۱۹۸۰)

عمران: تحلیل پل‌ها، سدها و ساختمان‌ها.

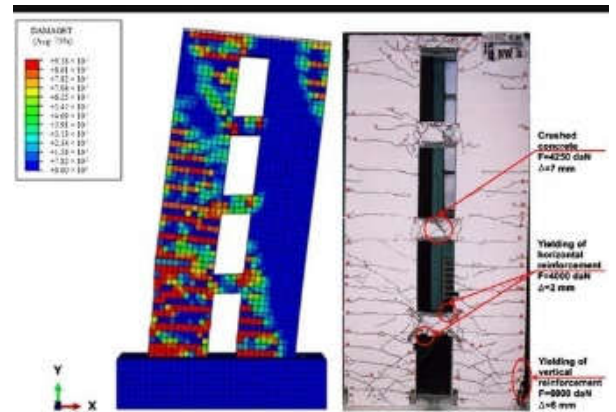
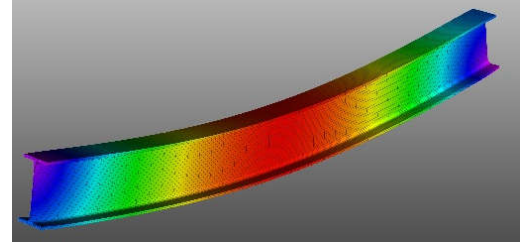
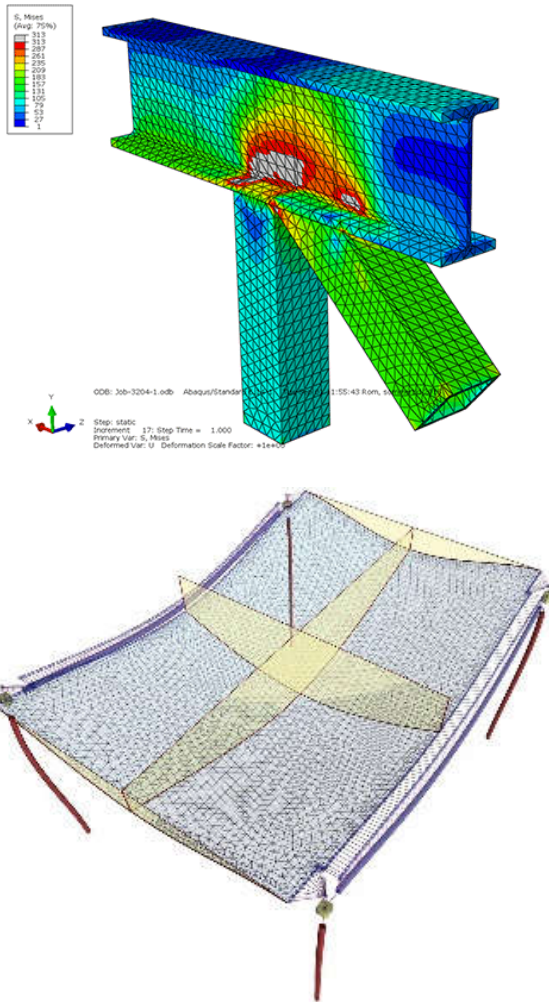


24

مقدمه:

گسترش و کاربردهای وسیع (دهه ۱۹۷۰ و ۱۹۸۰)

عمران: تحلیل پل‌ها، سدها و ساختمان‌ها.

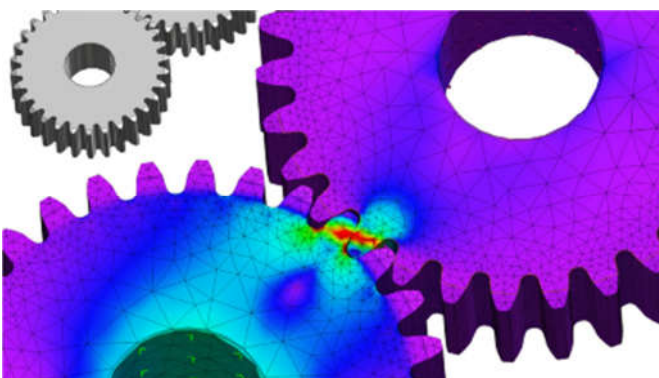
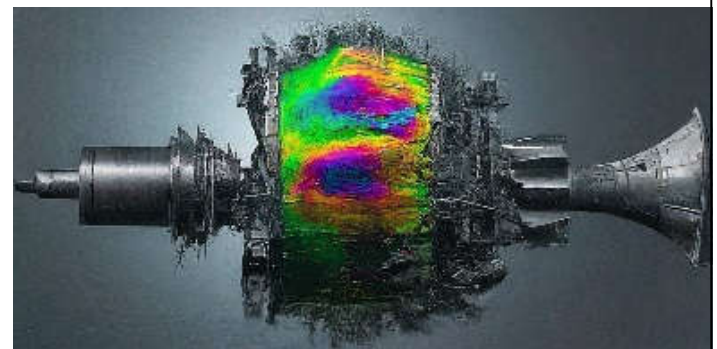


25

مقدمه:

گسترش و کاربردهای وسیع (دهه ۱۹۷۰ و ۱۹۸۰)

کاربرد روش المان محدود در مکانیک



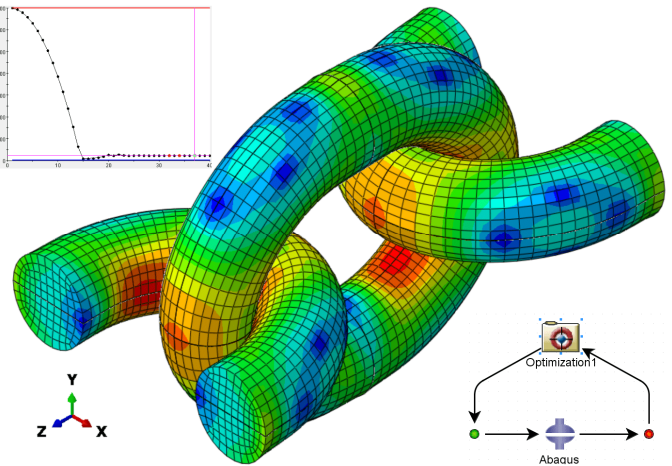
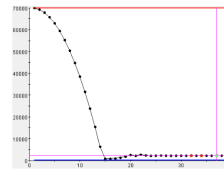
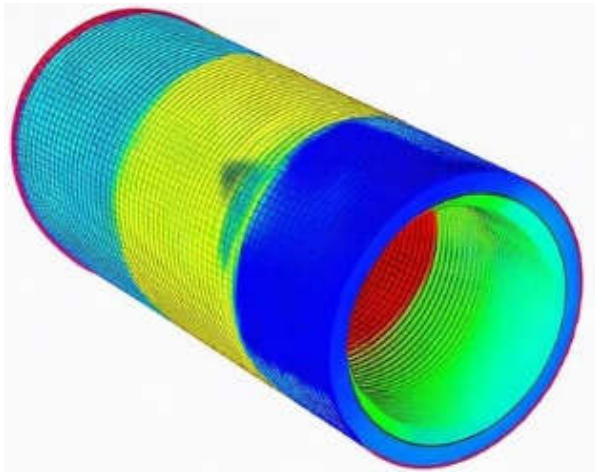
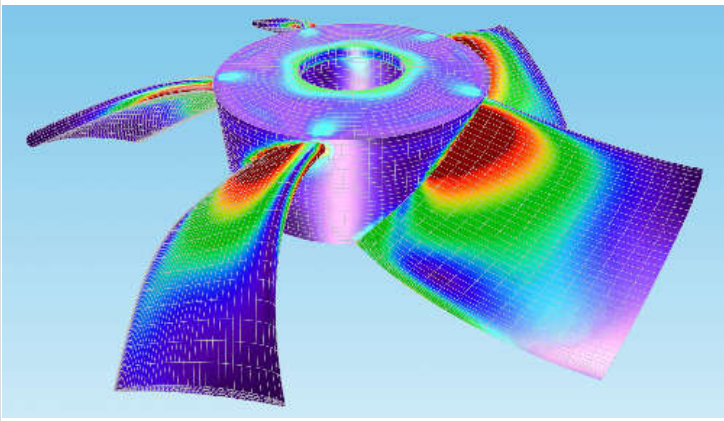
26

تاریخچه روش المان محدود

مقدمه:

گسترش و کاربردهای وسیع (دهه ۱۹۷۰ و ۱۹۸۰)

کاربرد روش المان محدود در مکانیک



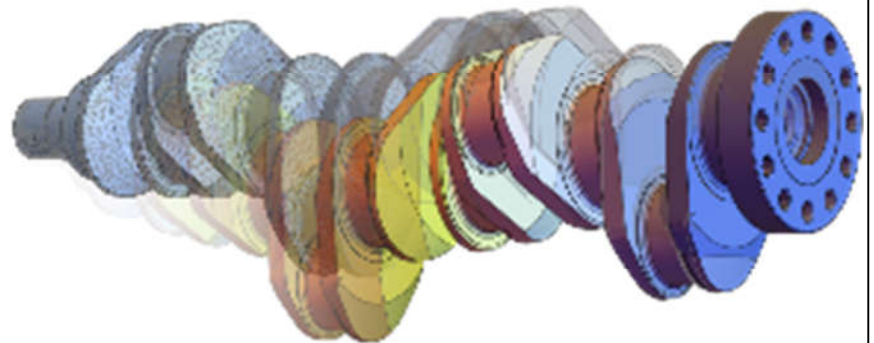
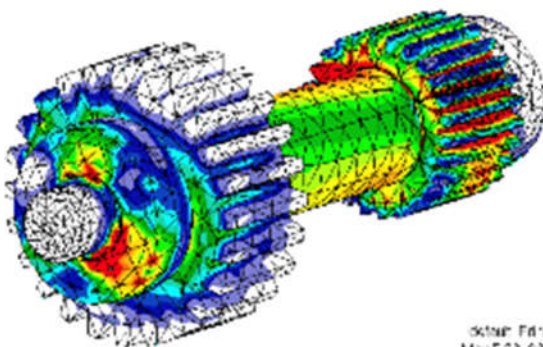
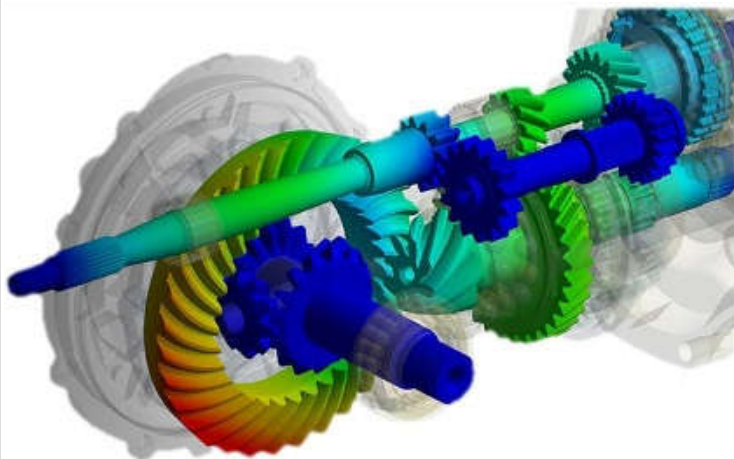
27

تاریخچه روش المان محدود

مقدمه:

گسترش و کاربردهای وسیع (دهه ۱۹۷۰ و ۱۹۸۰)

کاربرد روش المان محدود در مکانیک



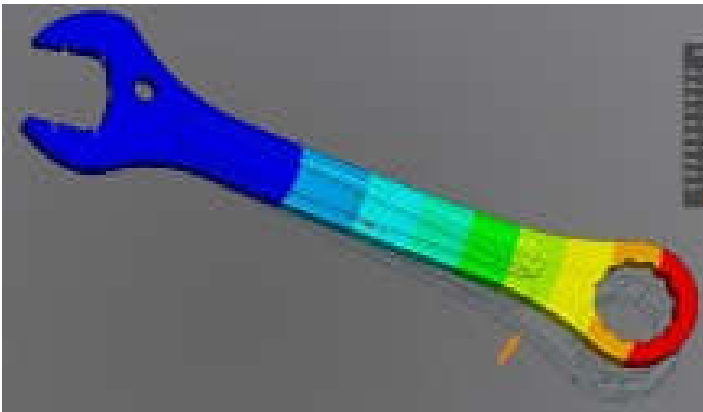
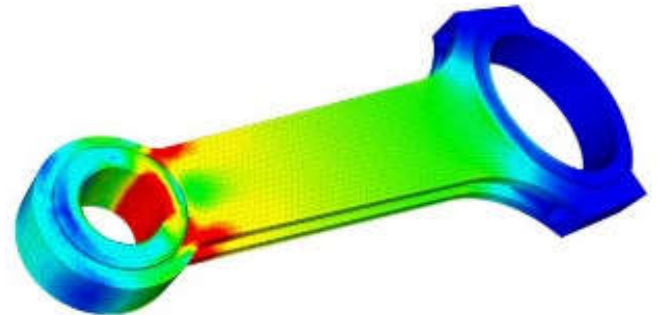
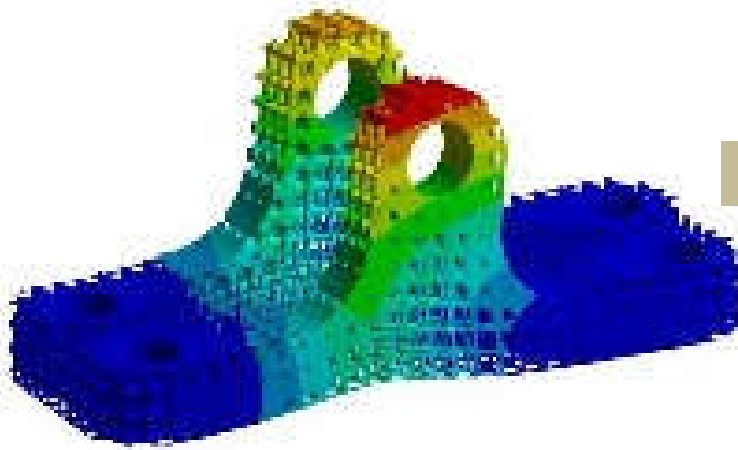
28

تاریخچه روش المان محدود

مقدمه:

گسترش و کاربردهای وسیع (دهه ۱۹۷۰ و ۱۹۸۰)

کاربرد روش المان محدود در مکانیک



29

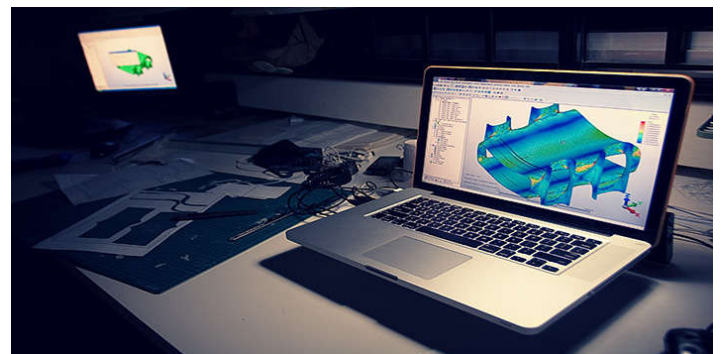
تاریخچه روش المان محدود

مقدمه:

گسترش و کاربردهای وسیع (دهه ۱۹۷۰ و ۱۹۸۰)

توسعه نرم افزارهای تجاری:

نرم افزارهایی مانند ANSYS، ABAQUS و NASTRAN در این دوره توسعه یافتند و استفاده از FEM را برای مهندسان آسان تر کردند.

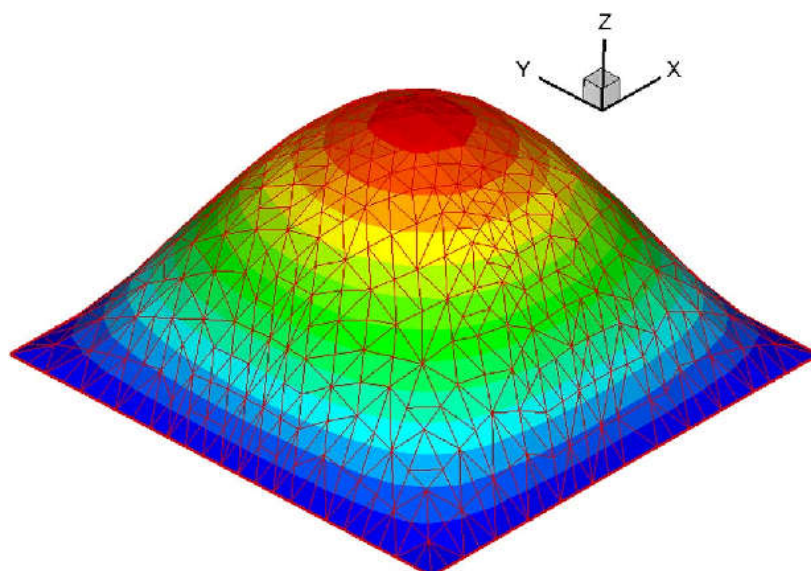


30

پیشرفت‌های اخیر (دهه ۱۹۹۰ تاکنون)

ادغام با فناوری‌های جدید:

روش‌های پیشرفته مانند المان محدود تطبیقی (Adaptive FEM) و ادغام با هوش مصنوعی و یادگیری ماشین توسعه یافتند.
Adaptive FEM: بهبود دقت با تنظیم خودکار اندازه المان‌ها.



31

پیشرفت‌های اخیر (دهه ۱۹۹۰ تاکنون)

هوش مصنوعی: استفاده از الگوریتم‌های یادگیری ماشین برای بهینه‌سازی مدل‌ها.



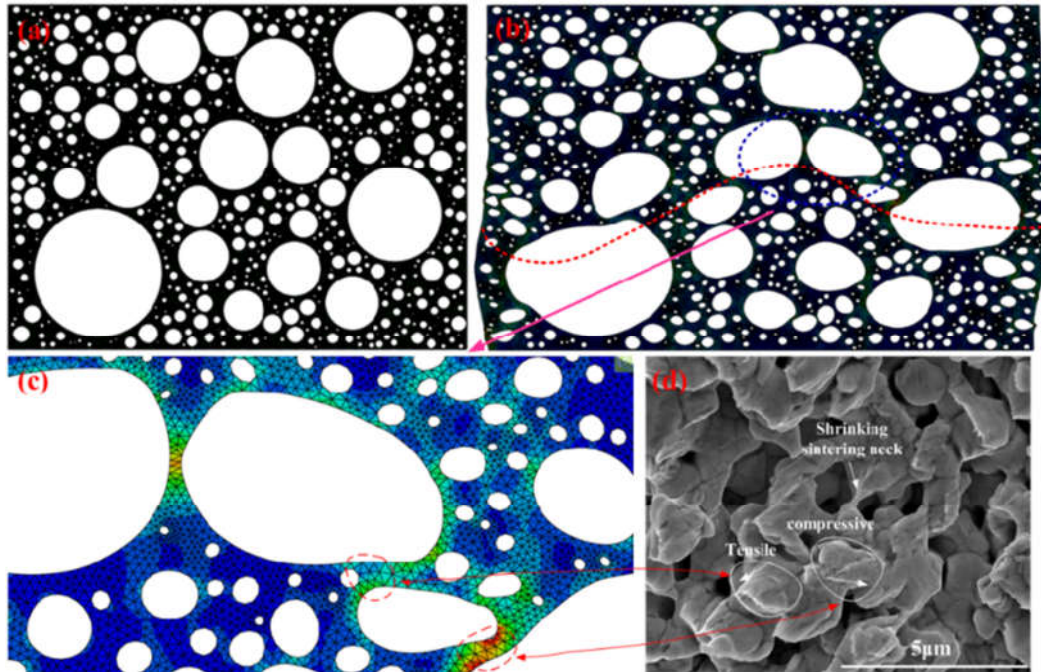
32

تاریخچه روش المان محدود

مقدمه:

پیشرفت‌های اخیر (دهه ۱۹۹۰ تاکنون)

نانو فناوری: تحلیل رفتار مواد در مقیاس نانو.



33

تاریخچه روش المان محدود

مقدمه:

پیشرفت‌های اخیر (دهه ۱۹۹۰ تاکنون)

انرژی‌های تجدیدپذیر: طراحی توربین‌های بادی و صفحات خورشیدی.



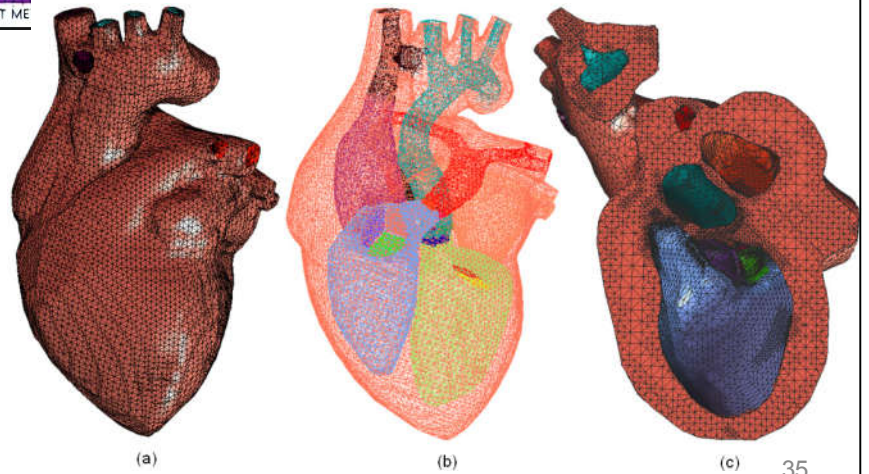
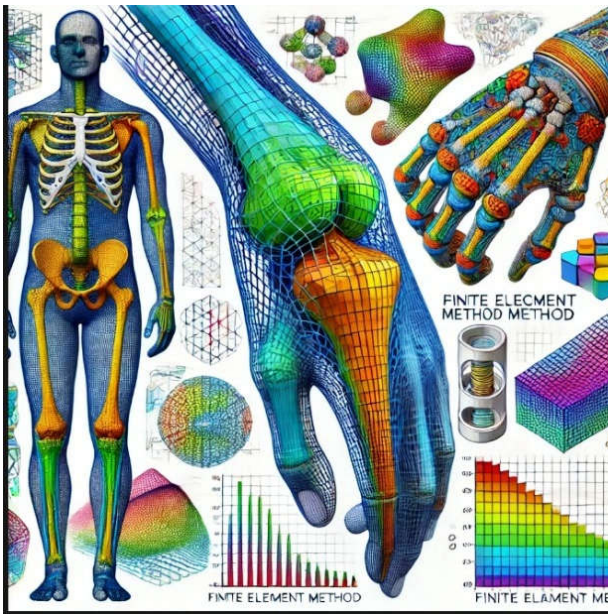
34

تاریخچه روش المان محدود

مقدمه:

پیشرفت‌های اخیر (دهه ۱۹۹۰ تاکنون)

کاربرد در علوم جدید: پزشکی، تحلیل بیومکانیک بدن انسان، طراحی ایمپلنت‌ها و پروتزها.



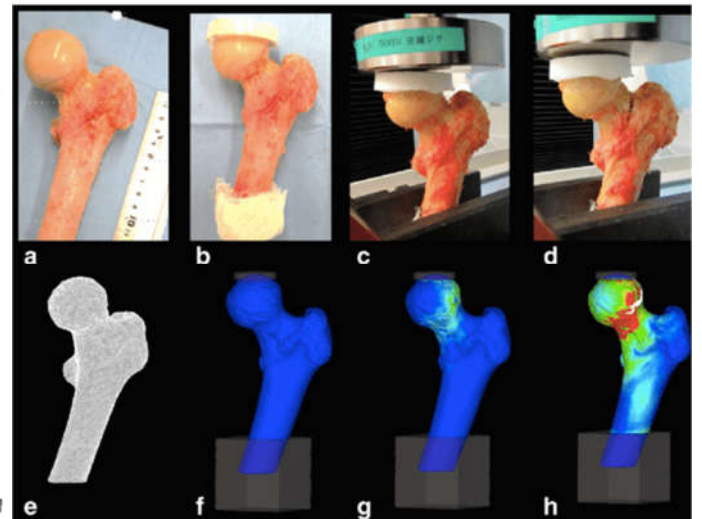
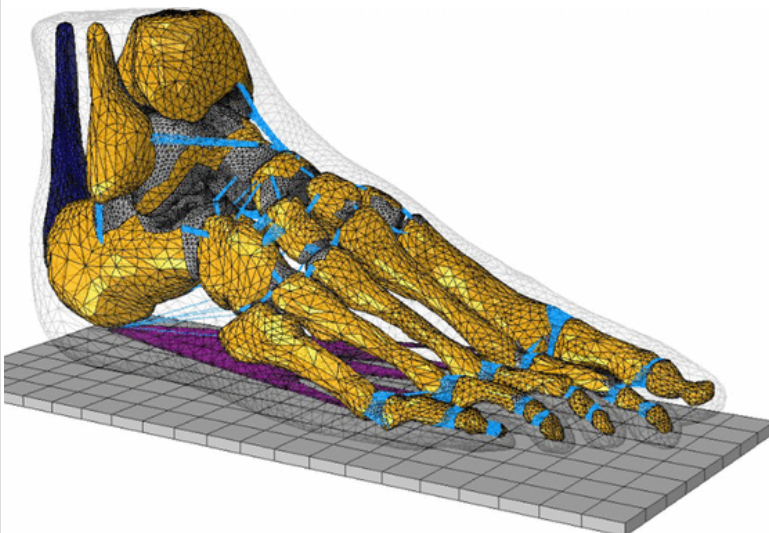
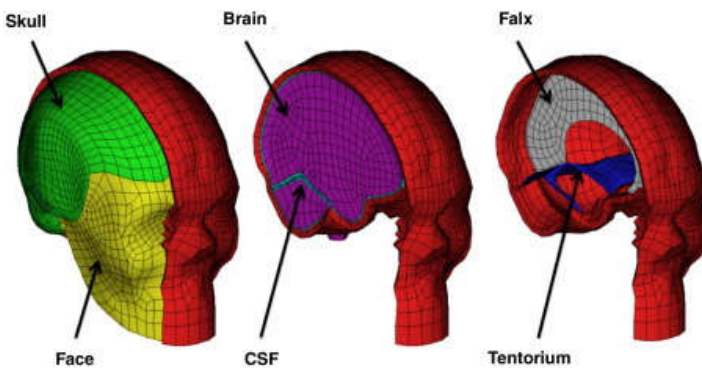
35

تاریخچه روش المان محدود

مقدمه:

پیشرفت‌های اخیر (دهه ۱۹۹۰ تاکنون)

کاربرد در علوم جدید: پزشکی، تحلیل بیومکانیک بدن انسان، طراحی ایمپلنت‌ها و پروتزها.



36

مزایا و چالش‌ها:

مزایا:

- ✓ انعطاف‌پذیری: توانایی مدل‌سازی سیستم‌های پیچیده با هندسه‌های مختلف.
- ✓ دقت بالا: امکان بهبود دقت با افزایش تعداد المان‌ها.
- ✓ کاربرد گسترده: استفاده در رشته‌های مختلف مهندسی و علوم.

چالش‌ها:

- ✓ هزینه محاسباتی: نیاز به منابع محاسباتی قوی برای مدل‌سازی‌های بزرگ.
- ✓ پیچیدگی مدل‌سازی: نیاز به تخصص بالا برای تعیین شرایط مرزی و خواص مواد.
- ✓ خطاهای عددی: امکان بروز خطاهای ناشی از تقریب‌ها.

آینده روش المان محدود:

ادغام با فناوری‌های نوین:

استفاده از ابررایانه‌ها، هوش مصنوعی و داده‌های بزرگ برای بهبود دقت و سرعت.

گسترش کاربردها:

استفاده در حوزه‌های جدید مانند پزشکی شخصی‌سازی شده، فناوری‌های سبز و سیستم‌های پیچیده چندفیزیکی.

تحقیقات جاری:

توسعه روش‌های ترکیبی (Hybrid Methods) برای حل مسائل چند مقیاسی.
بهبود الگوریتم‌های محاسباتی برای کاهش زمان و هزینه‌های تحلیل.

نتیجه گیری

روش المان محدود از یک ابزار تحلیل ساده به یک سیستم پیشرفته و بین رشته‌ای تبدیل شده است که در بسیاری از شاخه‌های علمی و صنعتی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

