Dynamic of Structures

Single Degree of Freedom Systems: Frequency Domain Analysis

By: Kaveh Karami
Associate Prof. of Structural Engineering
https://prof.uok.ac.ir/Ka.Karami

SDOF: Frequency Domain Analysis

I. تحلیل دینامیکی در حوزه فرکانسی- تبدیل فوریه

آنالیز دینامیکی به دو روش انجام می‌شود:

روش تاریخچه زمانی (Time History): در هر لحظه جابجایی در اثر نیروی خارجی (زلزله) محاسبه می‌شود.

روش طیفی(Spectrum): در پایان نیروی خارجی اعمال شده (زلزله) حداکثر جابجایی را محاسبه می‌کنیم.

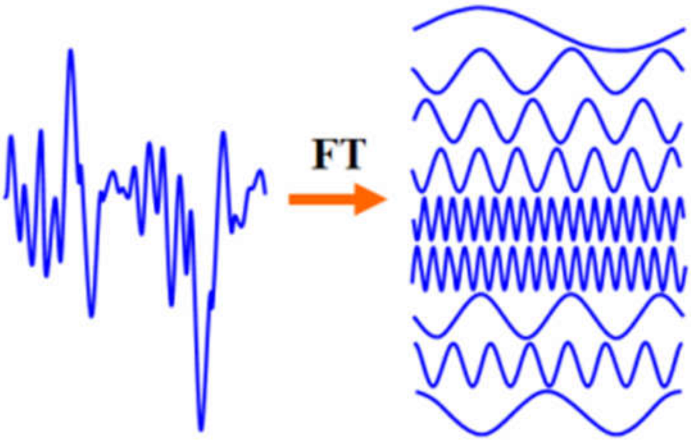
در روش تاریخچه زمانی با استفاده از انتگرال دوهامل، نیروی خارجی به بارهای ضربه‌ای کوچک تقسیم می‌گردد. در این روش محدوده فعالیت‌ها، در حوزه‌ی زمانی (Time Domain) است.

در روش دیگر با استفاده از تبدیل فوریه، نیروی خارجی (زلزله) به مجموعه‌ای از توابع سینوسی و کسینوسی تبدیل می‌گردد. یکی از مزیت‌های این روش آن است که امکان قضاوت و تصمیم‌گیری را برای ما فراهم می‌کند. یکی از این قضاوت‌ها در مورد شناسایی فرکانس‌های غالب و موثر نیروی خارجی بر سازه می‌باشد. شناسایی فرکانس‌های غالب، به طور مثال در مورد زلزله، می‌تواند ما را در تصفیه (filtering) کمک کند. به همین دلیل در این روش محدوده فعالیت‌ها، در حوزه‌ی فرکانسی (Frequency Domain) است.

SDOF: Frequency Domain Analysis

I. تحلیل دینامیکی در حوزه فرکانسی- تبدیل فوریه

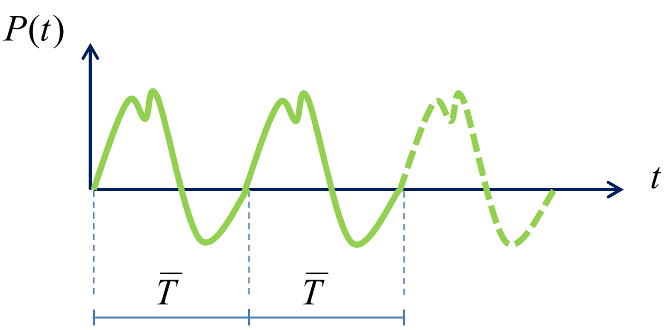
تبدیل فوریه (Fourier Transformation) یکی از تکنیک‌های بنیادین ریاضی است که به کمک آن می‌توان یک تابع معمولی را به تعداد زیادی حرکت‌های هارمونیک ساده با فرکانس‌های متفاوت تبدیل کرد. زمانی که نیروی خارجی به کمک تبدیل فوریه به تعداد زیادی عبارت‌های حرکت‌های هارمونیک ساده بسط داده می‌شود؛ پاسخ سازه در اثر هر عبارت با استفاده از روش‌های راه حل بارگذاری هارمونیک ساده به دست می‌آید. بعد از آن که پاسخ هر یک از عبارت‌های بارگذاری هارمونیک ساده به دست آمد پاسخ سازه در اثر کل نیروی خارجی از جمع تمامی آن پاسخ‌ها به دست می‌آید.



SDOF: Frequency Domain Analysis

I. تحلیل دینامیکی در حوزه فرکانسی- تبدیل فوریه

نیروی تناوبی p(t) را در نظر بگیرید. این نیرو را می‌توان به صورت یک سری از توابع سینوسی و کسینوسی نوشت:



$$p(t) = a_0 + a_1 \cos(\overline{\omega} t) + a_2 \cos(2\overline{\omega} t) + \cdots + b_1 \sin(\overline{\omega} t) + b_2 \sin(2\overline{\omega} t) + \cdots$$

$$\Rightarrow \boxed{p(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n Cos(n\overline{\omega} t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n Sin(n\overline{\omega} t)} \quad (1)$$

I. تحلیل دینامیکی در حوزه فرکانسی- تبدیل فوریه

که در آن ضرایب سری‌های فوریه به صورت زیر است:

$0 \le t \le \overline{T}$	(حالت کلی)
$a_0 = \frac{1}{\overline{T}} \int_{\overline{T}} p(t)dt$	$a_0 = \frac{1}{\overline{T}} \int_c^{c+\overline{T}} p(t)\,dt$
$a_n = \frac{2}{\overline{T}} \int_{\overline{T}} p(t)\,Cos(n\overline{\omega}t)dt$	$a_n = \frac{2}{\overline{T}} \int_c^{c+\overline{T}} p(t)\,Cos(\frac{2n\pi}{\overline{T}}t)dt$
$b_n = \frac{2}{\overline{T}} \int_{\overline{T}} p(t)\,Sin(n\overline{\omega}t)dt$	$b_n = \frac{2}{\overline{T}} \int_c^{c+\overline{T}} p(t)\,Sin(\frac{2n\pi}{\overline{T}}t)dt$

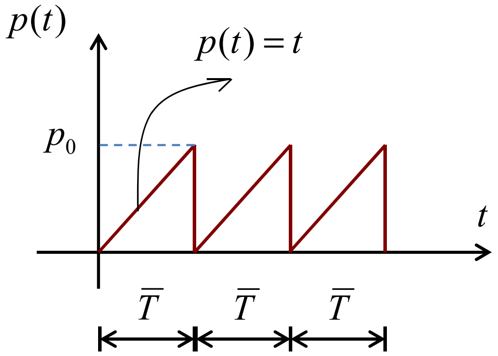
(2)

$$if\;\; p(t): even\;\; function \;\Rightarrow\; p(-t)=p(t) \;\Rightarrow\; b_n=0 \;\overset{(1)}{\Rightarrow}\; \boxed{p(t)=a_0+\sum_{n=1}^{\infty} a_n Cos(n\overline{\omega}t)} \quad (3)$$

$$if\;\; p(t): odd\;\; function \;\Rightarrow\; p(-t)=-p(t) \;\Rightarrow\; a_n=0 \;\overset{(1)}{\Rightarrow}\; \boxed{p(t)=a_0+\sum_{n=1}^{\infty} b_n Sin(n\overline{\omega}t)} \quad (4)$$

I. تحلیل دینامیکی در حوزه فرکانسی- تبدیل فوریه

مثال ۱- رابطه نیروی خارجی نشان داده شده در شکل زیر را با استفاده از تبدیل فوریه به صورت سری‌های فوریه بنویسید.

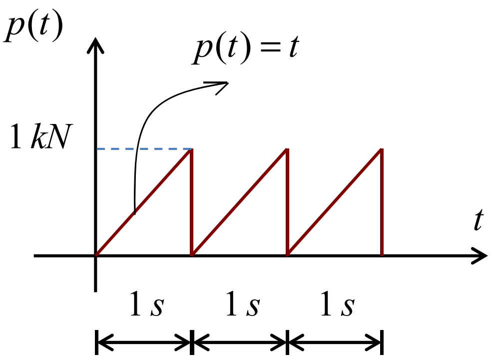


$\overline{T} = 1\,(\sec)$

$p_0 = 1\,(kN)$

SDOF: Frequency Domain Analysis

I. تحلیل دینامیکی در حوزه فرکانسی- تبدیل فوریه



پاسخ مثال ۱-

$$\boxed{a_0=\frac{1}{2}}$$

$$\boxed{a_n=0}$$

با استفاده از انتگرال جزء به جزء

$$\int udv = uv - \int vdu$$

$$u=t\,,\,dv=Sin(2n\pi\,t)dt$$

$$\boxed{b_n=-\frac{1}{n\pi}}$$

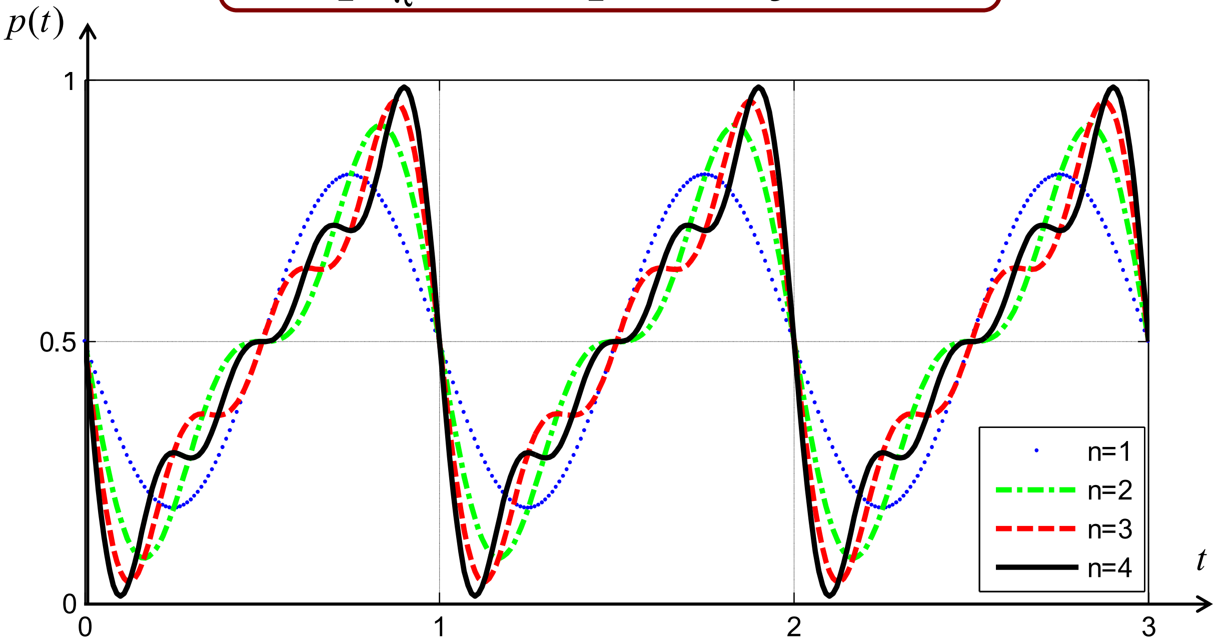
SDOF: Frequency Domain Analysis

I. تحلیل دینامیکی در حوزه فرکانسی- تبدیل فوریه

پاسخ مثال ۱-

$$(4)\quad \Rightarrow \quad p(t)=a_0+\sum_{n=1}^{\infty} b_n Sin(n\bar{\omega}t) \quad \Rightarrow \quad p(t)=\frac{1}{2}-\frac{1}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}Sin(2n\pi\,t)$$

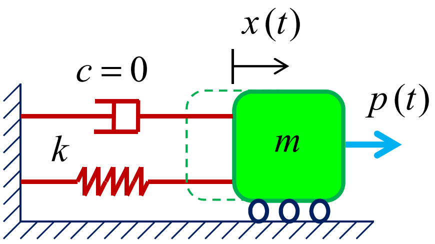
$$\Rightarrow \boxed{P(t)=\frac{1}{2}-\frac{1}{\pi}(Sin\,2\pi\,t+\frac{1}{2}Sin\,4\pi\,t+\frac{1}{3}Sin\,6\pi\,t+...)}$$



نمودار نیروی خارجی بر حسب سری فوریه برای n های متفاوت

SDOF: Frequency Domain Analysis

II. پاسخ سیستم SDOF بدون میرایی در اثر بار تناوبی



معادله حرکت سیستم SDOF بدون میرایی در اثر بار تناوبی p(t) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\boxed{m\,\ddot{x}(t)+k\,x(t)=p(t)} \qquad (5)$$

با توجه به رابطه بار تناوبی p(t)، پاسخ دائمی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\boxed{\begin{array}{lll} if \quad p(t)=p_0\sin(\overline{\omega}t) & \Rightarrow & x_S(t)=\dfrac{p_0}{k}\dfrac{1}{1-\beta^2}\sin(\overline{\omega}\,t) \\ if \quad p(t)=p_0\cos(\overline{\omega}t) & \Rightarrow & x_S(t)=\dfrac{p_0}{k}\dfrac{1}{1-\beta^2}\cos(\overline{\omega}\,t) \\ if \quad p(t)=p_0 & \Rightarrow & x_S(t)=\dfrac{p_0}{k} \end{array}} \qquad (6)$$

که در آن

$$\beta=\frac{\overline{\omega}}{\omega}$$

SDOF: Frequency Domain Analysis

II. پاسخ سیستم SDOF بدون میرایی در اثر بار تناوبی

$$(6) \quad \Rightarrow \quad x_S(t)=\frac{a_0}{k}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{k}\frac{1}{1-\beta_n^{\,2}}\cos(n\overline{\omega}t)+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{b_n}{k}\frac{1}{1-\beta_n^{\,2}}\sin(n\overline{\omega}t)$$

$$\Rightarrow \boxed{x_S(t)=\frac{1}{k}\left[a_0+\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a_n Cos(n\overline{\omega}t)+b_n Sin(n\overline{\omega}t)}{(1-\beta_n^{\,2})}\right)\right]} \qquad (7)$$

پاسخ دائمی سیستم SDOF بدون میرایی در اثر بار تناوبی p(t)

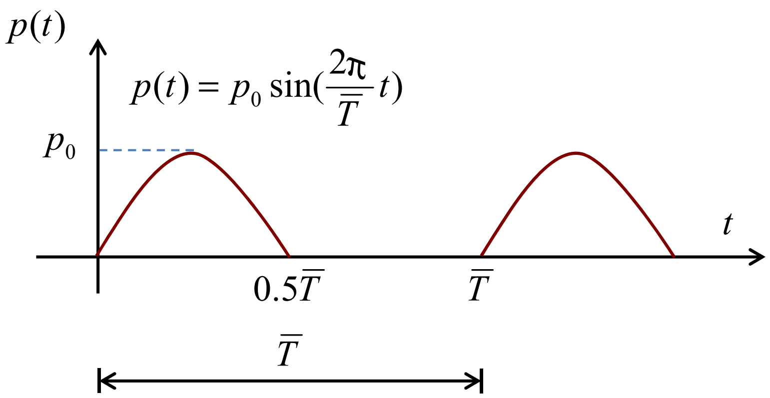
که در آن

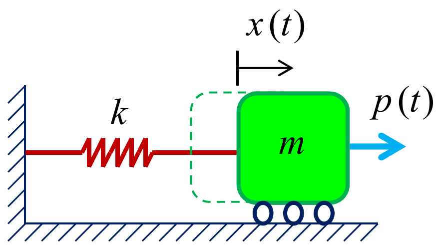
$$\boxed{\beta_n=\frac{n\overline{\omega}}{\omega}} \qquad (8)$$

SDOF: Frequency Domain Analysis

II. پاسخ سیستم SDOF بدون میرایی در اثر بار تناوبی

مثال ۲– با استفاده از تبدیل فوریه پاسخ دائم سیستم SDOF نشان داده شده در شکل زیر را به دست آورید.

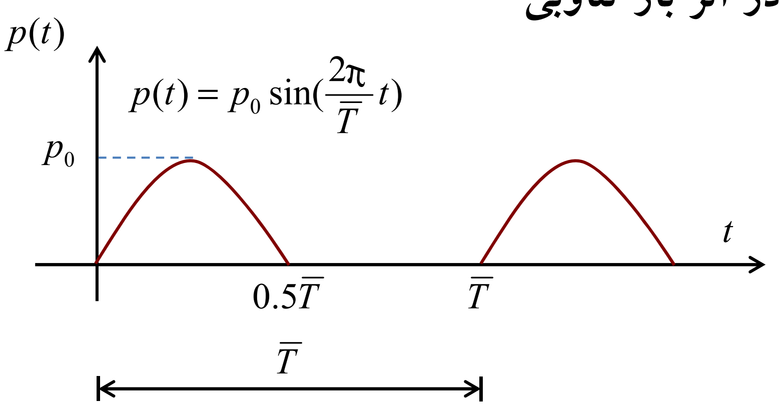




$$\frac{\overline{T}}{T} = \frac{4}{3}$$

SDOF: Frequency Domain Analysis

II. پاسخ سیستم SDOF بدون میرایی در اثر بار تناوبی



پاسخ مثال ۲–

$$\boxed{a_0 = \frac{p_0}{\pi}}$$

$$\boxed{\begin{cases} a_n = 0 & n = odd \\ a_n = \dfrac{p_0}{\pi}\dfrac{2}{1-n^2} & n = even \end{cases}}$$

$$\boxed{\begin{cases} b_n = \dfrac{p_0}{2} & n = 1 \\ b_n = 0 & n > 1 \end{cases}}$$

SDOF: Frequency Domain Analysis

II. پاسخ سیستم SDOF بدون میرایی در اثر بار تناوبی

پاسخ مثال ۲-

$$(1) \quad \Rightarrow \quad p(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n Cos(n\bar{\omega}t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n Sin(n\bar{\omega}t)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{p(t) = \frac{p_0}{\pi}[1 + \frac{\pi}{2} Sin(\bar{\omega}t) - \frac{2}{3} Cos(2\bar{\omega}t) - \frac{2}{15} Cos(4\bar{\omega}t) - \cdots]}$$

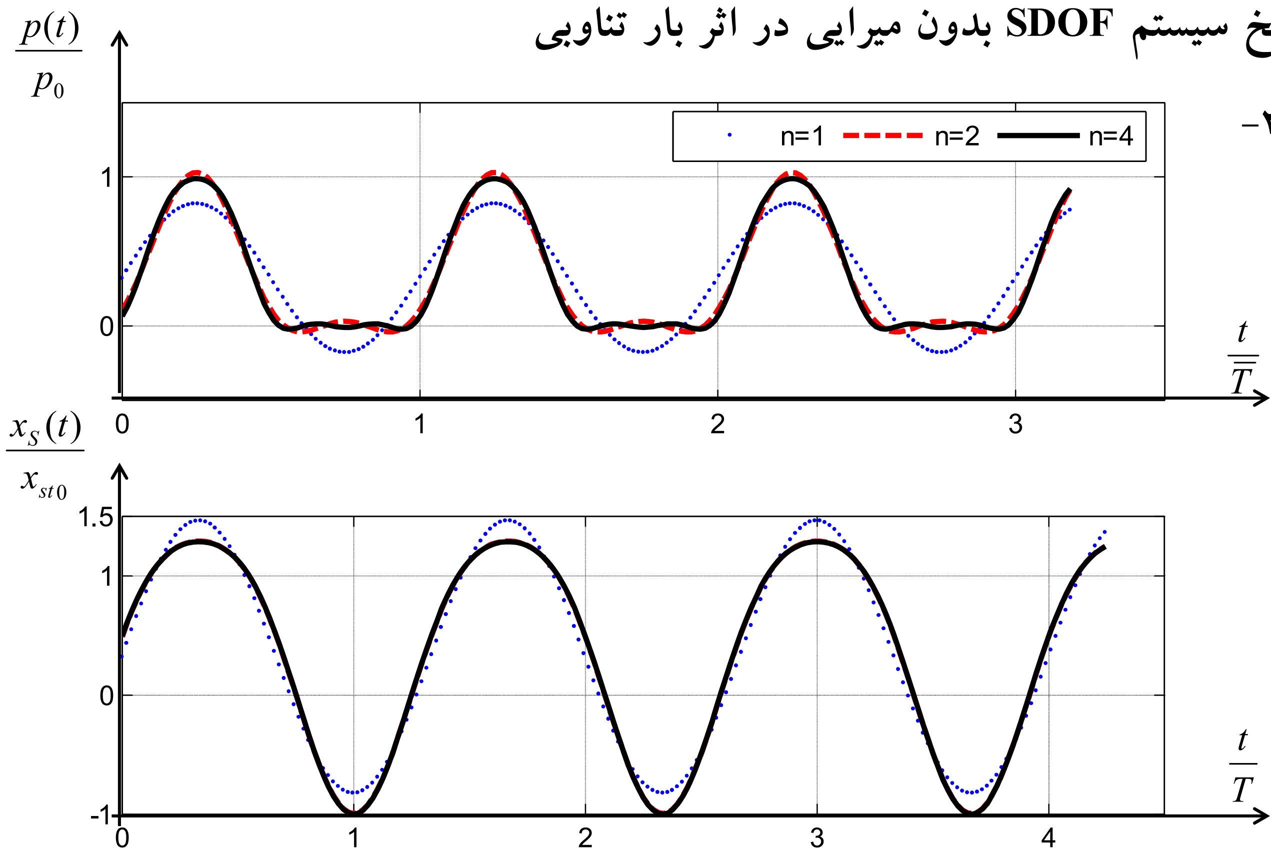
$$(7) \quad \Rightarrow \quad x_S(t) = \frac{a_0}{k} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{k} \frac{1}{1-\beta_n{}^2} \cos(n\bar{\omega}t) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{k} \frac{1}{1-\beta_n{}^2} \sin(n\bar{\omega}t)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{x_S(t) = \frac{p_0}{k\pi}\left[1 + \frac{8\pi}{7} Sin(\bar{\omega}t) + \frac{8}{15} Cos(2\bar{\omega}t) + \frac{1}{60} Cos(4\bar{\omega}t) + \cdots\right]}$$

SDOF: Frequency Domain Analysis

II. پاسخ سیستم SDOF بدون میرایی در اثر بار تناوبی

پاسخ مثال ۲-

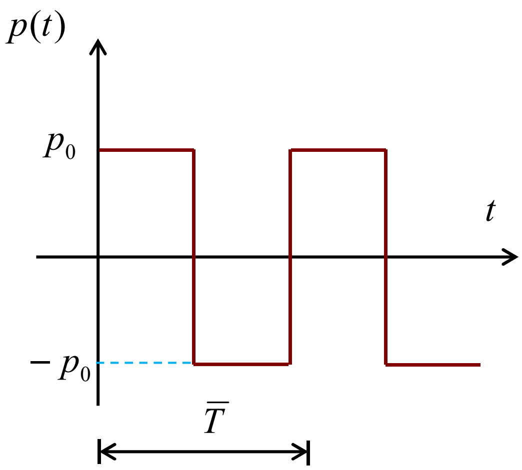


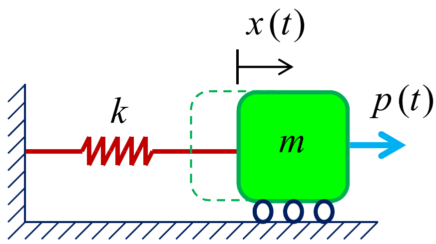
نمودار نیروی خارجی و پاسخ دائم بر حسب سری فوریه برای n های متفاوت و $p_0 = 10, \bar{\omega} = 2, m = 1$

II. پاسخ سیستم SDOF بدون میرایی در اثر بار تناوبی

مثال ۳– با استفاده از تبدیل فوریه پاسخ دائم سیستم SDOF نشان داده شده در شکل زیر را به دست آورید.

همچنین طیف نیرو و جواب با فرض $\beta = \frac{1}{6}$ رسم نمایید.

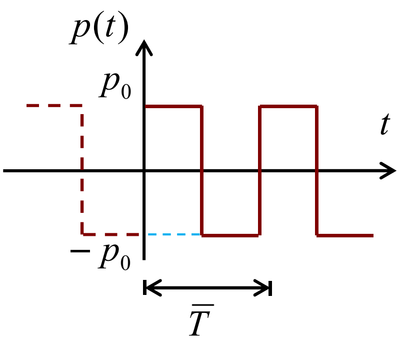




SDOF: Frequency Domain Analysis

II. پاسخ سیستم SDOF بدون میرایی در اثر بار تناوبی

پاسخ مثال ۳–

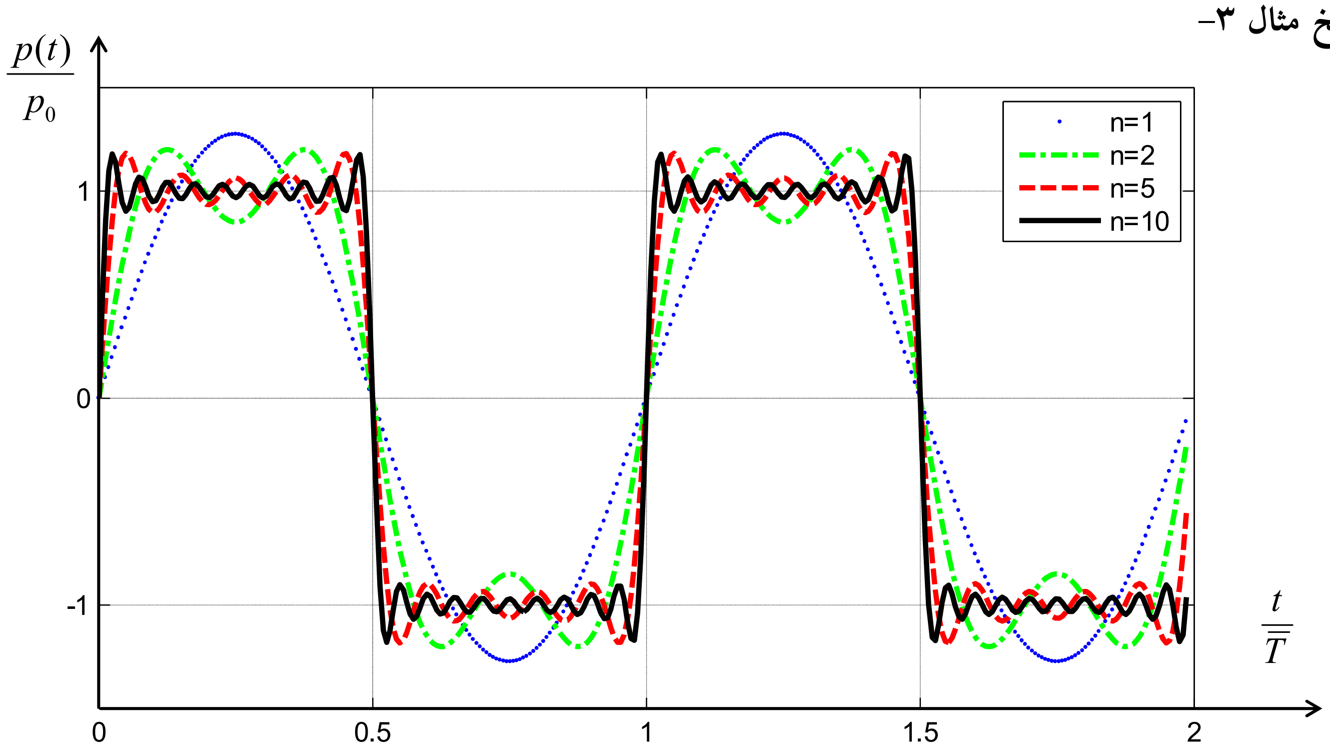


$$\boxed{b_n = \frac{4p_0}{n\pi} \qquad (n = 1, 3, 5, \cdots, 2i-1)}$$

SDOF: Frequency Domain Analysis

II. پاسخ سیستم SDOF بدون میرایی در اثر بار تناوبی

پاسخ مثال ۳-



نمودار نیروی خارجی بر حسب سری فوریه برای n های متفاوت

SDOF: Frequency Domain Analysis

II. پاسخ سیستم SDOF بدون میرایی در اثر بار تناوبی

پاسخ مثال ۳-

با توجه به رابطه نیرو

$$\Rightarrow \quad p(t)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4p_0}{(2n-1)\pi}Sin([2n-1]\overline{\omega}t) \quad \Rightarrow \quad \boxed{p_n=\frac{4p_0}{(2n-1)\pi}}$$

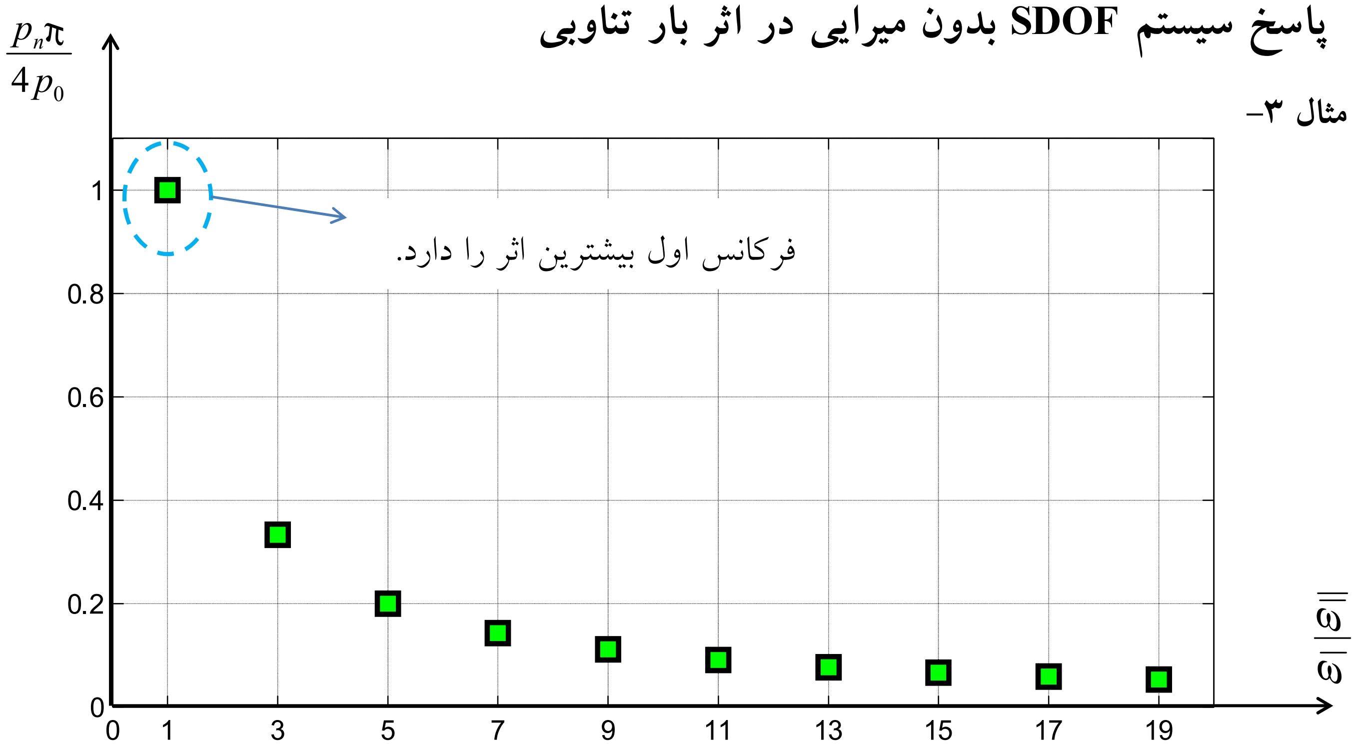
p_n : مقدار نیروی ماکزیمم برای هریک از جمله‌های $p_n Sin([2n-1]\overline{\omega}t)$ به ازای فرکانس نیروی خارجی $\overline{\overline{\omega}}=[2n-1]\overline{\omega}$

$$p_n=\frac{4p_0}{(2n-1)\pi} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{p_n\pi}{4p_0}=\frac{1}{(2n-1)}}$$

طیف نیروی خارجی منحنی است که به ازای مقادیر مختلف $\overline{\overline{\omega}}$ (در صورتی که سایر $\overline{\overline{\omega}}$ ها را در نظر نگیریم) حداکثر نیروی خارجی را به ما می‌دهد. به طور مثال نیروی ماکزیمم به ازای $\overline{\overline{\omega}}_3$ بدون در نظر گرفتن نیرو در فرکانس‌های $\overline{\overline{\omega}}_1, \overline{\overline{\omega}}_2, \overline{\overline{\omega}}_4, \ldots$

II. پاسخ سیستم SDOF بدون میرایی در اثر بار تناوبی

پاسخ مثال ۳-



طیف نیروی خارجی در حوزه فرکانسی

این نمودار نشان می‌دهد که اولین فرکانس بیشترین مقدار نیرو را نسبت به سایر فرکانس‌های p(t) دارد.

II. پاسخ سیستم SDOF بدون میرایی در اثر بار تناوبی

پاسخ مثال ۳-

$$\boxed{a_0 = a_n = 0}$$

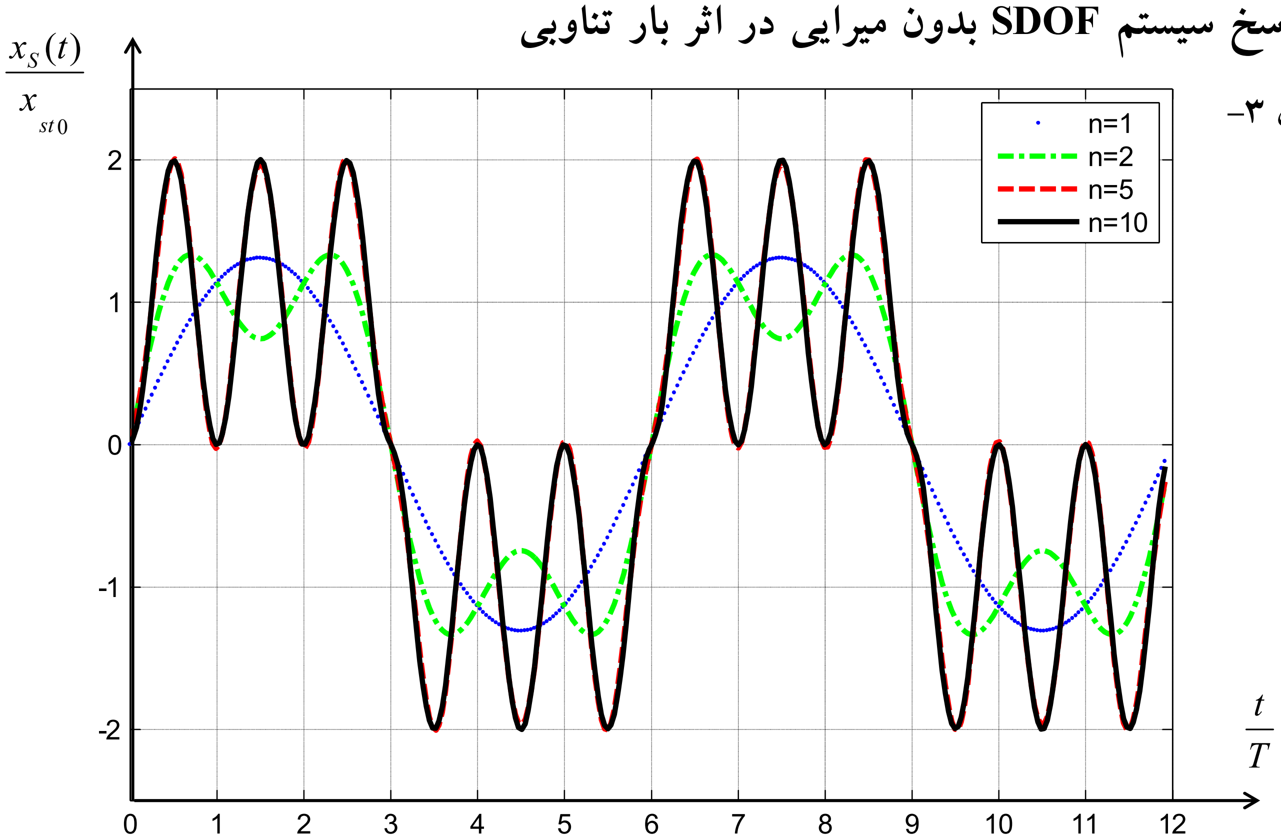
$$\boxed{b_n = \frac{4p_0}{n\pi} \quad (n = 1, 3, 5, \cdots, 2i-1)}$$

$$\Rightarrow \boxed{x_S(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4p_0 Sin([2n-1]\bar{\omega}t)}{k\pi(2n-1)\left[1-\left(\frac{(2n-1)\bar{\omega}}{\omega}\right)^2\right]} \right)}$$

SDOF: Frequency Domain Analysis

.II پاسخ سیستم SDOF بدون میرایی در اثر بار تناوبی

پاسخ مثال ۳–



نمودار پاسخ دائم بر حسب سری فوریه برای n های متفاوت و $p_0 = 10, \beta = \frac{1}{6}$

SDOF: Frequency Domain Analysis

.II پاسخ سیستم SDOF بدون میرایی در اثر بار تناوبی

پاسخ مثال ۳–

با توجه به رابطه پاسخ دائمی

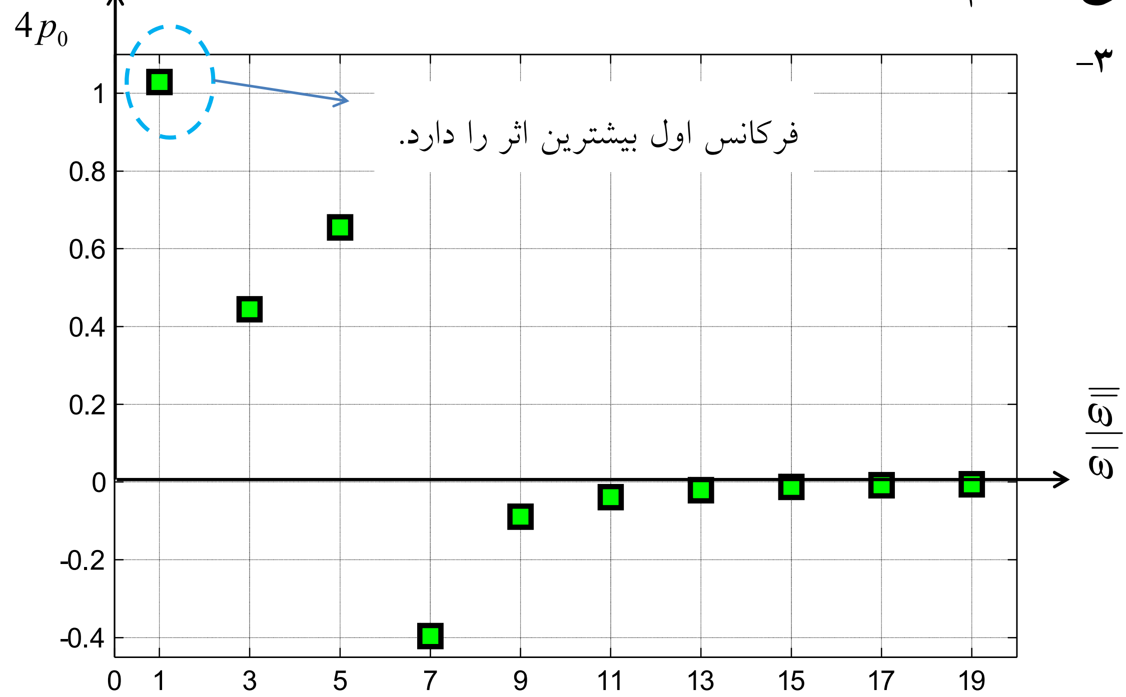
$$\Rightarrow \quad x_S(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4p_0 Sin([2n-1]\overline{\omega}t)}{k\pi(2n-1)\left[1-\left(\frac{(2n-1)\overline{\omega}}{\omega}\right)^2\right]} \right) \quad \Rightarrow \quad \boxed{x_n = \frac{4p_0}{k\pi(2n-1)\left[1-\left(\frac{(2n-1)\overline{\omega}}{\omega}\right)^2\right]}}$$

x_n: مقدار پاسخ ماکزیمم برای هریک از جمله‌های $x_n Sin([2n-1]\overline{\omega}t)$ به ازای فرکانس نیروی خارجی $\overline{\overline{\omega}} = [2n-1]\overline{\omega}$

$$x_n = \frac{4p_0}{k\pi(2n-1)\left[1-\left(\frac{(2n-1)\overline{\omega}}{\omega}\right)^2\right]} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{k\pi x_n}{4p_0} = \frac{1}{(2n-1)\left[1-\left(\frac{(2n-1)\overline{\omega}}{\omega}\right)^2\right]}}$$

II. پاسخ سیستم SDOF بدون میرایی در اثر بار تناوبی

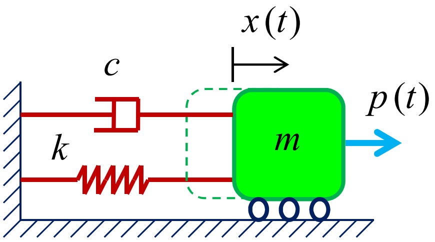
پاسخ مثال ۳-



طیف پاسخ دائمی در حوزه فرکانسی در حالت $\beta = \frac{1}{6}$

این نمودار نشان می‌دهد که اولین فرکانس بیشترین مقدار جابجایی را نسبت به سایر فرکانس‌ها دارد.

III. پاسخ سیستم SDOF با میرایی در اثر بار تناوبی



معادله حرکت سیستم SDOF با میرایی در اثر بار تناوبی p(t) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\boxed{m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + k\,x(t) = p(t)} \quad (9)$$

با توجه به رابطه بار تناوبی p(t)، پاسخ دائمی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned}
&if \quad p(t) = p_0 \sin(\overline{\omega} t) \quad \Rightarrow \quad x_S(t) = \frac{p_0}{k}\frac{(1-\beta^2)\sin(\overline{\omega}\,t) - 2\xi\beta\cos(\overline{\omega}\,t)}{(2\xi\beta)^2 + (1-\beta^2)^2} \\
&if \quad p(t) = p_0 \cos(\overline{\omega} t) \quad \Rightarrow \quad x_S(t) = \frac{p_0}{k}\frac{2\xi\beta\sin(\overline{\omega}\,t) + (1-\beta^2)\cos(\overline{\omega}\,t)}{(2\xi\beta)^2 + (1-\beta^2)^2} \\
&if \quad p(t) = p_0 \quad \Rightarrow \quad x_S(t) = \frac{p_0}{k}
\end{aligned} \quad (10)$$

III. پاسخ سیستم SDOF با میرایی در اثر بار تناوبی

$$(10) \quad \Rightarrow$$

$$x_S(t)=\frac{a_0}{k}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{k}\frac{2\xi\beta_n\sin(n\bar{\omega}\,t)+(1-\beta_n{}^2)\cos(n\bar{\omega}\,t)}{(2\xi\beta_n)^2+(1-\beta_n{}^2)^2}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{b_n}{k}\frac{(1-\beta_n{}^2)\sin(n\bar{\omega}\,t)-2\xi\beta_n\cos(n\bar{\omega}\,t)}{(2\xi\beta_n)^2+(1-\beta_n{}^2)^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{x_S(t)=\frac{1}{k}\left[a_0+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{[a_n(2\xi\beta_n)+b_n(1-\beta_n{}^2)]\sin(n\bar{\omega}\,t)+[a_n(1-\beta_n{}^2)-b_n(2\xi\beta_n)]\cos(n\bar{\omega}\,t)}{(2\xi\beta_n)^2+(1-\beta_n{}^2)^2}\right]} \quad (11)$$

پاسخ دائمی سیستم SDOF با میرایی در اثر بار تناوبی p(t)

IV. تبدیل بار تناوبی با استفاده از صورت نمایی سری فوریه

بار تناوبی p(t) با استفاده از رابطه (۱) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\boxed{p(t)=a_0+\sum_{n=1}^{\infty}a_n Cos(n\bar{\omega}t)+\sum_{n=1}^{\infty}b_n Sin(n\bar{\omega}t)}$$

تکرار رابطه (1)

براساس روابط مثلثاتی داریم:

$$\boxed{\begin{aligned}Cos(n\bar{\omega}t)&=\frac{1}{2}(e^{in\bar{\omega}t}+e^{-in\bar{\omega}t})\\ Sin(n\bar{\omega}t)&=-\frac{i}{2}(e^{in\bar{\omega}t}-e^{-in\bar{\omega}t})\end{aligned}} \quad (12)$$

$$(12) \quad \Rightarrow \quad \boxed{p(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}C_n e^{in\bar{\omega}t}} \quad (13)$$

که در آن

$$C_n=\frac{1}{T}\int_T p(t)e^{-in\bar{\omega}t}dt \quad \Rightarrow \quad \boxed{C_n=\frac{1}{2}(a_n-ib_n)} \quad (14)$$

C_n: تبدیل فوریه می‌نامیم

$$(-\infty\,,0)\,\cup\,\underbrace{\{0\}}_{a_0}\,\cup\,(0\,,\infty)$$

SDOF: Frequency Domain Analysis

IV. پاسخ سیستم SDOF با میرایی در اثر بار تناوبی (صورت نمایی سری فوریه)

پاسخ سیستم SDOF با میرایی به صورت زیر به دست می‌آید:

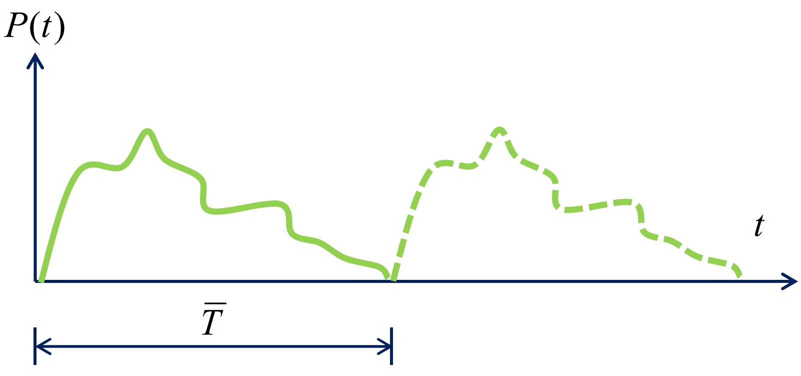
$$\boxed{x = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \, H(n\overline{\omega}) \, e^{in\overline{\omega}t}} \quad (15)$$

که در آن

$$\boxed{H(n\overline{\omega}) = \frac{1}{k(-n^2\beta^2{}_n + 2i\pi\beta_n\xi + 1)}} \quad (16)$$

SDOF: Frequency Domain Analysis

V. پاسخ سیستم SDOF با میرایی در اثر بار غیر مشخص با استفاده از انتگرال فوریه



برای استفاده از سری فوریه برای چنین نیرویی، ابتدا باید یک دوره تناوب برای این بار در نظر بگیریم (یعنی تناوبی بودن نیرو را که از شرایط سری فوریه است برقرار سازیم). حال برای محاسبه دقیق جواب باید این دوره تناوب را به سمت بی‌نهایت میل دهیم تا شرایط واقعی مساله (غیرتناوبی بودن نیرو) به هم نخورد. جواب این مساله، انتگرال فوریه خواهد بود. در ضمن تابعی پیوسته‌ای از $\overline{\omega}$ خواهیم داشت.

V. پاسخ سیستم SDOF با میرایی در اثر بار غیر مشخص با استفاده از انتگرال فوریه

رابطه نیروی غیرمشخص به صورت زیر است:

$$\boxed{p(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}C(\bar{\omega})e^{-i\bar{\omega}t}d\bar{\omega}} \qquad (17)$$

که در آن تبدیل فوریه $C(\bar{\omega})$ برابر است با

$$\boxed{C(\bar{\omega})=\int_{-\infty}^{\infty}p(t)e^{-i\bar{\omega}t}dt} \qquad (18)$$

پاسخ سیستم SDOF با میرایی به صورت زیر به دست می‌آید:

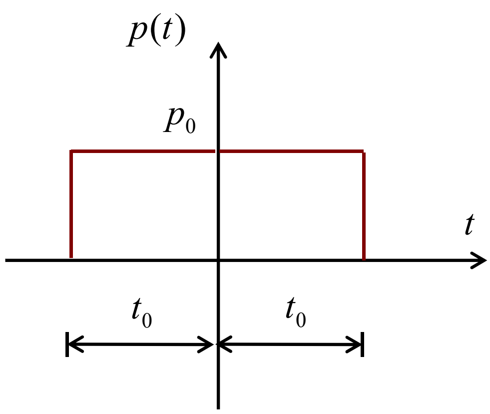
$$\boxed{x=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}C(\bar{\omega})H(\bar{\omega})e^{i\bar{\omega}t}d\bar{\omega}} \qquad (19)$$

که در آن

$$\boxed{H(\bar{\omega})=\frac{1}{k(-\beta^{2}+2i\beta\xi+1)}} \qquad (20)$$

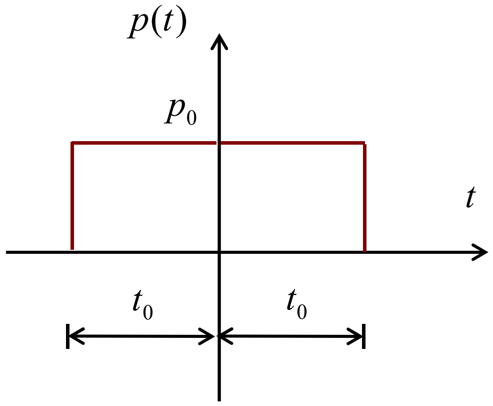
V. پاسخ سیستم SDOF با میرایی در اثر بار غیر مشخص با استفاده از انتگرال فوریه

مثال ۴– تبدیل فوریه نیروی پله‌ای مقابل را به دست آورده و بر حسب $\bar{\omega}$ آن را رسم نمایید.



V. پاسخ سیستم SDOF با میرایی در اثر بار غیر مشخص با استفاده از انتگرال فوریه

پاسخ مثال ۴-

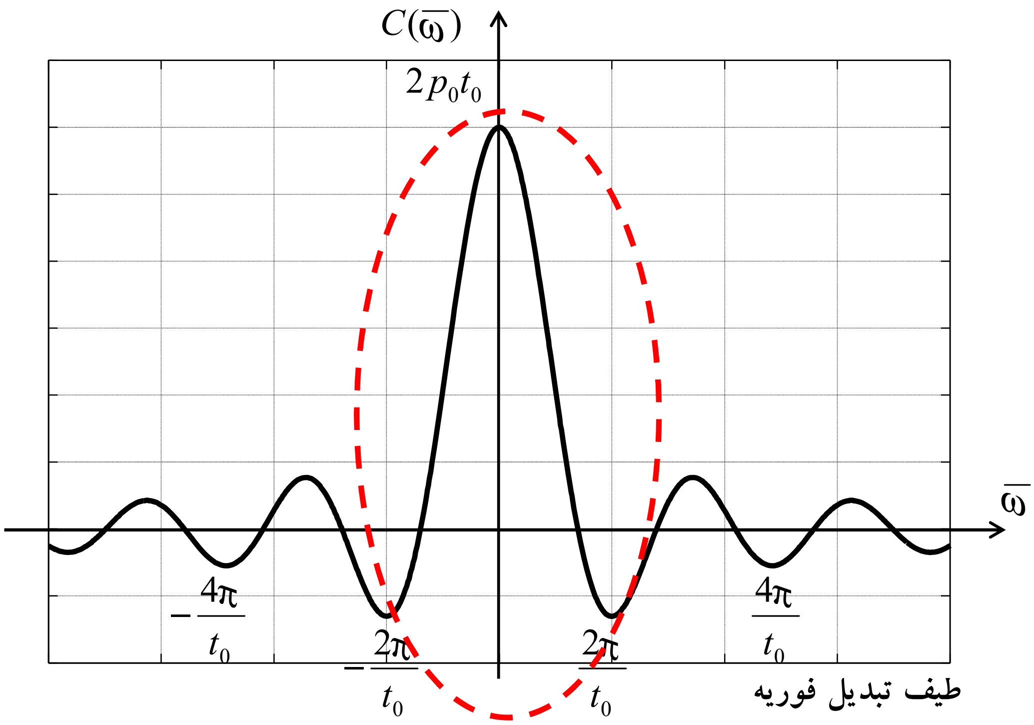


$$\Rightarrow \boxed{C(\bar{\omega}) = 2p_0t_0\frac{\sin(\bar{\omega}t_0)}{\bar{\omega}t_0}}$$

$$\boxed{p(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{p_0}{-i\bar{\omega}}(e^{-i\bar{\omega}t_0} - e^{i\bar{\omega}t_0})e^{-i\bar{\omega}t}d\bar{\omega} = \ldots}$$

V. پاسخ سیستم SDOF با میرایی در اثر بار غیر مشخص با استفاده از انتگرال فوریه

پاسخ مثال ۴-



نمودار$C(\bar{\omega})$ نشان می‌دهد که قسمت اعظم p(t) (که در انتگرال فوریه موثر است)، قسمت مرکزی$C(\bar{\omega})$ است