



دانشگاه کردستان
University of Kurdistan
زانکۆی کوردستان

تحلیل سازه‌ها

تغییر شکل در تیرهای معین – تمرین

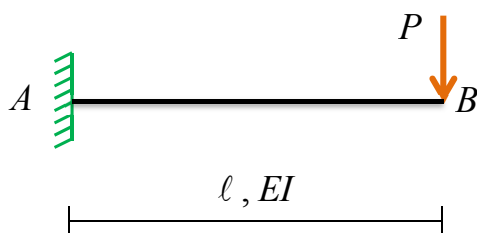
تهیه کننده: کاوه کرمی
دانشیار مهندسی سازه

<https://prof.uok.ac.ir/Ka.Karami>

تغییر شکل در تیرهای معین

انتگرال گیری مستقیم

تمرین ۱- با استفاده از روش انتگرال گیری مستقیم در تیر نشان داده شده مطلوب است تعیین:



الف- معادله خیز در طول تیر. $y_{(x)} = ?$

ب- معادله شیب در طول تیر. $\theta_{(x)} = ?$

ج- مقدار خیز در گره B. $y_B = ?$

د- مقدار شیب در گره B. $\theta_B = ?$

پاسخ تمرین ۱-

$$\ell \geq x \geq 0 @ \Rightarrow \begin{cases} \theta_{(x)} = -\frac{px^2}{2EI} + \frac{p\ell^2}{2EI} \\ y_{(x)} = -\frac{px^3}{6EI} + \frac{p\ell^2x}{2EI} - \frac{p\ell^3}{3EI} \end{cases}$$

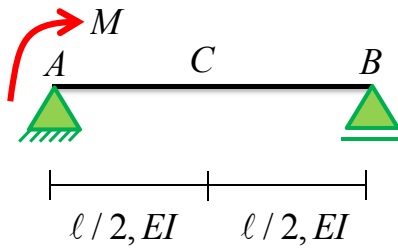
$$y_B = -\frac{p\ell^3}{3EI}$$

$$\theta_B = \frac{p\ell^2}{2EI}$$

تغییر شکل در تیرهای معین

انتگرال گیری مستقیم

تمرین ۲- با استفاده از روش انتگرال گیری مستقیم در تیر نشان داده شده مطلوب است تعیین:



الف- معادله خیز در طول تیر. $y_{(x)} = ?$

ب- معادله شیب در طول تیر. $\theta_{(x)} = ?$

پ- مقدار خیز در گره C. $y_C = ?$

ج- مقدار شیب در گره A. $\theta_A = ?$

چ- مقدار شیب در گره B. $\theta_B = ?$

پاسخ تمرین ۲-

$$\ell \geq x \geq 0 @ \Rightarrow \begin{cases} \theta_{(x)} = \frac{Mx^2}{2EI\ell} - \frac{M\ell}{6EI} \\ y_{(x)} = \frac{Mx^3}{6EI\ell} - \frac{M\ell x}{6EI} \end{cases}$$

$$\theta_B = -\frac{M\ell}{6EI}$$

$$\theta_A = \frac{M\ell}{3EI}$$

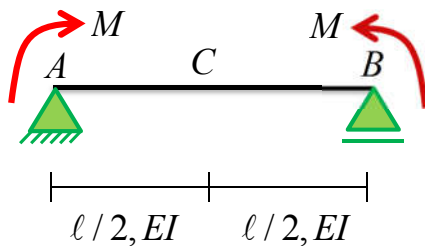
$$y_C = -\frac{M\ell^2}{16EI}$$

3

تغییر شکل در تیرهای معین

انتگرال گیری مستقیم

تمرین ۳- با استفاده از روش انتگرال گیری مستقیم در تیر نشان داده شده مطلوب است تعیین:



الف- معادله خیز در طول تیر. $y_{(x)} = ?$

ب- معادله شیب در طول تیر. $\theta_{(x)} = ?$

پ- مقدار خیز در گره C. $y_C = ?$

ج- مقدار شیب در گره A. $\theta_A = ?$

چ- مقدار شیب در گره B. $\theta_B = ?$

پاسخ تمرین ۳-

$$@0 \leq x \leq \ell \Rightarrow \begin{cases} \theta_{(x)} = \frac{Mx}{EI} - \frac{M\ell}{2EI} \\ y_{(x)} = \frac{Mx^2}{2EI} - \frac{M\ell x}{2EI} \end{cases}$$

$$y_C = -\frac{M\ell^2}{8EI}$$

$$\theta_A = -\frac{M\ell}{2EI}$$

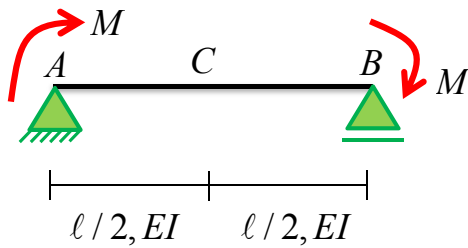
$$\theta_B = \frac{M\ell}{2EI}$$

4

تغییر شکل در تیرهای معین

انتگرال گیری مستقیم

تمرین ۴- با استفاده از روش انتگرال گیری مستقیم در تیر نشان داده شده مطلوب است تعیین:



الف- معادله خیز در طول تیر. $y_{(x)} = ?$

ب- معادله شیب در طول تیر. $\theta_{(x)} = ?$

پ- مقدار خیز در گره C. $y_C = ?$

ج- مقدار شیب در گره A. $\theta_A = ?$

چ- مقدار شیب در گره B. $\theta_B = ?$

پاسخ تمرین ۴-

$$@0 \leq x \leq l \Rightarrow \begin{cases} \theta_{(x)} = -\frac{Mx^2}{EI\ell} + \frac{Mx}{EI} - \frac{M\ell}{6EI} \\ y_{(x)} = -\frac{Mx^3}{3EI\ell} + \frac{Mx^2}{2EI} - \frac{M\ell x}{6EI} \end{cases}$$

$$y_C = 0$$

$$\theta_A = -\frac{M\ell}{6EI}$$

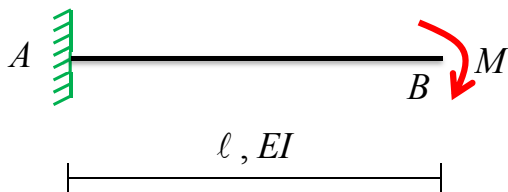
$$\theta_B = -\frac{M\ell}{6EI}$$

5

تغییر شکل در تیرهای معین

انتگرال گیری مستقیم

تمرین ۵- با استفاده از روش انتگرال گیری مستقیم در تیر نشان داده شده مطلوب است تعیین:



الف- معادله خیز در طول تیر. $y_{(x)} = ?$

ب- معادله شیب در طول تیر. $\theta_{(x)} = ?$

ج- مقدار خیز در گره B. $y_B = ?$

د- مقدار شیب در گره B. $\theta_B = ?$

پاسخ تمرین ۵-

$$\ell \geq x \geq 0 @ \Rightarrow \begin{cases} \theta_{(x)} = -\frac{Mx}{EI} + \frac{M\ell}{EI} \\ y_{(x)} = -\frac{Mx^2}{2EI} + \frac{M\ell x}{EI} - \frac{M\ell^2}{2EI} \end{cases}$$

$$y_B = -\frac{M\ell^2}{2EI}$$

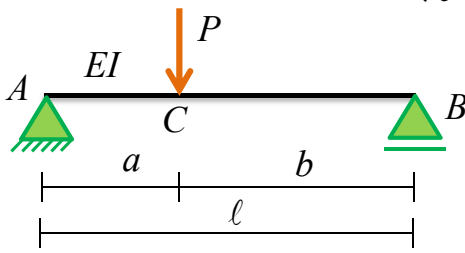
$$\theta_B = \frac{M\ell}{EI}$$

6

تغییر شکل در تیرهای معین

انتگرال گیری مستقیم

تمرین ۶- با استفاده از روش انتگرال گیری مستقیم در تیر نشان داده شده مطلوب است:



الف- معادله شیب در طول تیر. $\theta_{(x)} = ?$

ب- معادله خیز در طول تیر. $y_{(x)} = ?$

پ- مقدار شیب در دو انتهای تیر. $\theta_A = ?$ & $\theta_B = ?$

ج- مقدار خیز در گره C. $y_C = ?$

د- مقدار خیز ماکزیمم و محل آن. $y_{\max} = ?$

پاسخ تمرین ۶-

$$@0 \leq x \leq a \Rightarrow \begin{cases} \theta_{(x)} = \frac{Pbx^2}{2EI\ell} - \frac{Pba(b+\ell)}{6EI\ell} \\ y_{(x)} = \frac{Pbx^3}{6EI\ell} - \frac{Pba(b+\ell)x}{6EI\ell} \end{cases}$$

$$@0 \leq x \leq b \Rightarrow \begin{cases} \theta_{(x)} = -\frac{Pax^2}{2EI\ell} + \frac{Pbax}{EI\ell} + \frac{Pba(a-b)}{3EI\ell} \\ y_{(x)} = -\frac{Pax^3}{6EI\ell} + \frac{Pbax^2}{2EI\ell} + \frac{Pba(a-b)x}{3EI\ell} - \frac{Pb^2a^2}{3EI\ell} \end{cases}$$

$$\theta_A = -\frac{Pab(\ell+b)}{6EI\ell}$$

$$\theta_B = \frac{Pba(\ell+a)}{6EI\ell}$$

$$y_C = -\frac{Pa^2b^2}{3EI\ell}$$

$$x_{y_{\max}} = \sqrt{\frac{a(b+\ell)}{3}}$$

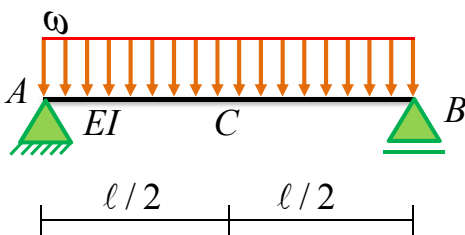
$$y_{\max} = -\frac{Pba(b+\ell)}{9EI\ell} \sqrt{\frac{a(b+\ell)}{3}}$$

7

تغییر شکل در تیرهای معین

انتگرال گیری مستقیم

تمرین ۷- با استفاده از روش انتگرال گیری مستقیم در تیر نشان داده شده مطلوب است:



الف- معادله شیب در طول تیر. $\theta_{(x)} = ?$

ب- معادله خیز در طول تیر. $y_{(x)} = ?$

ج- مقدار شیب در دو انتهای تیر. $\theta_A = ?$ & $\theta_B = ?$

د- مقدار خیز در وسط تیر. $y_C = ?$

پاسخ تمرین ۷-

$$@0 \leq x \leq \ell \Rightarrow \begin{cases} \theta_{(x)} = -\frac{wx^3}{6EI} + \frac{w\ell x^2}{4EI} - \frac{w\ell^3}{24EI} \\ y_{(x)} = -\frac{wx^4}{24EI} + \frac{w\ell x^3}{12EI} - \frac{w\ell^3 x}{24EI} \end{cases}$$

$$\theta_A = -\frac{w\ell^3}{24EI}$$

$$\theta_B = \frac{w\ell^3}{24EI}$$

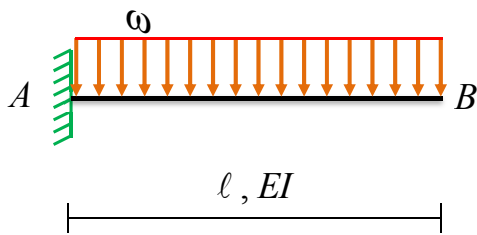
$$y_C = -\frac{5w\ell^4}{384EI}$$

8

تغییر شکل در تیرهای معین

انتگرال گیری مستقیم

تمرین ۸- با استفاده از روش انتگرال گیری مستقیم در تیر نشان داده شده مطلوب است تعیین:



الف- معادله خیز در طول تیر. $y_{(x)} = ?$

ب- معادله شیب در طول تیر. $\theta_{(x)} = ?$

ج- مقدار خیز در گره B. $y_B = ?$

د- مقدار شیب در گره B. $\theta_B = ?$

پاسخ تمرین ۸-

$$\ell \geq x \geq 0 @ \Rightarrow \begin{cases} \theta_{(x)} = -\frac{wx^3}{6EI} + \frac{w\ell^3}{6EI} \\ y_{(x)} = -\frac{wx^4}{24EI} + \frac{w\ell^3x}{6EI} - \frac{w\ell^4}{8EI} \end{cases}$$

$$y_B = -\frac{w\ell^4}{8EI} \quad \theta_B = \frac{w\ell^3}{6EI}$$

9

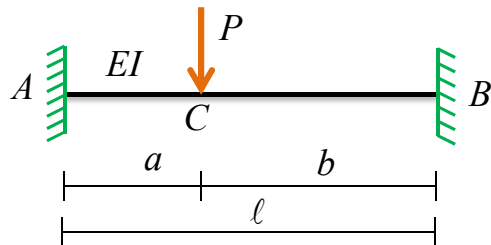
تغییر شکل در تیرهای معین

تمرین ۹- در تیر نشان داده شده با استفاده از نتایج تمرین های قبلی و

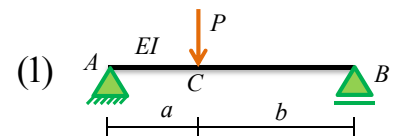
اصل برهم نهی مطلوب است:

الف- مقدار خیز در گره C. $y_C = ?$

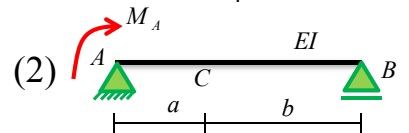
د- مقدار لنگر در دو انتهای تیر. $M_A = ? , M_B = ?$



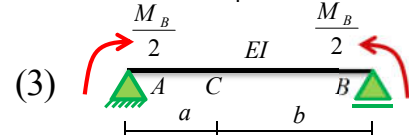
راهنمایی:



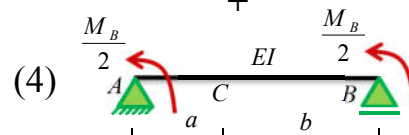
+



+



+



پاسخ تمرین ۹-

$$y_C = -\frac{Pa^3b^3}{3EI\ell^3} \quad M_A = -\frac{Pab^2}{\ell^2} \quad M_B = -\frac{Pba^2}{\ell^2}$$

10

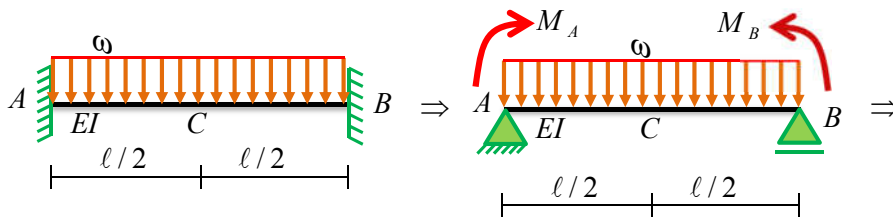
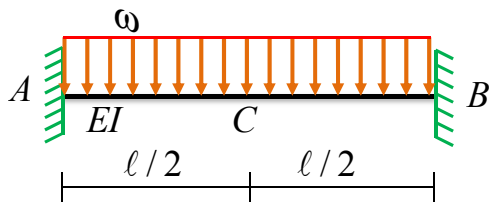
تغییر شکل در تیرهای معین

تمرین ۱۰- در تیر نشان داده شده با استفاده از نتایج تمرین‌های قبلی

و اصل برهم نهی مطلوب است:

الف- مقدار خیز در گره C. $y_C = ?$

د- مقدار لنگر در دو انتهای تیر. $M_A = ?$, $M_B = ?$

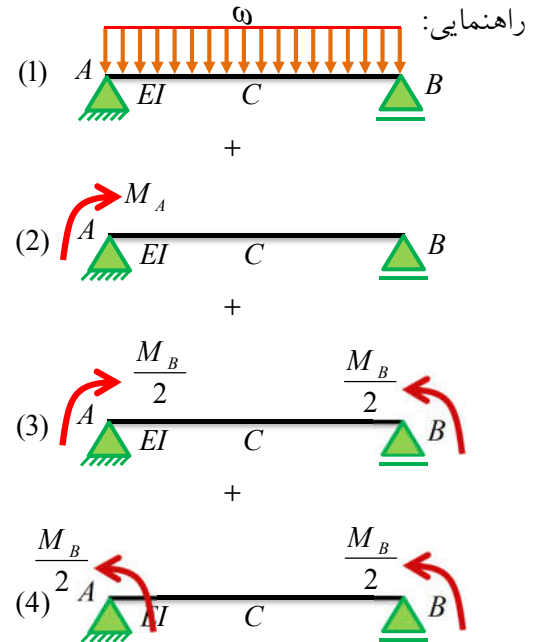


پاسخ تمرین ۱۰-

$$y_C = -\frac{w\ell^4}{384EI}$$

$$M_A = -\frac{w\ell^2}{12}$$

$$M_B = -\frac{w\ell^2}{12}$$



11

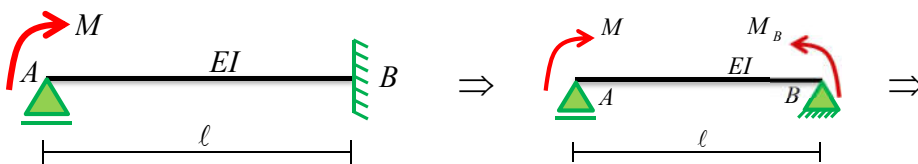
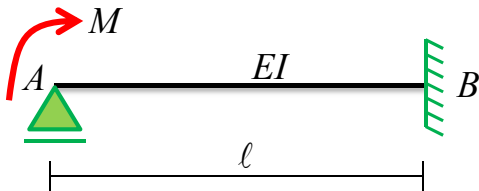
تغییر شکل در تیرهای معین

تمرین ۱۱- در تیر نشان داده شده با استفاده از نتایج تمرین‌های قبلی

و اصل برهم نهی مطلوب است:

الف- مقدار شیب در گره A. $\theta_A = ?$

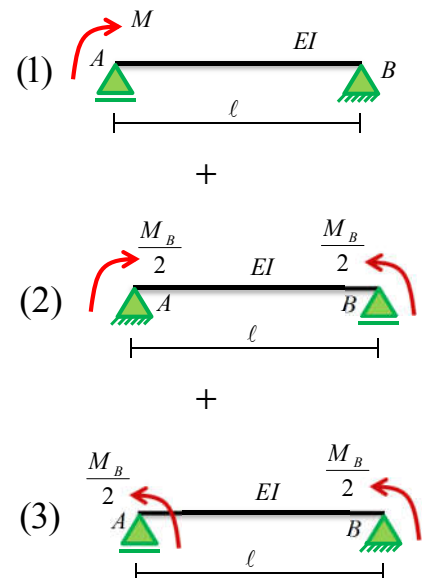
د- مقدار لنگر در تکیه گاه B. $M_B = ?$



پاسخ تمرین ۱۱-

$$\theta_A = -\frac{M\ell}{4EI}$$

$$M_B = -\frac{M}{2}$$



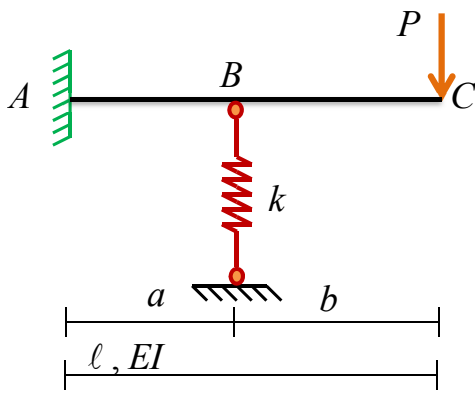
12

تغییر شکل در تیرهای معین

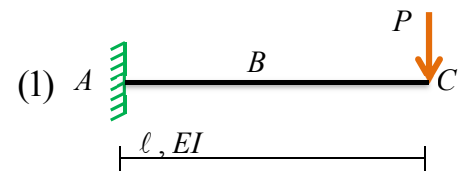
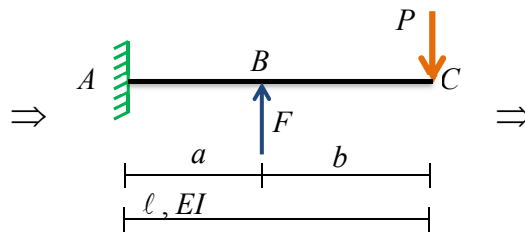
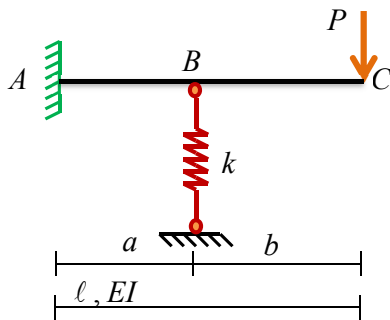
تمرین ۱۲- در تیر نشان داده شده با استفاده از نتایج تمرین‌های قبلی

و اصل برهم نهی مطلوب است:

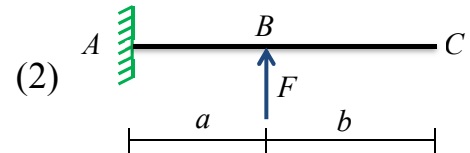
الف- مقدار خیز در گره B. $y_B = ?$



راهنمایی:



+



پاسخ تمرین ۱۲-

$$y_B = \frac{2pa^3 + 3pba^2}{2ka^3 - 6EI}$$

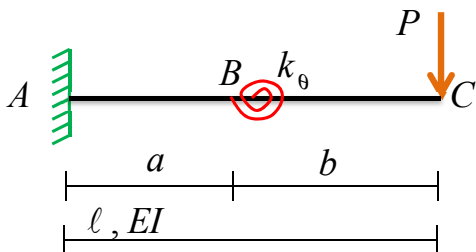
13

تغییر شکل در تیرهای معین

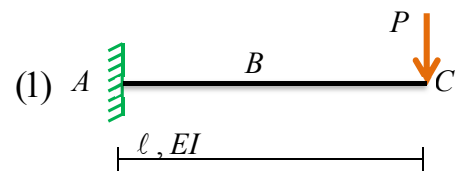
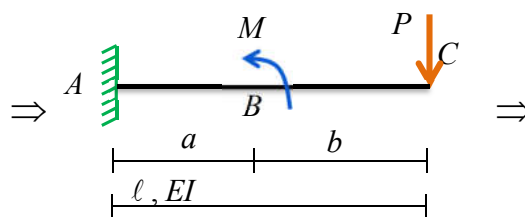
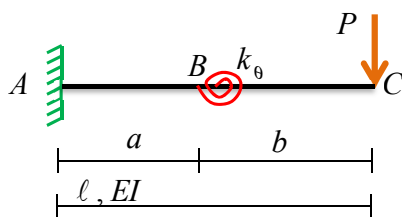
تمرین ۱۳- در تیر نشان داده شده با استفاده از نتایج تمرین‌های قبلی

و اصل برهم نهی مطلوب است:

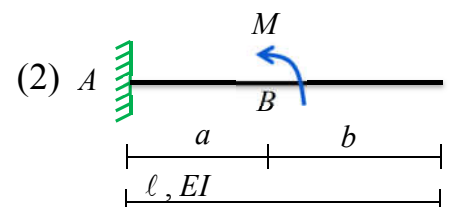
الف- مقدار شیب در گره B. $\theta_B = ?$



راهنمایی:



+



پاسخ تمرین ۱۳-

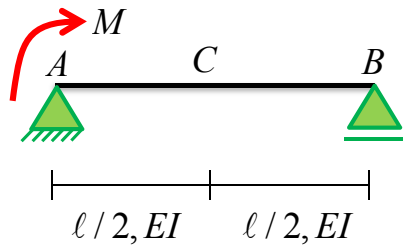
$$\theta_B = \frac{Pa^2 + 2Pba}{2EI - 2k_\theta a}$$

14

تغییر شکل در تیرهای معین

روش لنگر سطح

تمرین ۱۴- با استفاده از روش لنگر سطح در تیر نشان داده شده مطلوب است تعیین:



الف- مقدار خیز در گره C. $y_C = ?$

ب- مقدار شیب در گره A. $\theta_A = ?$

ج- مقدار شیب در گره B. $\theta_B = ?$

پاسخ تمرین ۱۴-

$$\theta_B = -\frac{M \ell}{6EI}$$

$$\theta_A = \frac{M \ell}{3EI}$$

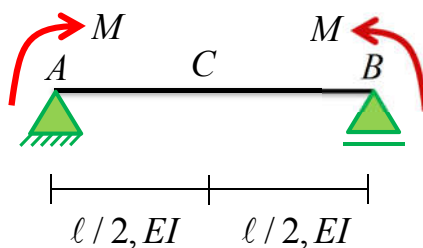
$$y_C = -\frac{M \ell^2}{16EI}$$

15

تغییر شکل در تیرهای معین

روش لنگر سطح

تمرین ۱۵- با استفاده از روش لنگر سطح در تیر نشان داده شده مطلوب است تعیین:



الف- مقدار خیز در گره C. $y_C = ?$

ب- مقدار شیب در گره A. $\theta_A = ?$

ج- مقدار شیب در گره B. $\theta_B = ?$

پاسخ تمرین ۱۵-

$$\theta_A = -\frac{M \ell}{2EI}$$

$$\theta_B = \frac{M \ell}{2EI}$$

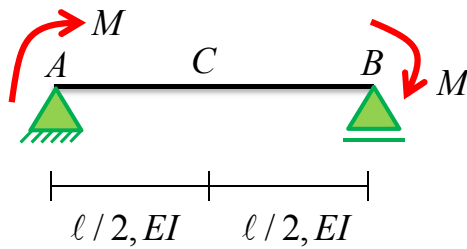
$$y_C = -\frac{M \ell^2}{8EI}$$

16

تغییر شکل در تیرهای معین

روش لنگر سطح

تمرین ۱۶- با استفاده از روش لنگر سطح در تیر نشان داده شده مطلوب است تعیین:



الف- مقدار خیز در گره C. $y_C = ?$

ب- مقدار شیب در گره A. $\theta_A = ?$

ج- مقدار شیب در گره B. $\theta_B = ?$

پاسخ تمرین ۱۶-

$$\theta_A = -\frac{M \ell}{6EI}$$

$$\theta_B = -\frac{M \ell}{6EI}$$

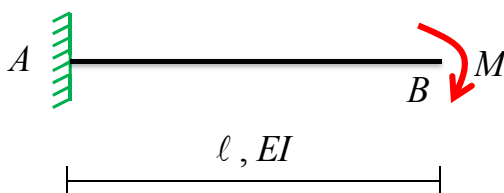
$$y_C = 0$$

17

تغییر شکل در تیرهای معین

روش لنگر سطح

تمرین ۱۷- با استفاده از روش لنگر سطح در تیر نشان داده شده مطلوب است تعیین:



الف- مقدار خیز در گره B. $y_B = ?$

ب- مقدار شیب در گره B. $\theta_B = ?$

پاسخ تمرین ۱۷-

$$\theta_B = \frac{M \ell}{EI} \text{ (ساعتگرد)}$$

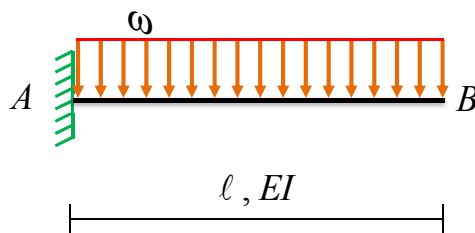
$$y_B = -\frac{M \ell^2}{2EI}$$

18

تغییر شکل در تیرهای معین

روش لنگر سطح

تمرین ۱۸- با استفاده از روش لنگر سطح در تیر نشان داده شده مطلوب است تعیین:



الف- مقدار خیز در گره B. $y_B = ?$

ب- مقدار شیب در گره B. $\theta_B = ?$

پاسخ تمرین ۱۸-

$$\theta_B = \frac{w \ell^3}{6EI} \quad (\text{ساعتگرد})$$

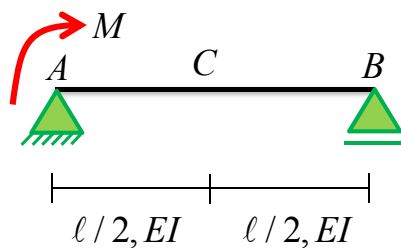
$$y_B = -\frac{w \ell^4}{8EI}$$

19

تغییر شکل در تیرهای معین

روش تیر مزدوج

تمرین ۱۹- با استفاده از روش تیر مزدوج در تیر نشان داده شده مطلوب است تعیین:



الف- مقدار خیز در گره C. $y_C = ?$

ب- مقدار شیب در گره A. $\theta_A = ?$

ج- مقدار شیب در گره B. $\theta_B = ?$

د- محل خیز ماکزیمم از تکیه‌گاه B. $x_{y_{\max}} = ?$

ر- مقدار خیز ماکزیمم. $y_{\max} = ?$

پاسخ تمرین ۱۹-

$$\theta_B = \frac{M \ell}{6EI}$$

$$\theta_A = -\frac{M \ell}{3EI}$$

$$y_C = -\frac{M \ell^2}{16EI}$$

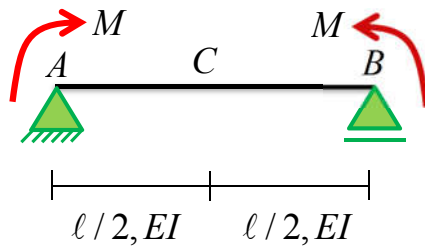
$$x_{y_{\max}} = \frac{\ell}{\sqrt{3}}$$

$$y_{\max} = -\frac{\sqrt{3} M \ell^2}{27EI}$$

تغییر شکل در تیرهای معین

روش تیر مزدوج

تمرین ۲۰- با استفاده از روش تیر مزدوج در تیر نشان داده شده مطلوب است تعیین:



الف- مقدار خیز در گره C. $y_C = ?$

ب- مقدار شیب در گره A. $\theta_A = ?$

ج- مقدار شیب در گره B. $\theta_B = ?$

پاسخ تمرین ۲۰-

$$\theta_A = -\frac{M \ell}{2EI}$$

$$\theta_B = \frac{M \ell}{2EI}$$

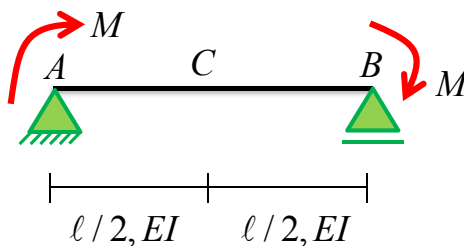
$$y_C = -\frac{M \ell^2}{8EI}$$

21

تغییر شکل در تیرهای معین

روش تیر مزدوج

تمرین ۲۱- با استفاده از روش تیر مزدوج در تیر نشان داده شده مطلوب است تعیین:



الف- مقدار خیز در گره C. $y_C = ?$

ب- مقدار شیب در گره A. $\theta_A = ?$

ج- مقدار شیب در گره B. $\theta_B = ?$

پاسخ تمرین ۲۱-

$$\theta_A = -\frac{M \ell}{6EI}$$

$$\theta_B = -\frac{M \ell}{6EI}$$

$$y_C = 0$$

22

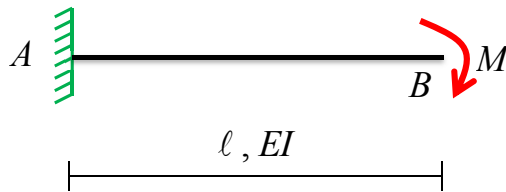
تغییر شکل در تیرهای معین

روش تیر مزدوج

تمرین ۲۲- با استفاده از روش تیر مزدوج در تیر نشان داده شده مطلوب است تعیین:

الف- مقدار خیز در گره B. $y_B = ?$

ب- مقدار شیب در گره B. $\theta_B = ?$



پاسخ تمرین ۲۲-

$$\theta_B = \frac{M \ell}{EI} \quad (\text{ساعتگرد})$$

$$y_B = -\frac{M \ell^2}{2EI}$$

23

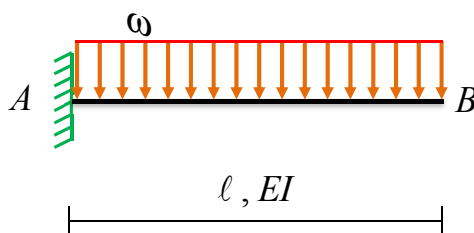
تغییر شکل در تیرهای معین

روش تیر مزدوج

تمرین ۲۳- با استفاده از روش تیر مزدوج در تیر نشان داده شده مطلوب است تعیین:

الف- مقدار خیز در گره B. $y_B = ?$

ب- مقدار شیب در گره B. $\theta_B = ?$



پاسخ تمرین ۲۳-

$$\theta_B = \frac{w \ell^3}{6EI} \quad (\text{ساعتگرد})$$

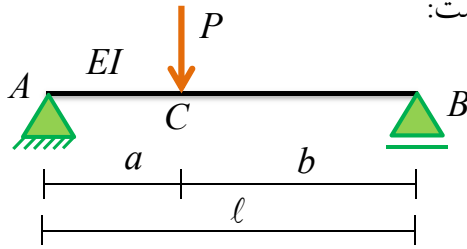
$$y_B = -\frac{w \ell^4}{8EI}$$

24

تغییر شکل در تیرهای معین

روش تیر مزدوج

تمرین ۲۴- با استفاده از روش تیر مزدوج در تیر نشان داده شده مطلوب است:



الف- معادله شیب در طول تیر. $\theta_{(x)} = ?$

ب- معادله خیز در طول تیر. $y_{(x)} = ?$

پ- مقدار شیب در دو انتهای تیر. $\theta_A = ?$ & $\theta_B = ?$

ج- مقدار خیز در گره C. $y_C = ?$

د- مقدار خیز ماکزیمم و محل آن. $y_{\max} = ?$

پاسخ تمرین ۲۴-

$$@0 \leq x \leq a \Rightarrow \begin{cases} \theta_{(x)} = \frac{Pbx^2}{2EI\ell} - \frac{Pba(b+\ell)}{6EI\ell} \\ y_{(x)} = \frac{Pbx^3}{6EI\ell} - \frac{Pba(b+\ell)x}{6EI\ell} \end{cases}$$

$$@0 \leq x \leq b \Rightarrow \begin{cases} \theta_{(x)} = -\frac{Pax^2}{2EI\ell} + \frac{Pbax}{EI\ell} + \frac{Pba(a-b)}{3EI\ell} \\ y_{(x)} = -\frac{Pax^3}{6EI\ell} + \frac{Pbax^2}{2EI\ell} + \frac{Pba(a-b)x}{3EI\ell} - \frac{Pb^2a^2}{3EI\ell} \end{cases}$$

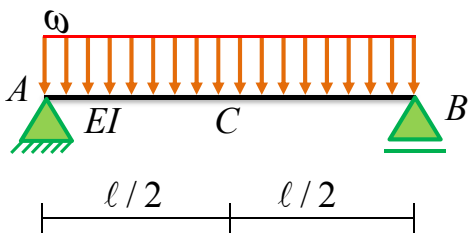
$$\theta_A = -\frac{Pab(\ell+b)}{6EI\ell} \quad \theta_B = \frac{Pba(\ell+a)}{6EI\ell} \quad y_C = -\frac{Pa^2b^2}{3EI\ell} \quad x_{y_{\max}} = \sqrt{\frac{a(b+\ell)}{3}} \quad y_{\max} = -\frac{Pba(b+\ell)}{9EI\ell} \sqrt{\frac{a(b+\ell)}{3}}$$

25

تغییر شکل در تیرهای معین

روش تیر مزدوج

تمرین ۲۵- با استفاده از روش تیر مزدوج در تیر نشان داده شده مطلوب است:



الف- معادله شیب در طول تیر. $\theta_{(x)} = ?$

ب- معادله خیز در طول تیر. $y_{(x)} = ?$

ج- مقدار شیب در دو انتهای تیر. $\theta_A = ?$ & $\theta_B = ?$

د- مقدار خیز در وسط تیر. $y_C = ?$

پاسخ تمرین ۲۵-

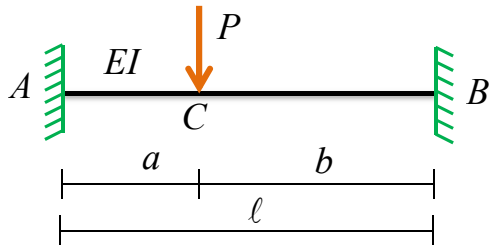
$$@0 \leq x \leq \ell \Rightarrow \begin{cases} \theta_{(x)} = -\frac{wx^3}{6EI} + \frac{wx^2}{4EI} - \frac{w\ell^3}{24EI} \\ y_{(x)} = -\frac{wx^4}{24EI} + \frac{wx^3}{12EI} - \frac{w\ell^3x}{24EI} \end{cases}$$

$$\theta_A = -\frac{w\ell^3}{24EI} \quad \theta_B = \frac{w\ell^3}{24EI} \quad y_C = -\frac{5w\ell^4}{384EI}$$

26

تغییر شکل در تیرهای معین

روش تیر مزدوج



تمرین ۲۶- در تیر نشان داده شده با استفاده از روش تیر مزدوج

مطلوب است:

الف- مقدار خیز در گره C. $y_C = ?$

د- مقدار لنگر در دو انتهای تیر. $M_A = ? , M_B = ?$

پاسخ تمرین ۲۶-

$$y_C = -\frac{Pa^3b^3}{3EI\ell^3}$$

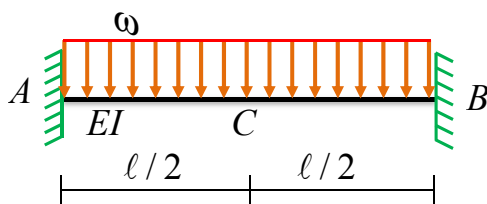
$$M_A = -\frac{Pab^2}{\ell^2}$$

$$M_B = -\frac{Pba^2}{\ell^2}$$

27

تغییر شکل در تیرهای معین

روش تیر مزدوج



تمرین ۲۷- در تیر نشان داده شده با استفاده از روش تیر مزدوج

مطلوب است:

الف- مقدار خیز در گره C. $y_C = ?$

د- مقدار لنگر در دو انتهای تیر. $M_A = ? , M_B = ?$

پاسخ تمرین ۲۷-

$$y_C = -\frac{w\ell^4}{384EI}$$

$$M_A = -\frac{w\ell^2}{12}$$

$$M_B = -\frac{w\ell^2}{12}$$

28

تغییر شکل در تیرهای معین

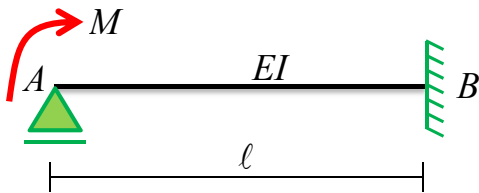
روش تیر مزدوج

تمرین ۲۸- در تیر نشان داده شده با استفاده از روش تیر مزدوج

مطلوب است:

الف- مقدار شیب در گره A. $\theta_A = ?$

د- مقدار لنگر در تکیه گاه B. $M_B = ?$



پاسخ تمرین ۲۸-

$$\theta_A = -\frac{M \ell}{4EI}$$

$$M_B = -\frac{M}{2}$$

29

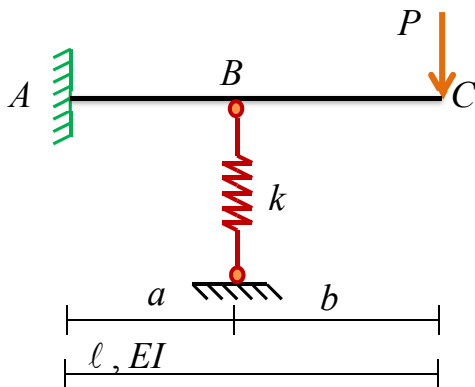
تغییر شکل در تیرهای معین

روش تیر مزدوج

تمرین ۲۹- در تیر نشان داده شده با استفاده از روش تیر مزدوج

مطلوب است:

الف- مقدار خیز در گره B. $y_B = ?$



پاسخ تمرین ۲۹-

$$y_B = \frac{2pa^3 + 3pba^2}{2ka^3 - 6EI}$$

30

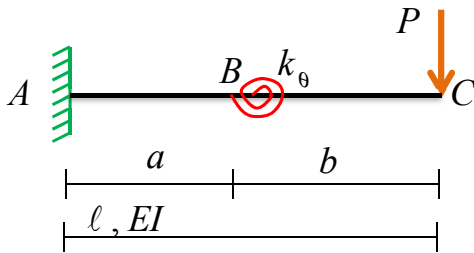
تغییر شکل در تیرهای معین

روش تیر مزدوج

تمرین ۳۰- در تیر نشان داده شده با استفاده از روش تیر مزدوج

مطلوب است:

الف- مقدار شیب در گره B. $\theta_B = ?$



پاسخ تمرین ۳۰-

$$\theta_B = \frac{Pa^2 + 2Pba}{2EI - 2k_\theta a}$$

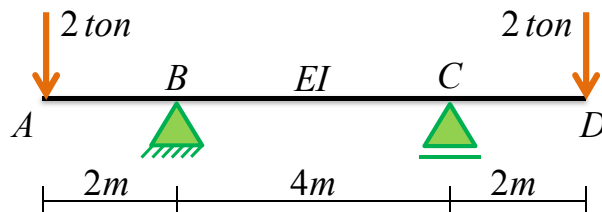
31

تغییر شکل در تیرهای معین

روش تیر مزدوج

تمرین ۳۱- با استفاده از روش تیر مزدوج در تیر نشان داده شده مقدار و مکان

خیز ماکزیمم را محاسبه نمایید.



$$E = 2 \times 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$I = 10^3 \text{ cm}^4$$

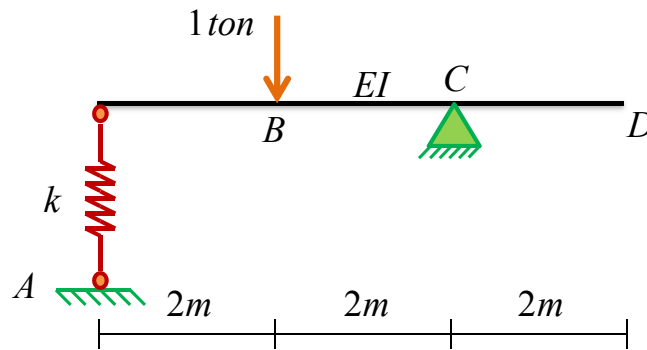
پاسخ تمرین ۳۱-

$$y_{\max} = 10.67 \text{ cm} \quad (\text{در محل اثر بارهای متمرکز اتفاق می افتد})$$

تغییر شکل در تیرهای معین

روش تیر مزدوج

تمرین ۳۲- با استفاده از روش تیر مزدوج در تیر نشان داده شده مقدار تغییر مکان و شیب در محل نقطه اثر نیروی متمرکز را محاسبه نمایید.



$$EI = 100 \text{ ton} \cdot \text{m}^2$$

$$k = 1 \frac{\text{ton}}{\text{m}}$$

پاسخ تمرین ۳۲-

$$y_B = -0.2633 \text{ m}$$

$$\theta_B = -0.125^{\text{rad}}$$

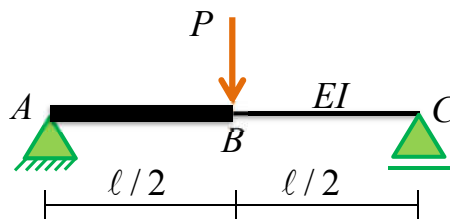
ETABS File Name: 03-Homework-32.EDB

33

تغییر شکل در تیرهای معین

روش تیر مزدوج

تمرین ۳۳- با استفاده از روش تیر مزدوج در تیر نشان داده شده مقدار تغییر مکان B و شیب در A را محاسبه نمایید. تیر AB صلب است.



پاسخ تمرین ۳۳-

$$\theta_A = -\frac{P \ell^2}{48EI}$$

$$y_B = -\frac{P \ell^3}{96EI}$$

34